

非定常流出系の実時間洪水流量予測

On-Line Real-Time Predictions of Flood Runoff from Nonstationary Hydrologic Systems

山梨大学工学部 正 員 砂 田 憲 吾

1. はじめに

河川の洪水流量の実時間予測にはカルマン・フィルター理論の適用が有効と考えられ、同理論によれば降雨そのものの予測と連動させてより発展的な流量予測をも期待し得る。広汎な分野での予測・制御に応用可能とされるカルマン・フィルターは極端に不合理な結果を生ずることがないという柔軟性を備えており、そのこと自体同理論の優れた特徴となっている。しかしながら、対象とするシステムでの予測・制御の向上をはかるにはそのシステムの特性に応じた検討が必要である。特に、システムのダイナミックスの十分な記述が困難な流出系ではいくつかの問題点があるように思われる。カルマン・フィルター理論の流出予測への適用を最初に試みた日野¹⁾は線型定常モデルでまず扱ったが、非線型性・非定常性をもつ流出現象に対してより高精度な予測にむけてそのまま有効かどうか検討を要する。一方、西村・室田・江藤²⁾は非線型な貯留関数を組み合わせた適用方法を検討しているが、システムの安定性に問題を残している。本論文では流出系全体を線型非定常系と考え、システムの平均的挙動としての非定常特性を予め提供することにより、現象のダイナミックスの記述を補う形式でシステム方程式を構成することを試みた。ここで用いる線型非定常特性としては重畳性を仮定した流出応答の時間変化特性を考えることにする。

2. 流出系の非定常性とその特性

降雨-流出系は一般に非定常性をもつと考えられる。降雨条件・土壌条件により、洪水期間中は累加雨量もしくは経過時間に応じていわゆる飽和流出域の変化が生じ、流出系のもつ非定常性の一面が理解される。この系の変化は、効果の大小は別として、結果として表わされる流出ハイドログラフに二つの側面から影響を及ぼす。一つは直接流出量の変化（ハイドログラフの流量軸方向の変化）であり、もう一つは流出応答の変化（ハイドログラフの時間軸方向の変化）である。この事情は系が線型であっても非線型であっても同様であろう。

まず後者については、概念的に把握される飽和流出域の増加により流出応答は相対的に早くなる。この点を考慮した実時間流量予測は従来ほとんどなされておらず、現状ではその効果も未知である。本論文では従来の基本的な予測法（線型モデル）との対比を進めるため線型系としての仮定を残し、非定常性考慮による予測への効果を抽出した形でカルマン・フィルターによる流量予測の検討を行う。カルマン・フィルターでシステムの状態量を逐次推定すると確率的定常状態の系でも時間ステップごとに变化した値が得られ“見かけ上定常ではないシステム応答”が求まるが、本論文での非定常性はそれとは別のものである。さて、実河川における非定常性のその物理過程に基づく簡潔な記述は今のところ十分とはいえない。また、われわれが手にするのは多くの場合せいぜい降雨-流量データであり、従ってその実河川データの解析から非定常性の検出と特性把握を行う必要がある。そのために洪水期間中の各時刻ごとに定義される非定常な応答関数を仮定し、その関数の特徴（時定数）の時間変化をとらえる方法が考えられる。具体的には、実河川の洪水データで対応する降雨-流量ピークがほぼ独立して複数個あるものの中から、いわゆる非線型性の影響が強く効かない同規模の流出グループからなるものを選び、個々に定常線型解析をすれば応答関数の最適時定数により大略の非定常特性が検出できる。

他方、直接流出量の変化については、有効降雨変化として従来洪水流出過程ではexplicitな形で議論されることが多い。ここでも同様な立場にたち、定常線型流出モデルのままで観測降雨による場合、有効降雨

を用いた場合の双方について流量予測の比較検討を進める。

3. 非定常特性とカルマン・フィルター

洪水流量を $Q(t)$ 、降雨強度を $r(t)$ とし、流出系を線型非定常系と仮定すれば、 $Q(t)$ は式(1)のように表わされる。

$$Q(t) = \int_0^{\infty} r(t-\tau) H(t-\tau, \tau) d\tau = \int_{-\infty}^t r(\tau) H(\tau, t-\tau) d\tau \quad (1)$$

