

回転系の下層密度流について On a dense bottom current in the rotating system

京都大学防災研究所 正員 ○大久保 賢 治
京都大学防災研究所 正員 村 本 嘉 雄

1. 琵琶湖南湖の冬季密度流

琵琶湖南湖は北湖に比べて湖容積が小さいため、冬季の湖面冷却時には南湖水が相対的に低温・高密度化して北湖下層へと流入する。冬季密度流の湖水交換能力は静振の10倍程度にも及び¹⁾、北湖の水質への負荷を考える上で重要な現象といえる。

Fig. 1 は周期6時間以上の準定常流のシア効果により、琵琶湖大橋断面を通じて南湖に流入する熱輸送量を評価したものであるが、11～12月にかけて間歇的に現れる正の値が冬季密度流の発生を示している。周辺部の気温と大橋断面の鉛直水温・流速差との相互相関を調べた結果、冬季密度流は寒波の到来から数日遅れて発生しやすいことが推定された。

Fig. 2 は昭和53年12月の現地観測で得た表面および底面の水温分布である。北湖水は西岸に偏って上層を南下し、南湖水は大橋付近の底面で北西から北東に向きを転じて流下する状況が

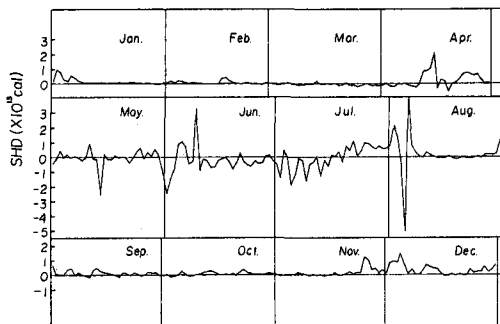


Fig. 1 熱輸送の年間変化(1977)

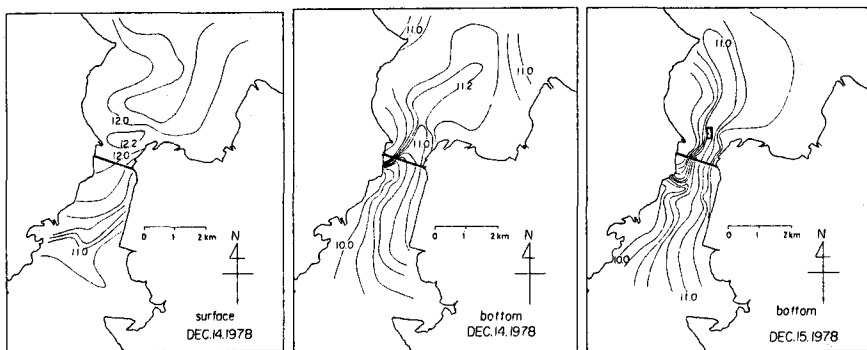


Fig. 2 観測時の水温平面分布(1978)

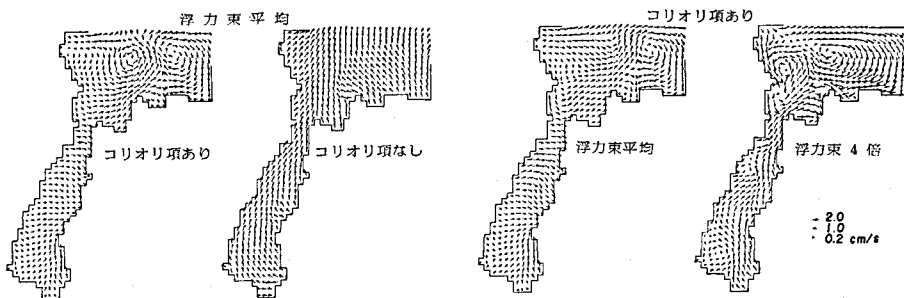


Fig. 3 密度流シミュレーションの下層流速分布

わかる。密度流発生時の流速場を推定するために行った数値シミュレーション結果²⁾をFig. 3に示す。地球の自転効果は浮力ロスビー数 $R_0 = A^{1/3} f^{-1} b^{-4/3}$ でパラメータ化している(A; 水域に流入する全浮力東, f; コリオリパラメータ, bは水域幅である)。自転効果を見捨てる($R_0 = \infty$)と月平均の浮力東で常に密度流が発生するが、自転効果を正しく評価すると、平均浮力東では密度流は発生しない。寒波に相当するような平均値の数倍程度の浮力東を与えると R_0 が増大して顕著な密度流が発生する。浮力東を月平均値ならば

