

融雪時期の流出解析

Runoff Analysis for the Period of Snow-melting

東京工業大学 正会員 日 野 幹 雄
東京工業大学 正会員 長谷部 正 彦

M. Hino & M. Hasebe, Tokyo Inst. of Technology

要 旨

北海道，東北そして北陸地方のような積雪地域の河川流量の春の融雪流出は，時には融雪洪水をもたらし治水上の重要な問題であるとともに，発電，その他の公共用水の供給源となり利水上にも重要な問題である。本論文では，このように水資源における治水，利水に大きな影響を与える融雪時期の流出機構を知るために著者らが提案している逆探法（フィルター分離AR法）により流出解析し流出構造，流域特性を検討してみる。

1. 対象流域および水文資料

対象流域としては，奥只見ダムの集水域である只見川上流域（流域面積 $A = 425.4 \text{ Km}^2$ ）である（図-1）。解析年は，1979年の融雪の始まる以前の11（月）（1978年）から，融雪が終了すると考えられる6月の末までの期間データである（図-2）。採用する水文資料は，流出量のほか，気温（日最高気温，日最低気温，午前9時に測定された気温）（図-3）と降雪量（この中には，降雨量も含まれている）および積雪深等である。

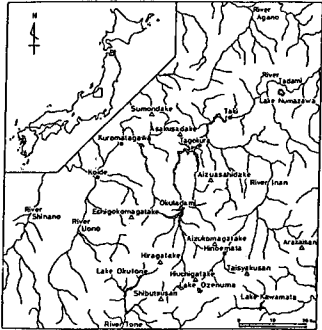


図-1. 奥只見流域図

2. 生の水文資料による貯留関係の検討

貯留量を調べるために，観測値の入力となる降雪（降雨も含まれる）時系列と出力である流出時系列の累積値を図-4にプロットする。また，融雪のない時期で降雨のない期間における流出ハイドログラフの逓減部により基底となる流出量を決める。

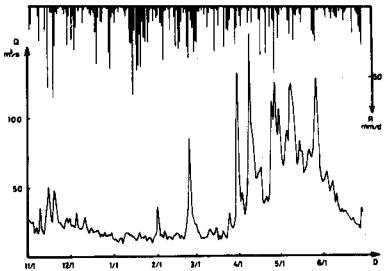


図-2. 奥只見ハイドログラフ

$$Q_b = Q_0 e^{-\alpha t} \dots \dots \dots (1)$$

ここに， Q_b ：基底流量， Q_0 ：降雨がやんだ後，2日～3日以後の流出量， α ：逓減係数， t ：日。

(1)式を積分していくと，基底流量の累積値を計算でき，その累積値を図-4にプロットする。

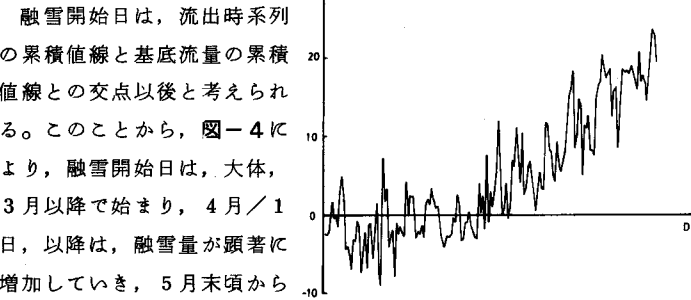


図-3. 気 温

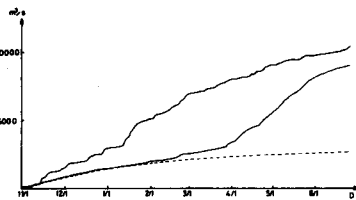


図-4. 入力と出力および基底流量の累積値

減少し、6月末頃までに融雪が終わることが推定できる。

次に、累積降雨（+降雪）量，すなわち累積入力量から累積流出量を差し引いた貯留量を図-5に示す。

3. 流出解析

（1）流出量の流出分離

流出時系列から流出成分（地下水流出成分，表面流出成分）に流出分離するには，次のように行なう。

得られた水文資料の流量時系列と降雨時系列により，コヒレンスを計算，あるいは流量時系列のみならば，自己回帰係数を計算することにより流出分離日数 T_c を決定する。流出分離日数が決定したら，次式の後方作用の数値フィルターにより流出分離を行なう。

