

地形パターン関数を導入した洪水流出モデル

Flood Runoff Model with a Geometric Pattern Function

京都大学工学部 正員 高 棹 琢 馬

京都大学工学部 正員 椎 葉 充 晴

1. はじめに

雨水流動の物理特性を組込んだ洪水流出系の解析法として雨水流法があるが、従来の研究は、主として長方形平面や単一河道など1次元モデルによって扱っている均一な場での流れのモデル化と、その複合体としての河川流域の表現という方法をとっている¹⁾。こうした方法で流域地形の形状が出水に及ぼす影響を十分に表現しようとする、非常に微細な流域場の分割を必要とする。

そこで、筆者らは、雨水流動の基礎方程式の中に流域地形の効果を表現する関数(地形パターン関数とよぶ)を導入する方向で、従来の雨水流モデルの拡張を試みてきた^{2), 3)}。均一要素の複合体として流域場を表現する従来の方法と違って、この新しい方法は、流域地形効果を総合的に表現できるという点ですぐれている。斜面系では、斜面地形形状の効果と、A層内中間流・A層を超えて発生する地表面流・水みち流の流れ機構の動的転移⁴⁾との複合作用を分析することが、これにより可能となる。また、河道網系では、各河道区分の流れを逐一追跡計算するのではなく、統合的に表現された単一の方程式系の解を求めればよいことになる。以下、2で地形パターン関数を導入したモデルを提示し、3で斜面系への適用を、4で河道網系への適用について述べることにする。

2. 地形パターン関数を導入したkinematic wave モデル

地形パターン関数 $p(y)$ を導入した kinematic wave モデルとは、次の方程式系で表現されるモデルをいう。

$$\partial s / \partial t + \partial w / \partial y = p(y) r(t), \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (1)$$

$$w = p(y) f(s/p(y)) \quad (2)$$

$$y=0 \text{ で } w=s=0 \quad (3)$$

$$Q(t) = w(1, t) \quad (4)$$

ただし、 $r(t)$ 、 $Q(t)$ はそれぞれ、時刻 t での入力と出力であり、 $s(y, t)$ と $w(y, t)$ は位置 y 、時刻 t での流積と流量、 f は流量 w を流積 s で表わす関数である。簡単のため、空間座標 y は無次元化してある。地形パターン関数 $p(y)$ が一定値をとるものとすれば、従来の kinematic wave モデルになる。

(1)～(4)式は、Cauchy の初期値問題を構成するが、特性曲線を追跡する方法で解を求めうるのはごく限られた場合であり、場合によっては shock wave が発生することもある。本研究では、shock wave が発生しても弱解が求められる1ステップの Lax-Wendroff スキーム⁵⁾を用いる。

3. 斜面系への適用

本章では、円錐面での kinematic wave モデルが、地形パターン関数を導入した kinematic wave モデルの特別の場合であることを示し、円錐面上での中間流・地表面流の追跡計算例を示す。また、さらに水みちの流れをも考慮したモデルを示し、実流域への適用例を示す。

3.1 円錐面上の kinematic wave モデル

金丸⁶⁾は、Fig. 1 のような収束または発散する円錐面上の表面流の連続式を次のように与えている。

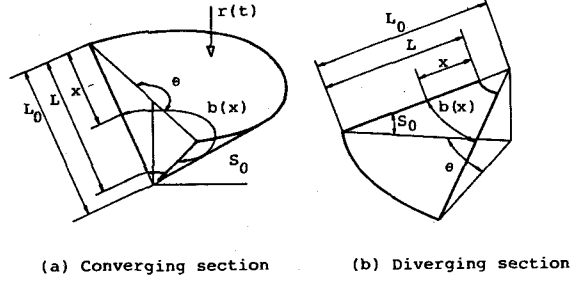


Fig. 1. Watershed Surface Models.

$$\partial h / \partial t + 1/b(x) \cdot \partial / \partial x \{ u h b(x) \} = r(t) \quad (5)$$

ただし、 h は鉛直方向に測った水深、 u は流下方向の平均流速、 $r(t)$ は有効降雨強度である。 $b(x)$ は位置 x での流域幅であり、Fig. 1 (a), (b) に対して、

$$b(x) = \theta \cos S_0 (L_0 - x) \quad (6a) \quad b(x) = \theta \cos S_0 (x + L_0 - L) \quad (6b)$$