にその2, 4, 8倍と変えた範囲で、計算上の密度流流量は0~300m³/secと変化し、R₀が小さいと流量が減ずるといえる。しかし、大橋以南の層分割が2層であり、下層厚を過大評価している可能性と、底面付近で左に偏向するエクマン層的な流速構造が表現しえないという問題点とが残った。さらに、北湖へ流入した後の下層流の挙動についても言及しておらず、本論文では、こうした点に注目して検討する。

2. 回転系密度流の支配無次元数

上述の数値シミュレーションで用いた基礎式のうち水平面内の運動方程式について水平粘性を省略した形で示すと次のようになる。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \left\{ (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + w \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} \right\} + \frac{1}{R_0} \mathbf{k} \times \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\delta R_e} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial z^2} \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{u}$, w , t , p は水平、鉛直流速、時間、圧力を示し、それぞれ U , δU , b/U , $\rho_0 U^2$ で無次元化している。さらに ∇ , z , $\mathbf{k}$, ρ_0 は水平勾配演算子、鉛直座標、鉛直上向き単位ベクトルおよび基準密度である。

(1)式に含まれる無次元パラメータは、

$$R_0 = U / f b, \quad R_e = U H / \nu, \quad \delta = H / b$$

の3つであり、これらより鉛直エクマン数

$$E_v = R_0 / \delta R_e = \nu / f H^2$$

が求められる。ここに、 ν ; 鉛直(渦)粘性係数、 H ; 水深である。 $U = (A/b)^{1/3}$ とすれば R_0 は前章の浮力ロスビー数となる。

広範な実験条件を得るために、淡・塩水を用いて回転交換密度流実験を行った³⁾。 $U = \sqrt{g'H}$ として算定した R_0 と E_v で実験範囲を示したものが Fig. 4 である。非粘性の回転水理学⁴⁾ 領域と広い浅水領域の間の遷移が調べられた。流れの偏向の指標として Fig. 5 で示すようなフロントの横偏差に着目した。回転水理学領域に近い条件では横断方向の界面勾配が卓越し、流れは右手の壁に沿う一方向流である。この場合、隔壁付近には強い偏流帯があり、この局所的な強い偏向流によって回転にともなう流量減少が生じると思われる。

一方、同じ強回転域 $R_0 \leq O(1)$ においても E_v が大きくなると、底面での左向きエクマン輸送と内部領域での右向き偏向が平衡するので、下層内で閉じた二次流が発生する。界面付近の混合層がエクマン層化しておれば、同じ理由で複数の二次流セルが生じるだろう。2層位モデルの計算結果では、これらは横断面全体の単一の二次流と理解された。対流の二次流化は流下方向の広い範囲で現れているが、これが密度流流量を減じる機構といえる。

Fig. 5 で $E_v = 0.005 \sim 0.01$ の run では、 R_0 の効果がかなり顕著である。 $E_v = 0.01$ に固定し、 R_0 を変えて行った壁面冷却水槽数値実験⁵⁾ においても、 R_0 によって流れの偏向角が大きく変化した。一方、 $E_v = 0.02$ になると、 E_v の効果によりフロントの横偏差は存在するが