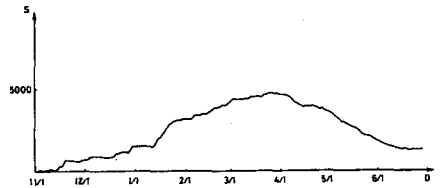


図-5. 貯留量

$$h(\tau) = \begin{cases} c_0 \exp\left(-\frac{c_1}{2} \cdot \tau\right) \sinh\left(\sqrt{c_0 - \frac{c_1^2}{4}} \cdot \tau\right) / \sqrt{c_0 - \frac{c_1^2}{4}} & (\tau \geq 0) \\ 0 & (\tau < 0) \end{cases} \dots\dots\dots (2)$$

ここに，

$$\left. \begin{aligned} c_0 &= (\delta / T_c)^2 \\ c_1 &= \delta^2 / T_c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

δ : 減衰係数。

本解析では， $T_c = 10$ 日であり， $\delta = 2.5$ を用いてる。
流出分離は，図-6に示す。

（2）表面流出量と気温の関係

表面流出量と気温の関係を，次式の相互相関係数から検討する（図-7）。

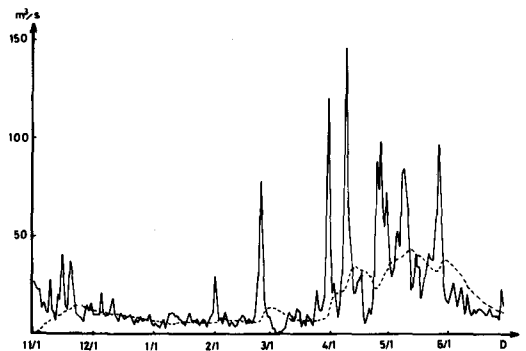


図-6. 流出分離図

$$\begin{aligned} R_{xy} &= \frac{\overline{x(t) y(t + \tau)}}{\sqrt{\overline{x^2}} \cdot \sqrt{\overline{y^2}}} \\ &= \frac{c_{xy}(\tau)}{\sqrt{c_x(0)} \cdot \sqrt{c_y(0)}} \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$x(t)$; 気温， $y(t)$; 表面流出量， c_{xy} ; 相互相関々数。

この結果，当然のことと思われるが， $\tau = 0$ の時，すなわち，遅れ時間が0のときに相関が高く， $\tau = 4$

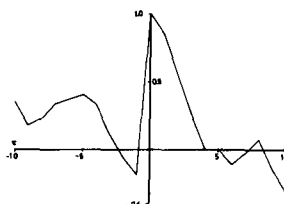


図-7. 表面流出量と気温の相互相関係数

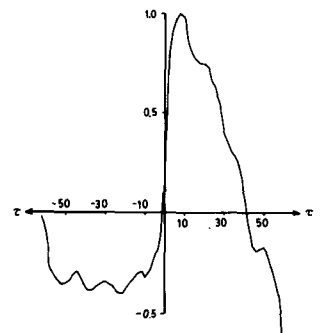


図-8. 表面流出量と地下水流出量の相互相関係数

日位で、 R_{xy} が0附近になっており、気温と表面流出量の関係は、密接に関連のあることが、図より確かめられた。

(3) 表面流出量と地下水流出量との関係

図-5から判断すると、表面流出量と地下水流出量に相関があるように見える。そこで、これらのことを検討するために、(4)式を用いて相互相関係数を求めると図-8になる。この図から、表面流出量として流出してくる融雪量と地下水流出量として流出してくる量との間には、およそ9日位の遅れ時間がある。

(4) ARモデル及びARMAモデルの適用性について

まず、自己回帰型 (AR式) と、さらに一般的な型として表現される自己回帰・移動平均型 (ARMA式) の適用性について簡単に述べる。

線型システムは、定常・非定常、決定的・確率的とを問わず、微分方程式(5)あるいは重畳積分式(6)で表わされる。

$$\alpha_n \frac{d^ny}{dt^n} + \alpha_{n-1} \frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} + \dots + \alpha_0 y = x(t) \dots\dots\dots (5)$$