ここに、 $H(t, \tau)$ は非定常な応答関数であり、洪水期間中で時刻の関数である。

いま、 $H(t, \tau)$ を簡単に式(2)のように仮定する。

$$H(t, \tau) = \frac{\{\alpha(t)\}^3}{2} \tau^2 \exp\{-\alpha(t) \cdot \tau\} \quad (2 \cdot a)$$

$$\alpha(t) = A_1 \exp(A_2 t) \quad (t < T_\alpha) \quad (2 \cdot b)$$

式(2・b)において T_α は適用限界を示す。また、 A_1 、 A_2 はそれぞれ応答関数の時定数の初期設定量と時定数の時間変化を示す流域特性量であり予め粗い推定が可能であるとする。 $A_2 = 0$ のとき、 H は時定数 $T = 2/A_1$ を持つ定常な線型応答関数である。

カルマン・フィルター理論における基本式(状態方程式、観測方程式)は式(3)、(4)の形式をもつ。

$$X_{k+1} = F_k X_k + U_k \quad (3)$$

$$Z_k = M_k X_k + V_k \quad (4)$$

ここに、 X は状態変数、 F は時間ステップ k から $k+1$ への X の変換行列、 M は確定した行列、 Z は観測値ベクトルであり、 U 、 V は誤差ベクトルである。

このとき、 $k+1$ ステップでの X の最適推定量 $\hat{X}_{k+1}$ は次式で与えられる。

$$\hat{X}_{k+1} = \tilde{X}_{k+1} + K_{k+1} [Z_{k+1} - M_{k+1} \tilde{X}_{k+1}] \quad (5)$$

ここに、 $\sim$ はそのステップで観測値を参照せずに得られる推定量であり、 K_{k+1} は Kalman gain 行列であって、 U 、 V の分散、 F 、 M から求まる。

さて、カルマン・フィルター理論の適用にあたり、式(1)を有限で打ち切り離散表示すると式(6)となる。

$$Q(k) = \sum_{j=1}^n r(k-j) H(k-j, j) \Delta t \quad (6)$$

ここに、 k 、 j は t 、 τ に対する index。

従来の定常システムにおける扱いのように、式(6)は式(4)にそのまま対応せず、直接 H を状態変数と見なすのは不適當である。

そこで、各ステップごとに $k-j \rightarrow k$ と読み替えて状態変数 h を定義する。

$$h(k, j) \equiv H(k-j, j) \quad (7)$$

すなわち、式(6)の応答関数 H を図示すると Fig.1 のようになり、刻々定義される H が $k \sim H$ 平面に平行な曲線で描かれる。

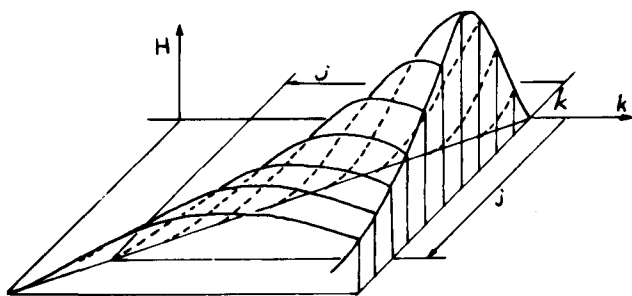


Fig.1 状態変数のとり方

k 軸に垂直な面で切って得られる H の値に番号(j)を付けて並べ、最大遅れに対応する H を順次捨てながら k ステップでの状態変数とすることになる。

以上のようにして、洪水流出系についてのいまの場合の観測方程式を示せば式(8)のようになる。

$$Z_k = m_k' h_k + V_k \tag{8}$$

ここに、Z は観測流量、m は降雨時系列からなるベクトルである。

状態変数 h は定常ではなく、従って式(3)の F は単位行列 I ではなくなる。式(3)を具体的に示せば、Fig.1 と式(7)から明らかなように、

$$\begin{bmatrix} h_{1, k+1} \\ h_{2, k+1} \\ \vdots \\ h_{j, k+1} \\ \vdots \\ h_n, k+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{H(k+1-1, 1)}{H(k-1, 1)} & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & \frac{H(k+1-j, j)}{H(k-j, j)} & & \\ 0 & & & \ddots & \\ & & & & \frac{H(k+1-n, n)}{H(k-n, n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1, k} \\ h_{2, k} \\ \vdots \\ h_{j, k} \\ \vdots \\ h_n, k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_{1, k} \\ U_{2, k} \\ \vdots \\ U_{j, k} \\ \vdots \\ U_n, k \end{bmatrix} \tag{9}$$