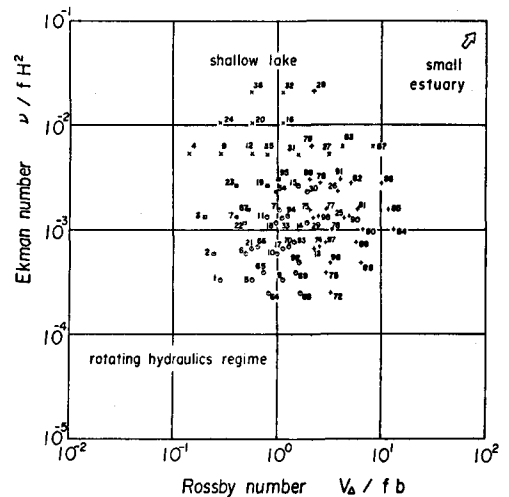


Fig. 4 回転交換密度流実験の設定条件

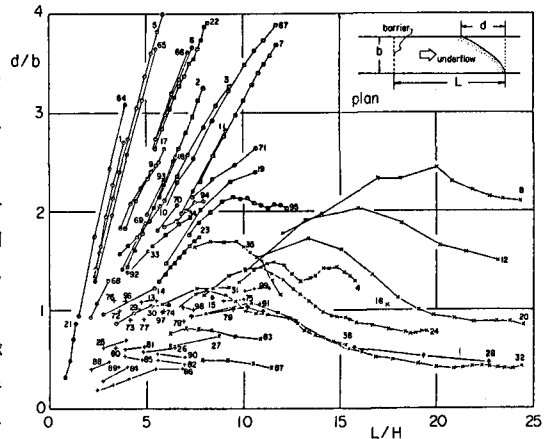


Fig. 5 フロント横偏差の流程変化

R_0 による差は認め難い。以上のことから、この程度の流下距離あるいは流下時間において、非粘性限界は $E_v = 0.001 \sim 0.005$ であり、 $E_v = 0.005 \sim 0.01$ は粘性および回転の効果がともに重要な範囲といえる。なお、本章で用いた無次元パラメータは水深 H にもとづくものであり、水深に比べて層厚の小さな下層流を考える場合には、 R_0 や E_v に対して層厚比に応じた換算が必要である。

3. streamtube model の展開

Smith⁶⁾ は Fig. 6 のような座標系を用いて、下層流の体積・質量の保存則と軸および横断方向の運動量保存則

$$d(SV)/d\xi = E_0 V \quad (2)$$

$$d(\rho SV)/d\xi = \rho_0 E_0 V \quad (3)$$

$$d(\rho SV^2)/d\xi = s S \Delta \rho g \cos \alpha \sin \beta - \rho K V^2 \quad (4)$$

$$V(f \cos \alpha + V d\beta/d\xi) = s \Delta \rho g \cos \alpha \cos \beta \quad (5)$$

を考え、これに径路の関係式

$$dX/d\xi = \cos \beta \quad (6)$$

$$dY/d\xi = \sin \beta \quad (7)$$

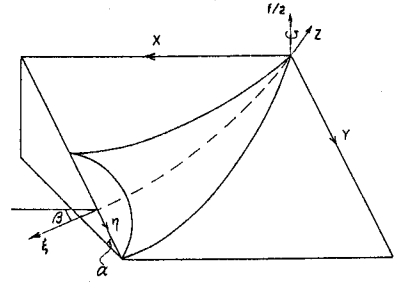


Fig. 6 STMの座標系

を加えた式系を streamtube model (以下STMと記す) と呼んで、いくつかの現地水域の流れについての数値解を示した。ここに、 S ; 下層断面面積、 V ; 軸方向流速、 ξ ; 流軸座標、 ρ_0 ; 周囲水密度、 ρ ; 下層密度、 $\Delta \rho = \rho - \rho_0$ 、 $s = \tan \alpha$; Y 方向の底面傾斜、 g ; 重力加速度、 β ; 流軸と X 軸のなす角、 X ; 沿岸距離、 Y ; 離岸距離である。さらに、

$$E_0 = \frac{1}{V} \int_{-1}^{+1} w_e d\eta, \quad K = \frac{1}{\rho V^2} \int_{-1}^{+1} (\tau_b + \tau_i) d\eta \quad (8), (9)$$