である。 $q = uh$ とおくと、流出量 $Q(t)$ は $b(L) \cos S_0 q(L, t)$ で与えられるから、変換

$$y = x/L, \quad p(y) = b(Ly) L \cos S_0 \\ w(y, t) = b(Ly) \cos S_0 q(Ly, t), \quad s(y, t) = b(Ly) L \cos S_0 h(Ly, t) \quad (7)$$

を用いると、

$$\partial s / \partial t + \partial w / \partial y = p(y) r(t) \quad (8) \quad Q(t) = w(1, t) \quad (9)$$

を得る。流量と流積の関係式として、金丸⁶⁾は Manning の流速公式を、Woolhiser⁷⁾は指数関数を用いたが、以下では一般的に、これを $q = f(h)$ と表わすと、 $f^*(z) = f(z)/L$ とおいて、

$$w = p(y) f^*(s/p(y)) \quad (10)$$

を得る。結局、円錐面上の kinematic wave 流れは、2 で述べた地形パターン関数を導入したモデルで記述されることになる。(6), (7) 式より、円錐面では地形パターン関数 $p(y)$ は y の 1 次式であり、1 次の項の係数は、円錐面が収束するとき負、発散するとき正であることがわかる。特に 1 次の項の係数が 0 のときは矩形斜面を表わすことになる。

3.2 円錐面上の表面流生起場の変動

高棹・椎葉¹⁾は、中間流・地表面流の流量と流積の関係式を次のように与えた。斜面は A 層とよばれる均一な厚さの透水性の高い層におおわれているものとし、そのみかけの厚さを D とする。空隙率を r とすると、 A 層の厚さは D/r である。この斜面上の雨水流において、 A 層底からのみかけの水深を h で表わすことにする。このとき、斜面にそう平均流速を u とし、 $q = uh$ と h との関係を区分的に

$$q = f(h) = kh, \quad 0 \leq h \leq D \quad (11a)$$

$$q = f(h) = kh + \alpha(h - D)^m, \quad h \geq D \quad (11b)$$

と定めるのである。(11a)は中間流を、(11b)は流れがA層を超えたときの中間流と地表面流とを表わしている。 k 、 α 、 m は定数である。この流量と流積の関係式を前項で述べた(8)～(10)式に用いれば、円錐面上での表面流生起場の変動を考慮した出水モデルとなる。以下では、このモデルを用いて、地形形状が出水に及ぼす影響を検討する。ただし、出水特性の把握を容易にするために、(9)式の $Q(t)$ が流出高になるように変数を変換しておくものとする。このとき、円錐面では、 $p(y)$ は y の1次式になるから、 $p_0 = p(0)$ と置いて、 $p(y)$ を

$$p(y) = 2(1 - p_0)y + p_0 \quad (12)$$

と表わす。 $p_0 > 1$ では収束する円錐面、 $p_0 < 1$ では発散する円錐面、 $p_0 = 1$ は矩形平面を表わす。

以下

$$D = 100 \text{ mm}, \quad k = 0.05 \text{ hr}^{-1}, \quad \alpha = 0.5 \text{ mm}^{-2/3} \text{ hr}^{-1}, \quad m = 5/3, \quad p_0 = 1.5$$

を標準値として、各パラメタを変化させたときの流出高の変化を考察する。入力降雨 $r(t)$ は、継続時間が10時間で、ピークの降雨強度が20 mm/hrである2等辺三角形のものを考える。A層底からの浸透はここでは考えない。

特別に、 $D = \infty$ とすると、地表面流は発生せず、系は線形定常で、単位インパルス応答関数は $p(1 - kt)$ で与えられ、収束する円錐面($p_0 > 1$)では、発散する円錐面($p_0 < 1$)に比べて流出が遅くなる。ところが、 $D = 100 \text{ mm}$ (これは入力降雨総量に等しい)とすると様相が異なる。 $p_0 \leq 1$ では表面流は発生しないが、 p_0 が1をこえて収束する円錐面になると、その集水効果のため流れがA層を超えて表面流が生じる部分がでてくる。表面流が生じるとそこでの流速は一般に中間流のそれより大きいから、 $D = \infty$ の場合とは逆に p_0 が大きいほど出水が急激化する可能性がある。Fig. 2はこの事情を示している。もちろん、この効果は、Fig. 3にみられるように、表面流の定数 α が大きいほど、Fig. 4にみられるように、みかけのA層厚 D が小さいほど顕著である。