となる。

従って式(2)のように仮定する場合の F_k の対角要素は式(10)のようになる。

$$F_{jj,k} = \exp \{ 3A_2 - A_1 j \{ \exp(A_2(k+1-j)) - \exp(A_2(k-j)) \} \} \tag{10}$$

こうして、系の非定常特性が変換行列 F に集約される。

4. シミュレーションデータによる検証³⁾

式(2)の A₁、A₂ を与えて模擬データを作り、前述の流出予測方法の基本的検討を行った。非定常過程として作られたデータに対して、定常系、非定常系と見なす場合の1ステップ先の流出予測を比較した。その結果、状態推定の初期値・誤差の分散の与え方に関係して各ケースの予測精度が異なるが、同一条件のもとで非定常性考慮の場合の方が良好な結果を得ることが確認された。

5. 実河川データによる検討

実河川の降雨-流量データにより非定常系としての流出予測を検討するが、その前段階として、explicitな形式で扱いうる時変の流出係数を導入してその効果のみを調べてみる。

1) 流出係数の時間変化のみの考慮

・クワイヤイ川流域の場合 流域面積が

1 0 8 0 2 km² の洪水・低水を含めた雨季の日データであるが、Fig.2 から明らかなように流出係数の変化に著しい特徴があり、この点についての検討をまず行ってみた。クワイヤイ川流域における流出係数の時間変化はすでに得られており次式で与えられ

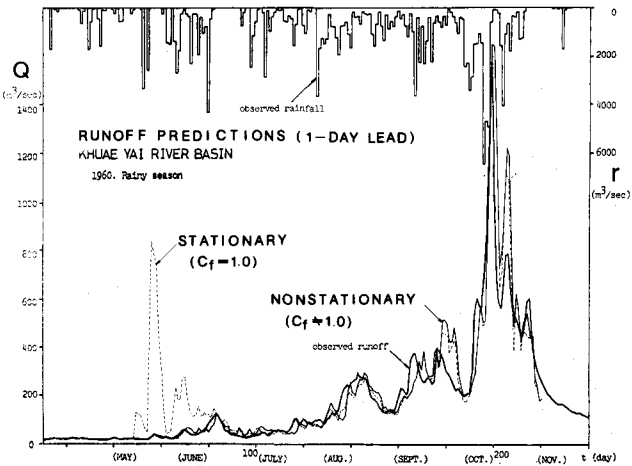


Fig.2 流出係数の変化を考慮した予測(クワイヤイ川)

ている。⁴⁾

$$C_f(t) = K_T \left[\int_0^t \frac{r}{R_T} dx \right]^{1.5} \leq 1.0 \quad (11)$$

ここに、 C_f は流出係数、 t は雨季開始からの時間、 r は t における観測降雨、

R_T は雨季期間中の総降雨量、 K_T は定数でほぼ 1.0 である。式 (11) を用いて有効降雨を求め、その値を使い線型モデルにより流出予測を行った結果が Fig.2 である。結果は観測降雨のままの予測と比較されるが、初期推定値に原因する予測開始直後の区間を除いて両者に大きな差はない。この理由として、この流域での流出係数の変化は対象とする流出の応答時間に対して緩慢なためと考えられた。そこで、洪水期間中流出応答時間と同程度に近い流出係数の時間変化について次に調べてみた。

・天竜川の場合 2034 km² の流域面積をもつ天竜川佐久間地点の時間データを用いた。1964 年～1970 年の間の洪水について直接流出 D と累加雨量 R との関係は Fig.3 のようになる。いま、簡単のために損失降雨の時間変化を指数形と仮定すれば、若干の計算ののち流出係数として次式 (12) を得る。

$$C_f(t) = 1 - a \cdot \exp[-b \int_0^t r dx] \quad (12)$$

ここに、 a 、 b は定数で、Fig.3 に

おける best fit の値はそれぞれ 0.78、0.0063 (mm⁻¹) である。式 (12) を用いて、ここでも線型モデルにより洪水予測を行い、観測降雨のままの予測との比較を示せば Fig.4 のようになる。この場合も予測精度の向上が特に見られない。有効降雨のみの非定常性の考慮は、カルマン・フィルターによる状態推定が効くようなある程度の回数以上のステップでは特別に効果的ではないようである。しかしながらこの点については、非定常性の程度・システムの誤差のとり方とも関連すると考えられることから、今後も更に検討する必要があると考えている。