は連行速度 w_e と底面、界面せん断力 τ_b 、 τ_i を plume の幅方向 (η) に積分した連行・摩擦のパラメータであり、ともに長さの次元をもつ。ただし、Smith が式系に含めた周囲水の成層をここでは無視した。

Pedersen⁷⁾ は、Richardson 数一定の概念を用いて、同様の流れについての擬似等流解を示した。すなわち、Smith の E_0 、 K の代わりに

$$E = 0.072 s \sin \beta, \quad f_r / 2 = \varepsilon g h \sin \alpha \sin \beta / V^2 \quad (10), (11)$$

を用いた。ここに E 、 f_r は連行、抵抗係数、 ε は相対密度差、 h は下層厚を表す。さらに次の長さスケール

$$l = \int_0^\xi \frac{s \sin \beta(\xi)}{h(\xi)} d\xi \quad (12)$$

を用いれば種々の水理量が l についての指数分布形となることを示した。たとえば、下層流の幅 b は、

$$b(l) = b(0) \exp(0.144 l) \quad (13)$$

となる。しかしながら l は径路が決まって初めて求まる量であるから、Pedersen の解は予測手段としては便利でない。さらに (10)、(11) 式は $s \sin \beta \leq 10^{-2}$ という緩勾配の範囲で成立するという制約があるので、次節で述べる実験のように急勾配の底面をもつ水槽について適用することはできないし、層流域の実験における粘性抵抗を表すこともできないだろう。

本解析では (2)~(7) の式系に加えて 柏村・吉田⁸⁾ の指摘した指数振幅則

$$b = b_0 \exp \lambda \xi \quad (14)$$

を仮定し、 $S = b h$ とする。この展開形は (5) 式を除いた形で、柏村⁹⁾ により示されている。実験や現地観測資料により λ が求まる場合には追跡計算が可能であり、さらに λ が何らかの水理量の関数として初期条件から評価できれば予測モデルとして閉じることになる。また連行・摩擦則として次の 芦田・江頭式⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾

$$E = 0.0015 / R_{i0} \quad (15)$$

$$f_r = C / R_e + 0.00207 F_i^2 + 0.0015 (H - h) / H \quad (16)$$

を b 倍して用いる。ただしここでは $R_{i0} = \varepsilon g h / V^2$ 、 $F_i = R_{i0}^{-1/2}$ とした。本来 (16) 式は界面抵抗係数の表示

であるが、第1項に底面摩擦を加えるために、 $C = 5.6$ で固定した。この時 R_e として $Vh/2\nu_v$ を用いている。 h/b は十分小さいので、この近似は妥当と思われる。

Smith は彼の式系を解く際に、計算の安定のための無次元化を行っているが、 R_o や E_v を用いた他の無次元化も可能である。しかし、ここでは後に述べる目的のため f が分母にくる無次元化は行わない。以下の二節でのSTMの計算では、定きさみのRunge-Kutta-Gill法を用いた。安定のため $\Delta\xi$ の値は初期層厚 h_0 以下にとることが必要であった。

3.1 傾斜底の下層密度流実験

実験は45cm×45cm、最深部の水深14cmで、底面勾配1/5および1/30の2種類の水槽を用いて行った。水槽に淡水を入れて回転させ、剛体回転に至った後、盤上の小水槽から、小型ポンプによって着色した塩水を水槽の隅角部に点源として連続注入し、塩水の拡がりの平面形状を定時間間隔で写真撮影する。各写真の下層流の形状を重ねてトレースした結果、その径路や各流軸位置での幅に変化がほとんどないことがわかった。したがって、この形状を定常流の形状としてSTM計算を行う。代表的な実験写真をPhoto. 1に示した。