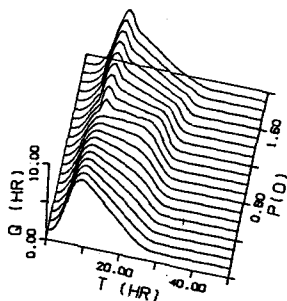


Fig. 2. Changes in the Run-off Height when p_0 varies.

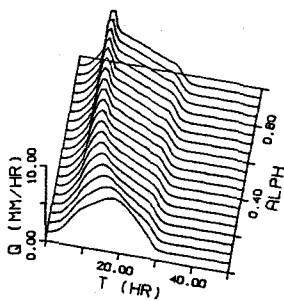


Fig. 3. Changes in the Run-off Height when α varies.

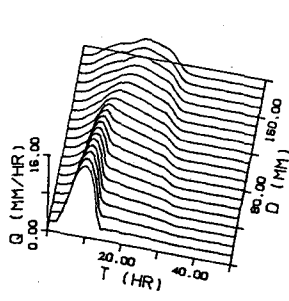


Fig. 4. Changes in the Run-off Height when D varies.

3.3 水みちの流れの追加

前項で述べた中間流・地表面流モデルを庄内川猪子石流域(27 km²)に適用した結果、降雨終了後、計算流量は急速に減少し実測値との適合性が不十分であることがわかったので、さらに水みち流および水みちへの中間流出⁴⁾を考えたモデルの適用を検討した。

すなわち、A層におおわれた領域での流れと水みち(あるいは裸地)での流れの連続式を

$$\partial s / \partial t + \partial w / \partial y = p(y)(1 - \lambda)(r - i) - q \quad (13)$$

$$\partial s^*/\partial t + \partial w^*/\partial y = p(y) \lambda (r - i) + q \quad (14)$$

とする。ただし、 λ は水みち面積率、 q は A 層域から水みちへの中間流出強度であり、

$$q = r \lambda \max (s - D_i (1 - \lambda) p(y), 0) \quad (15)$$

として求める。ここに、 r は定数、 D_i は A 層域での初期損失である。(13)、(14)式中の i は浸透強度である。 A 層域の貯水深と流量との関係は、初期損失 D_i を考えるほかは(11)式と同一とし、水みち(または裸地)での貯水深 s^* と流量 w^* との関係は、指数関数で

$$w^*/(\lambda p(y)) = \alpha^* (s^*/(\lambda p(y)))^{m*} \quad (16)$$

と表わされるものとする。

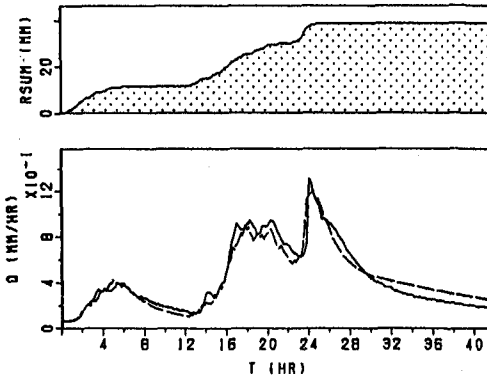


Fig.5. Runoff Reproduction (Inokosi, No.2)

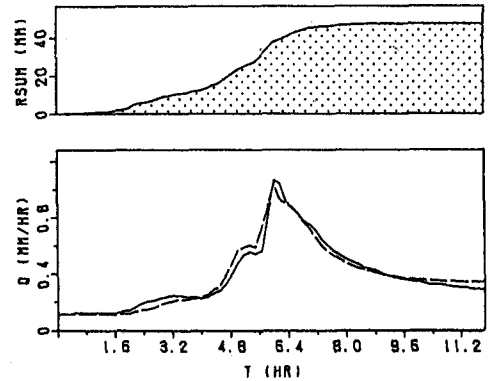


Fig.6. Runoff Reproduction (Arakawa, No.7107)