2 非定常特性の検出と洪水予測

有効降雨の考慮が特に効果的ではないとひとまず前提をおき、ここでは非定常性のうちの応答関数の時間変化に関して調べ、3 節による予測法を試みる。

いま、Fig.4、Fig.5 を見ると一連の洪水データの中に 2 組ないし 3 組の対応する降雨・流量のグループがあることが判る。Fig.4 では 3 番目のグループ (29・30 日) のものはいわゆる非線型性が強いことが予想されるのでこれを除外して、残りのグループをそれぞれ通減曲線などを利用して分離し、個々について定常

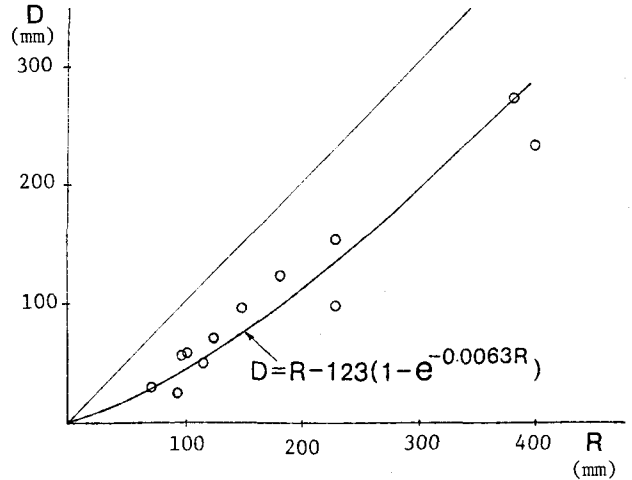


Fig.3 直接流出量と累加雨量 (天竜川)

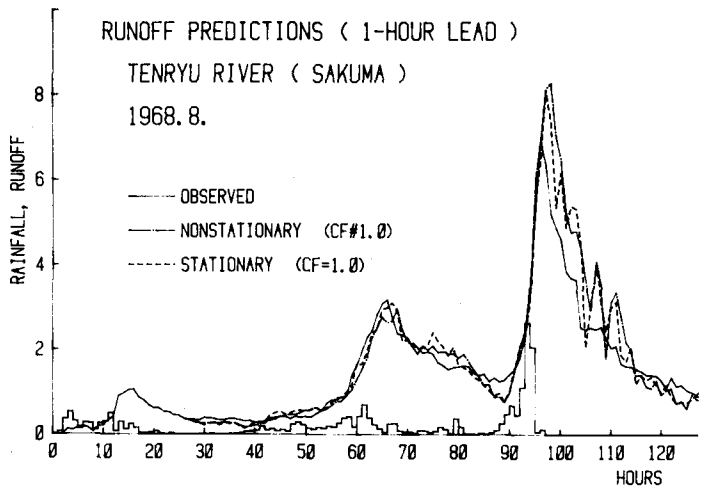


Fig.4 流出係数の変化を考慮した予測 (天竜川)

な線型解析を行う。線型の応答関数 H_s にはガンマ分布型の次の2種類について調べた。

$$H_s = \alpha^2 t e^{-\alpha t}, \quad H_s = \frac{\alpha^3}{2} t^2 e^{-\alpha t}$$

上二者のうち後者が多くの場合により適合していることが判り、後者による解析例が Fig.5 に示されている。それぞれのグループで流量ピーク時間の一致する応答関数のパラメタ α の値が異なっている。(2.での議論により時間軸方向の特性を重視している) α のそれぞれの値から応答関数の時定数は、この例で9時間から3時間程度に変化している。応答関数の仮定の不完全さは残るが、相対的な変化の同様な傾向は、解析可能な他の洪水資料からも得られた。それらの結果も含めて式(2・a)を採用することとし、式(2・b)では

$$\begin{cases} A_1 = 0.3 \quad (h_r^{-1}) \\ A_2 = 0.004 \quad (h_r^{-1}) \end{cases}$$