あるいは、

$$y(t) = \int_{-\infty}^t h(t - \tau) x(\tau) d\tau \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $x(t)$ は入力、 $y(t)$ は出力、 $h(\tau)$ は応答関数。

式(5)、(6)の間には、テブラス変換を介して、一対一の対応のつくことは良く知られている。

さて、式(5)、(6)は共に差分式近似が可能である。微分方程式(5)の差分式化には、発散の危険性を避けるために定差型ラプラス変換とも云うべきZ変換を用いるのが普通であるが、式(6)は直接差分化が可能である。

$$y_i = h_0x_i + h_1x_{i-1} + \dots\dots\dots + h_mx_{i-m} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $y_i = y(i\Delta t)$, $x_i = x(i\Delta t)$, $h_m = h(m\Delta t)$ 。

式(7)は Backward shift operator B により

$$y_i = (h_0 + h_1B + h_2B^2 + \dots + h_mB^m)x_i \dots\dots\dots (8)$$

$$= \phi(B)x_i \dots\dots\dots (8a)$$

と書ける。(8a) 式を書きなおすと

$$x_i = \frac{1}{\phi(B)} y_i = a_0'y_i + a_1'y_{i-1} + a_2'y_{i-2} + \dots\dots + a_n'y_{i-n} \dots\dots\dots (9)$$

と自己回帰型の式が得られる。係数 a_i' と h_j' との変換式は省略する。(1)

(9)式を次のように書き直して

$$y_i = a_1y_{i-1} + a_2y_{i-2} + \dots\dots\dots + a_ny_{i-n} + x_i \dots\dots\dots (10)$$

($a_i = - a_i'/a_0$) とすれば、自己回帰・移動平均型である。ただし、MAの項は入力 x_i 一項のみで、ノイズ項 ε_i は欠いて

いる。(それは、特に確率過程を考えていないからである。)

われわれが、降雨一流出に用いているのは降雨を入力 x_i 、流量を出力 y_i とする式(10)で ARMA 型式の式である。これを単に ARMA 式と呼ぶ。式(10)は決定論的過程を表わしており定常確率過程という制約を受けない。

k	AR coef.	
	y(1)	y(2)
1	2.3310	0.9307
2	-2.0521	-0.1814
3	1.0795	
4	-0.6789	
5	0.4898	
6	-0.1731	

（５） ARモデルの各流出成分への適用

(4)の解釈により、表面流出成分と地下水流出成分に(9)式の AR モデルを適用する。(日単位の降雨は、白色雑音と考えられるので、式(9)の x_i は ε_i である)。

なお、係数 a_j の決め方は、 $i = 1$ から $i = m (\geq n)$ まで $y_i, y_{i-1}, y_{i-2}, \dots$ について実測値を代入して並べると、上式は未知数 a_j に関する連立一次方程式となり、最小二乗法により解を求めることができる。Y - W 法も、Burg 法も最小二乗法の一つである。その結果、表面流出量成分には、AR(2)、地下水流出成分には、AR(6)である。

表 - 1. 各流出成分の自己回帰係数

（６） モデルの検証

各流出成分に自己回帰モデルを適用し、そのモデルの妥当性の検証のために、逆推定した降雨により、流量を計算する(図-9)。この結果、流出分離した成分時系列を、逆推定降雨によりジェネレートした流量と一致している。このことから適用した AR モデルが妥当であることが確かめられた。