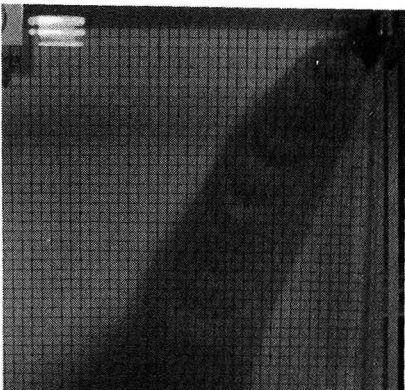


Photo. 1 実験写真

下層流の径路と流軸に垂直方向の拡がり幅を求め、拡幅係数 λ を得た。こうして指数分布が妥当となる ξ_0 および X_0, Y_0, b_0 が求まり、 $\xi = \xi_0$ 付近における β_0, V_0 が補間により与えられる。 $\xi = \xi_0$ に至るまでの連行によって、流量 Q_0 が注入源で与えた値 Q_s よりも増加していると考えられた。この増加分を乗数 c で与えれば

$$Q_0 = cQ_s, \quad h = Q_0/b_0V_0, \quad \varepsilon_0 = \varepsilon_s/c$$

となる。ただし、 ε_s は初期の塩水密度差である。径路と到達時間の計算値が実験値と合致するように c の最適値を求めた。

Table 1に実験条件と c の推定値を示す。 c の値は3~15程度であり、これは注入源として用いたパイプ内で不可避免的に生ずる初期混合に起因するものである。Fig. 7には、いくつかの代表的なrunについての径路の実験値と計算値を示している。層流域のものは摩擦の影響が大きいため斜面方向に曲がり（斜面降下型）、乱流域のものは連行が大きく、等深線方向に曲がる（地衡流平衡型）ようである。これはSmithの解析解において示された様相と一致する。さらに、緩勾配で流量の大きいrunでは右手の壁に沿う結果が得られた。このような条件は回転交換密度流実験のそれと近いものと考え

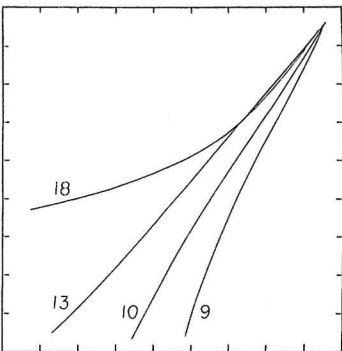


Fig. 7 代表的径路

Table 1 実験条件

	Q_0	$\varepsilon_0 Q_0$	$V_0 Q_0$	β_0	b_0	λ	c
Run 1	1.65	0.00283	0.715	57.8	11.9	0.0106	7.00
Run 2	2.30	0.00530	1.62	56.8	13.0	0.0163	5.20
Run 5	2.80	0.00574	1.92	57.5	10.8	0.0233	11.7
Run 9	1.20	0.00378	0.698	61.0	6.90	0.0186	15.2
Run10	4.13	0.0217	5.20	55.8	11.2	0.0215	9.11
Run13	13.7	0.0823	30.7	48.8	20.2	0.0170	4.00
Run14	45.2	0.271	148.	36.8	28.1	0.0274	4.00
Run15	51.1	0.268	150.	35.5	29.8	0.0265	4.57
Run17	40.6	0.227	125.	43.9	30.3	0.0327	4.28
Run18	125.	0.577	551.	42.9	35.0	0.0446	5.21
Run22	1.92	0.0103	0.423	46.5	33.6	0.00779	4.45
Run25	15.4	0.0741	10.6	36.9	40.1	0.0229	5.00

(unit; cgs)

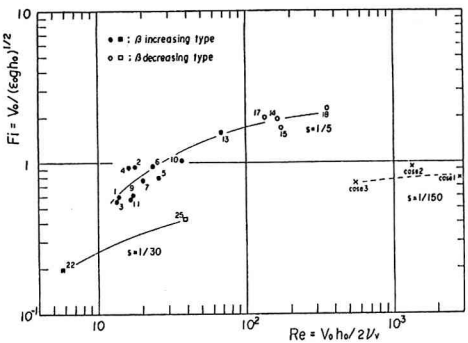


Fig. 8 領域区分

られよう。 λ が求まらないためSTMでの計算はできないが、地衡流平衡が主として界面勾配によって達成されるものである。

$\xi = \xi_0$ における F_i と R_e を用いて、領域区分図 Fig. 8 が得られた。実験点は水槽の底勾配により二種の曲線のまわりに分布するようである。上述の右手の壁に沿う run では壁の存在によって h_0 が増加し、 F_i 、 R_e とも増大している可能性がある。