と定めてこの流域の非定常特性とした。

Fig.6 は以上の特性を与えて得られた1時間先の洪水流量予測例であり、Fig.7 は同様の計算で式(3)の雑音のレベルを上げた場合である。

Fig.6、7 より非定常性考慮の場合に予測性が向上していることが判る。一方、時間変化の流出係数(式(12))を考慮し、かつこの場合と同様の予測を試みたが、Fig.4 に対応した結果すなわち、Fig.6、7 の非定常予測と類似した結果が得られた。

予測計算の内容を知るために、通常の前測流量ハイドログラフの他に状態変数の変化を調べてみる。Fig.8、Fig.9 は最大流量出現付近の4ステップでの同定された状態変数を示している。これらのグラフ($\hat{H}$)は、ステップごとに推定して得られ

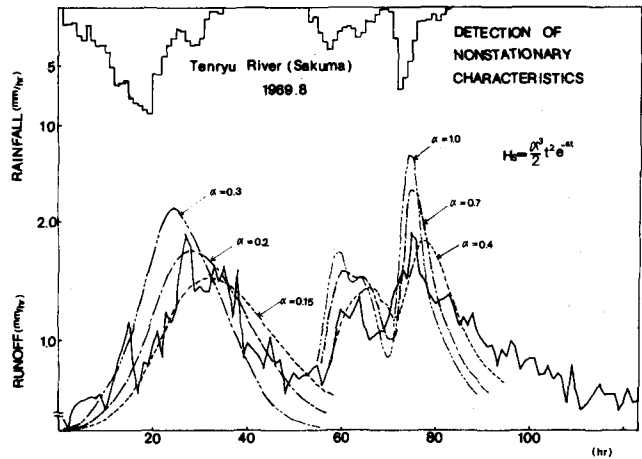


Fig.5 非定常特性の検出

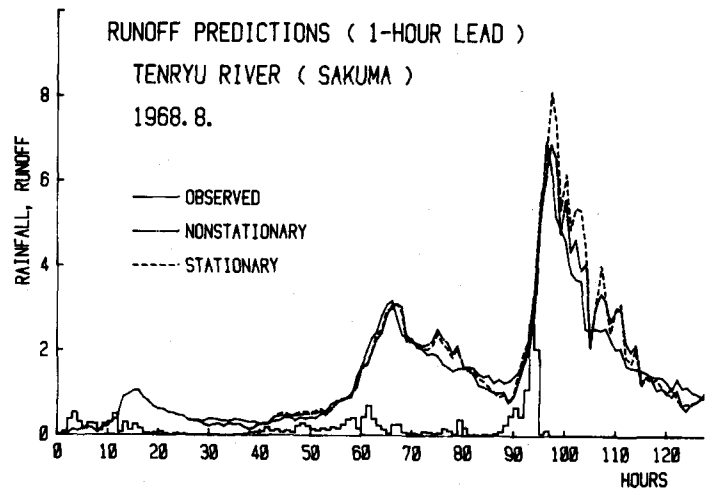


Fig.6 洪水流量予測 (u の分散: 0.0004)

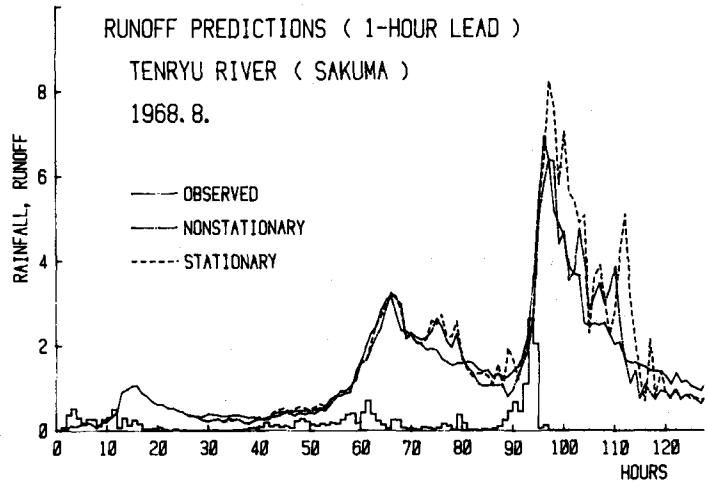


Fig.7 洪水流量予測 (u の分散: 0.01)