Fig. 5 は、このモデルを用いて、庄内川猪子石流域の流出⁸⁾を再現した例、Fig. 6 は野洲川支川荒川流域(0.18 km²)の流出⁹⁾を再現した例である。ただし、実線が観測値、破線が計算値であり、累加雨量も示している。いずれにおいても、浸透能はHortonの式を用いて算定し、最終浸透能と浸透能低減係数は由良川で得られている0.27 mm/hr、0.15 hr⁻¹という値¹⁰⁾をそのまま用いた。また、地形パターン関数 $p(y)$ は(12)式のような1次式とし、 m 、 m^* は計算時間の節減のため、いずれも2とした。その他の未知パラメータは、直接探索法¹¹⁾を用いて、計算値と実測値の残差平方和が小さくなるように決定した。Table 1 はこれらのパラメータの値を示す。水みち(または裸地)の面積率 λ が、猪子石流域で大きく、荒川流域で小さいのは、前者が完全な山地流域でなく、一部農地があることを反映しているとみられる。また、

Table 1. Estimated Values for Unknown Parameters.

Parameter	Inokoshi	Arakawa
α (mm.hr) ⁻¹	0.018	0.032
k hr ⁻¹	0.005	0.001
D mm	20.	31.
γ hr ⁻¹	0.114	0.161
λ -	0.240	0.047
$p(0)$ -	0.750	0.555
$i(0)$ mm/hr	0.783	1.091
D_1 mm	2.98	9.28

いずれの流域についても、取扱った出水の規模が小さく、A層を超える地表面流は発生していないので、みかけのA層厚の値は下限値を示しているに過ぎない。地形パターンは発散形となったが、地形量との対応を検討することは、適用例を増やしてパラメタの安定性を検討することを含めて今後の課題としたい。

4. 河道網系への適用

本章では、河道網での kinematic wave 流れが、やはり、地形パターンを用いたモデルによって統合的に表現されることを示す。

4.1 放射状河道網と線形河道網系

河道の流れは kinematic とし、流量 q と通水断面積 h の間に

$$q = \alpha h^m \quad (17)$$

なる関係があるものとする。 m が 1 のとき線形である。 $m = 1$ であるか、または、 $m > 1$ であっても河道網が放射状（分岐比が 2）であれば、後述するように地形パターン関数 $p(y)$ を決めると、河道網の流れは、

$$w = p(y) \alpha^* (s/p(y))^m \quad (18)$$

$$\partial s / \partial t + \partial w / \partial y = p(y) r(t) \quad (19)$$

$$Q(t) = w(1, t) \quad (20)$$

によって統合的に表現されることを示すことができる。ただし、 $Q(t)$ は河道網下流端の流量であり、 α^* は主河道長 L より、 $\alpha^* = \alpha/L$ として求められる。地形パターン関数 $p(y)$ は、流域下流端までの距離が x である河道上の地点数を $N(L-x)$ とするとき、

$$p(y) = LN(Ly) \quad (21)$$

として定める。

4.2 一般の河道網系

$m > 1$ でかつ河道網が放射状でない場合も、地形パターン関数 $p(y)$ と α^* を適当に選ぶことによって、近似的に (18) ~ (20) 式で河道網系を表現できることを数値実験によって示す。

数値実験の対象とする河道網は、リンク総数が 13 のトポロジカルに相異なるものの全体 (Fig. 7) とし、リンク長は 5 km、 α 、 m はそれぞれ、 $0.1m^{0.1}/sec$ 、1.45 とする。横流入は、ピーク値が 2 l/sec/m、縦続時間が 20 時間の 2 等辺三角形のもの (INPUT 1)、継続時間が 30 時間の台形状のもの (INPUT 2) を用いる。数値実験は次の手順で行なう。

- 1) 河道区分の流れを逐一追跡する (QNET と表わす)。
- 2) (21) 式による $p(y)$ と $\alpha^* = \alpha/L$ を用いて、(18) ~ (20) 式で流出量を求める (QPAT と表わす)。
- 3) $p(y)$ と α^* を未知量とし、INPUT 1 に対する流出量が QNET によるそれを再現するように決定する。ただし、 $p(y)$ は 0.25 ごとの 5 点での値を与えて他は直線で内挿する (SUIT と表わす)。
- 4) 3) で決定した $p(y)$ と α^* を用いて INPUT 2 に対して (18) ~ (20) 式で流出量を求める (*SUIT と表わす)。

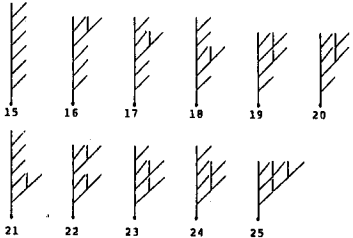


Fig. 7. Stream Networks Having 13 Links.