3.2 現地への適用

本章のはじめに展開したSTMの式系を1. に述べた琵琶湖南・北湖境界付近の冬季密度流に対して適用する。連行・摩擦則は前節の実験に対する計算と全く同じものが用いられる。ただし実験では $\nu_v = 0.01 \text{ cm}^2/\text{sec}$ としたが、現地では $\nu_v = 0.7 \text{ cm}^2/\text{sec}$ を与えた。

Fig. 9 は水温の横断(東西)分布であり、14日のものは東寄りの斜面に沿って流下し、15日のものは湖底最深部をたどっている。この状況はFig. 2でも認められる。流速データのある琵琶湖大橋地点を原点とし、これからSTMの計算を開始する。底面地形の急変部が原点付近にあるので、Fig. 10のように二つの座標系IとIIを用いる。

Table 2の計算条件で行った計算結果をFig. 11に示した。図中の点線は $X = 1.5 \text{ km}$ を示し、これを越えないものは座標系Iにより最深部を流下したものと理解できる。昭和53年12月15日の観測結果に対応するcase 3の密度流は斜面降下型であり、同14日の結果に相当するcase 2では若干X方向への曲がりが大きくなる。冬季密度流としては相当の規模(推定流量 $72 \text{ m}^3/\text{sec}$)をもつcase 1では、密度流の流軸の曲がりが大きく、 $Y = 4 \text{ km}$ で $X = 4.5 \text{ km}$ まで至る。Table 2の流量範囲では、琵琶湖の密度流は斜面降下型と言えよう。一方、 $f = 0$ として計算すると直ちに $\beta \rightarrow 90^\circ$ になることが確認された。実際には、 f を数オーダー下げて($f = 10^{-10}$)、他の条件はTable 2と同じにして計算した。このように $f \neq 0$ の場合にはcaseごとの流軸には全く差が認められなかった。以上より、琵琶湖の密度流は流量が増加するほど東岸沿いに進むようになり、この状況を模擬するためには自転効果を正しく評価することが必要であることがわかった。

最後に λ の推定法について述べる。Fig. 8より $\xi = \xi_0$ では流下の型式に関係なく、ある種の限界流条件が認められる。柏村⁹⁾は、安定パラメータ $G = E/\lambda h$

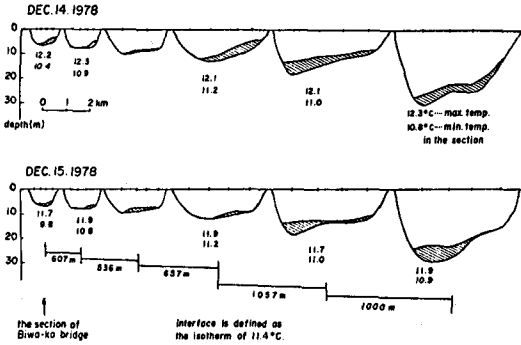


Fig. 9 水温横断分布の流程変化

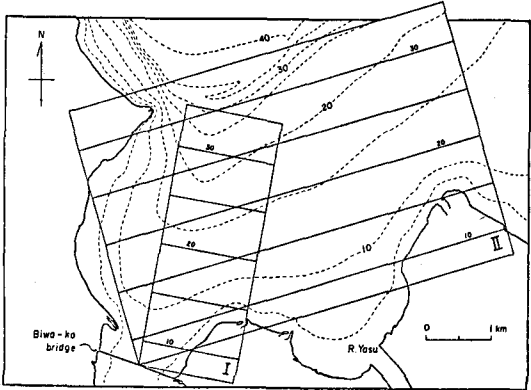


Fig. 10 現地座標

Table 2 計算条件

	Q_0	$\epsilon_0 Q_0$	$V_0 Q_0$	β_0	b_0	λ
case1	72.0	0.216	4.32	30	600.	0.00085
case2	29.0	0.029	1.04	30	530.	0.00080
case3	6.9	0.0069	0.159	30	300.	0.00093