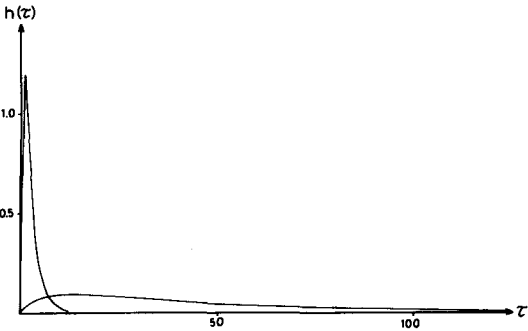


図-10. 応答関数

（７） 応答特性

表面流出、地下水流出成分に AR モデルが適用され、流域特性の指標となる AR 係数が推定された。

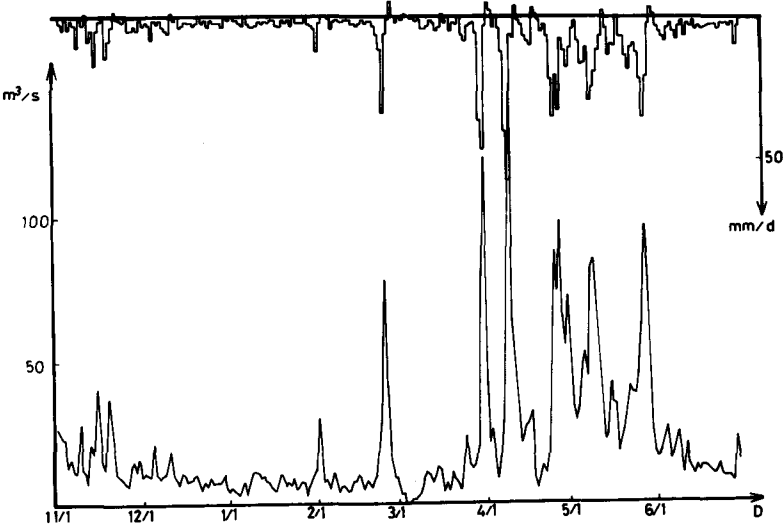


図 - 9. モデルの検証 と表面流出量の逆推定

AR係数が求まったので、応答関数 $h_0, h_1, \dots, h_m$ が次式で求まる。

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= 0 \\ h_1 &= (a_1 b_0 + b_1) \beta^{-1} \\ h_2 &= (b_2 + b_1 a_1 + b_0 a_1^2 + b_0 a_2) \beta^{-1} \\ &\vdots \\ h_m &= \sum_{j=1}^m h_{m-j} \cdot a_j \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $b_i \equiv 0$ ($i \geq 1$ and $b_0 = 1$)

$$\beta = \frac{86.4 (b_0 + b_1 + b_2 + \dots + b_q)}{A(Km^2)(1 - a_1 - a_2 \dots - a_p)}$$

上式に計算した応答関数を図-10 に示す。

この図から、表面流出系では、応答関数がシャープな形になっていて、1～2日位にピーク流量に達し、10日位までに、ほぼ流出しおえる。一方、地下水流出系では、13～14日位にピーク流量に達し、3ヶ月位までの長時間かかって流出していることが理解できる。

図-9 には、表面流出量の逆推定の融雪量を示す。

あとがき

積雪地河川の貯留関係および流出解析をし応答特性を検討した。その結果、表面流出成分の流出量と気温の間には、強い相関があることが示された。また表面流出量として流出してくる融雪量と地下水流出量として流出してくる融雪量との間には、10日位の遅れ時間があると推定された。応答特性は、表面流出系では、1～2日位でピーク流量に達し、その形は、シャープな応答関数であり、一方、地下水流出系では、10日位でピーク流量に達し、応答関数の形も、後ろに尾を引いたような形をとった。

このような結論を得られたが、この解析は、奥只見ダムの一例(1年)の解析結果にすぎないので、もう少し解析年を増やして、真の応答特性を推定する必要がある。また、今後の課題としては気温、高度による積雪面積の変化等も考慮した融雪量の算定と、逆探法による融雪量の算定とを比較検討して融雪量を算定していく必要があると思われる。

謝 辞

この解析に、貴重な資料を提供して頂き、また、色々と御助言を与えてくれた電源開発株式会社の土木部設計室の藤野浩一氏、黒田重徳氏始め、同設計室の諸氏に心から感謝の意を表します。

参考文献

- (1) 日野幹雄・長谷部正彦：流量時系列のみによる流出解析について，土木学会論文報告集，第300号，1980
- (2) 日野幹雄・長谷部正彦：融雪時における河川の流出解析，第18回自然災害科学総合シンポジウム，10月，1981
- (3) Linsley. R. K. and others : Applied Hydrology, 1949
- (4) 境 隆雄：河川の融雪流出に関する研究，土木学会論文集，第95号，1963

- (5) 武田 要・高橋 裕：LANDSAT雪線情報と積算暖度法による流域最大積雪水量算定に関する研究，土木学会論文報告集，第311号，1981
- (6) 岡本芳美・加藤皓一：河川水質面から見た融雪水の流出過程について，第23回水理講演会論文集，1979
- (7) 電源開発株式会社：奥只見地域，積雪・気象・流量調査資料，1980