る $h(k, j)$ から編集し直されたもので Fig. 6 の場合のものである。Fig. 8、9 はそれぞれ、単位図、非定常単位図に対応する。両図とも最大遅れ時数の打ち切りにより、その点で $\hat{H}$ の値が突出しているが、Fig. 9 の場合の方がより安定した状態変数の推定過程にある様子が知れる。

6. おわりに

流出系全体の非定常特性を予め粗い推定のもとで考慮することにより、洪水流量予測の精度が着実に向上することが明らかになった。その計算過程や状態変数の推定はより安定して実行される。

本論文で挙げた例では非定常性考慮の効果が必ずしも大きな場合に該当しなかったが、流域特性や予測の対象によってはより有効な方法となることが考えられる。また、ここでは実河川データに表われた系全体の特性が使われたが、非定常性のダイナミックスの解明が進めば、より精密な変換行列の表示が別に得られるだろう。

本論文では特に議論しなかった非線型性との関係も含めて、今後更に検討したいと考えている。

最後に、貴重な水文資料を提供（1977年当時）して頂いた電源開発株式会社、および研究の当初に計算に協力された野村宜彦氏（横浜市下水道局）に心から感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 日野 : 水文流出系予測へのカルマン・フィルタ理論の適用、土木学会論文報告集、No. 221、PP. 39-47 (1974)
- 2) 西村・室田・江藤 : 貯留関数とカルマン・フィルタを組み合わせた流出予測法の特性解析、土木学会年講概要集、No. 32-II、PP. 161-162 (1977)
- 3) 砂田・野村 : 非定常流出系の実時間洪水流量予測について、自然災害科学総合シンポジウム講演要旨集、No. 8、PP. 93 (1981)
- 4) 日野・砂田 : 熱帯モンスーン地域における流出特性の解析、土木学会論文報告集、No. 267、PP. 61-69 (1977)
- 5) 端野・国方 : 豪雨の時系列予測を組み込んだ洪水予測について、水理講演会論文集、No. 22、PP. 203-208 (1978)
- 6) 有本 : カルマン・フィルタ、産業図書 (1977)

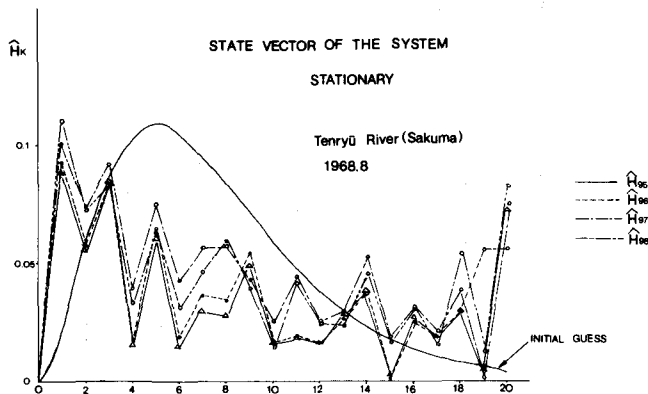


Fig. 8 状態変数の変化（定常）

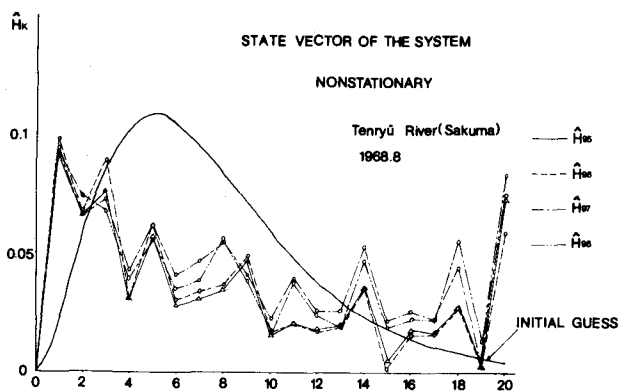


Fig. 9 状態変数の変化（非定常）