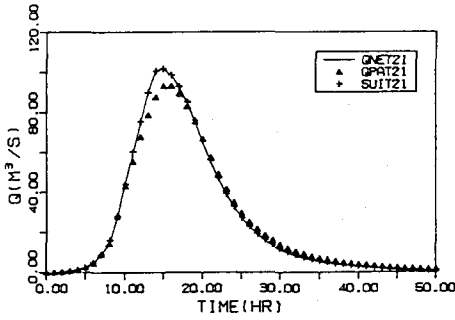


Fig.8. Comparison of Runoff Discharges in Network 21 for INPUT 1 among three models: QNET, QPAT, and SUIT.

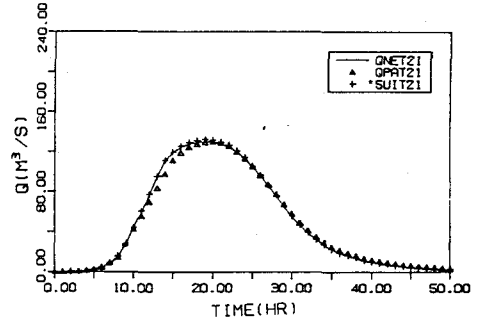


Fig.9. Comparison of Runoff Discharges in Network 21 for INPUT 2 among three models: QNET, QPAT, and *SUIT.

紙数の都合で、Fig. 7 中の番号 21 の河道網に対する結果だけを Fig. 8, Fig. 9 に示す。この例で示されるように、地形パターン関数 $p(y)$ とパラメタ α^* を適当に決定すれば、河道区分の流れを逐一追跡する場合とほとんど同じ流量が、(18)~(20) 式によって算出されること、また、この地形パターン関数 $p(y)$ とパラメタ α^* は入力によらず河道網系固有の定数とみてよいことがわかる。

5. おわりに

本研究では、流出場を長方形平面や単一河道のような均一な場、あるいはその複合体として表現する従来の方法と異なり、場の形状の効果を明示的に流れの基礎式の中に導入した。これにより、山腹斜面系では、斜面地形形状の効果と、中間流・地表面流・水みち流という流れ機構の転移とを結合することが可能となった。また、河道網系では複雑な集水過程を統合的に表現できるようになった。

なお、本研究では、京都大学大型計算機センター FACOM M-200 を用い、文部省科学研究一般研究 B(代表・高棹琢馬) の補助を受けたことを記し、謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 高棹・池淵・椎葉：京大防災研究所年報，第 20 号 B-2，昭 52，pp. 185-199.
- 2) 高棹・椎葉：京大防災研究所年報，第 24 号 B-2，昭 56，pp. 159-170.
- 3) 高棹・椎葉：第 18 回自然災害科学総合シンポジウム講演要旨集，昭 56，p. 151.
- 4) 石原(藤)・石原(安)・高棹・頼：京大防災研究所年報，第 5 号 A，昭 37，pp. 147-173.
- 5) 矢嶋・野木：発展方程式の数値解析，岩波書店，昭 52.
- 6) 金丸：土木学会論文集，第 73 号，昭 35，pp. 7-12.
- 7) Woolhiser：Trans. ASAE, Vol. 12, No.4, 1969, pp. 460-462.
- 8) 建設省中部地建：庄内川流出試験地水文資料，昭 50.
- 9) 京大防災研究所水文学部門：荒川試験地水文観測資料，昭 51.
- 10) 石原・金丸：土木学会論文集，第 32 号，昭 31.
- 11) 上田：京都大学大型計算機センター利用の手引き——プログラムライブラリー編，昭 55，pp. 71-78.