(unit; MKS)

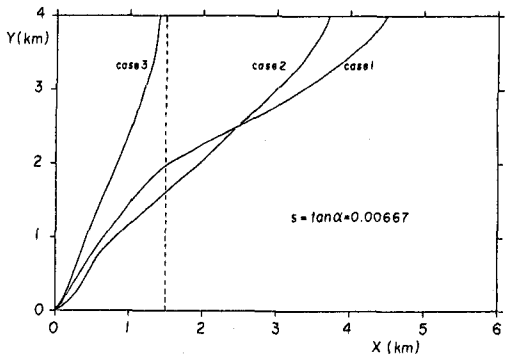


Fig. 11 計算結果

が河口のような限界点で $1/2$ となることを理論的に指摘した。これを検討したものがFig. 12である。散乱は大きいオーダーは満足しているといえる。したがって $G = \varepsilon/\varepsilon_0$ の水理量から λ を推定することは可能であろう。

4. 結 語

ν_v が一定として、回転系の下層密度流の一次元モデルが展開され、水理実験の追跡計算を経て琵琶湖の密度流に適用した結果は良好であった。今後、 α の場所的变化を組み込んだ計算も原理的には可能であろう。

本研究の遂行において、貴重な現地資料の提供と観測に協力をして頂いた建設省琵琶湖工事事務所の皆様、ならびに南湖モデルの計算およびSTMの実験を行ってくれた本学大学院生の片岡幸毅君に深謝いたします。

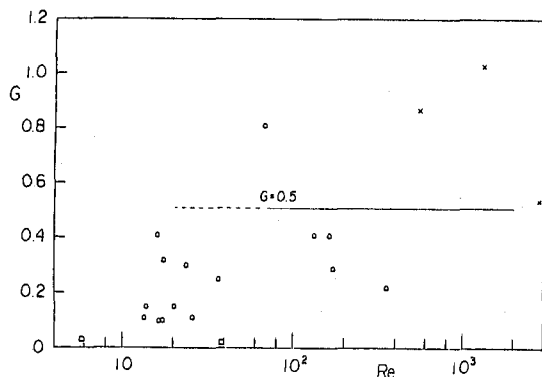


Fig. 12 G 値の検討

参考文献

- 1) 村本嘉雄・大西行雄・大久保賢治；琵琶湖南湖の熱収支，京大防災研究所年報，第22号 B-2，1979.
- 2) 大西行雄・大久保賢治・原島省・村本嘉雄；密度流におけるコリオリ効果に関する研究，京大防災研年報，第23号 B-2，1980.
- 3) 大久保賢治・村本嘉雄；密度流におけるコリオリ効果に関する研究(2)－回転系の交換密度流実験－京大防災研年報，第24号 B-2，1981.
- 4) Whitehead, J.A., Leetmaa, A. and Knox, R.A. ; Rotating hydraulics of strait and sill flows, Geophys. Fluid Dyn., 6, 1974.
- 5) 大久保賢治・大西行雄・村本嘉雄；土木学会第35回年講概要集，1980.
- 6) Smith, P.C. ; A streamtube model for bottom boundary currents in the ocean, Deep-Sea Research, Vol. 22, 1975.
- 7) Pedersen, F.B. ; Dense bottom currents in rotating ocean, Proc. of ASCE, HY8, 1980.
- 8) Kashiwamura, M. and S. Yoshida ; Outflow pattern of fresh water issued from a river mouth, Coastal Eng. in Japan, Vol. 10, 1967.
- 9) 柏村正和；河口淡水流の力学的不安定，日本海洋学会秋季大会概要集，1981.
- 10) 芦田和男・江頭進治；成層密度流の流れの構造に関する研究，京大防災研年報，第22号 B-2，1979.
- 11) 芦田和男・江頭進治；密度成層のある場における濁水の挙動に関する研究(1)，京大防災研年報，第18号 B，1975.