

浮流砂の堆積現象の数値解析

Numerical Analysis of Sedimentation of Suspended Load

早稲田大学理工学部 正 員 鮎川 登

早稲田大学大学院 学生員○錦織 和紀郎

電源開発株式会社 正 員 杉山 弘泰

早稲田大学理工学部 学生員 下村 博史・中川 正

1. はじめに

浮流砂を伴う流れが水深の大きな貯水池や河口部に流入すると、浮流砂は次第に沈降し、河床に堆積していく。このような浮流砂の流下方向の河床堆積高の変化は河床変動式によって解析される。河床変動式によって河床堆積高を求めるためには、浮流砂量を算定することが必要であるが、水量が変化する場合の浮流砂量は平衡状態に対する浮流砂量式を用いて算定することはできないので、数値計算によって浮流砂量を算定する。浮流砂量の計算では、河床の境界条件、浮流砂の拡散係数および沈降速度の与え方が問題になる。本研究では、図1に示すような深さが急激に大きくなる水路を使って実験を行ない、上流から供給された浮流砂の濃度分布および水路床堆積高の流下方向の変化を測定し、数値計算の結果と比較し、水路床の境界条件、浮流砂の拡散係数および沈降速度について検討した。

2. 実験装置および実験方法

実験は長さ7.8m、高さ30cm、幅10cmの水路を用い、水路の上流側1.0mの区間の水路床を12cm高くし、その下流に勾配1:5.8の斜面をとりつけ、水路の下流端には高さ13.5cmの堰を設けて行なった(図1)。水路床勾配は1/300とし、流量は3.0ℓ/sとした。上流から図2に示すような粒度分布をもつ珪砂(密度2.67g/cm³)を供給し、下流側の水深の大きい区間において流速分布、濃度分布および水路床堆積高を測定した。流速分布の測定結果によると、斜面の下流端付近は逆流したりするが、斜面下流端から約2m以上離れると流速分布はほぼ一様になるので、斜面下流端から2.0mの断面を原点とし、それより下流方向にx軸をとり、x=0、1.15、2.15および3.15mを測定断面とした。浮流砂濃度は直径4mmのステンレスパイプを用い、水深方向に1cm間隔でサイフォンにより採水し、測定した。なお、摩擦速度は約0.8cm/sと小さく、水路床に堆積した砂の移動および水路床からの砂のまき上がりは認められなかった。

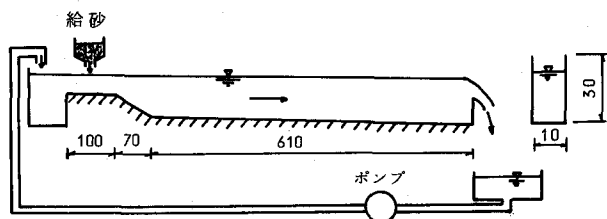


図1. 実験水路(単位cm)

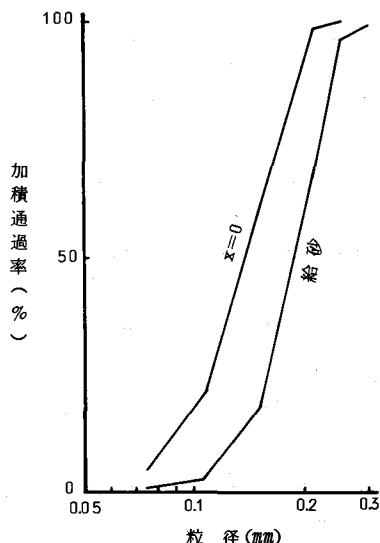


図2. 粒度分布

3. 浮流砂濃度の算定

浮流砂の濃度分布に関する方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial(cu)}{\partial x} + \frac{\partial(cv)}{\partial y} + \frac{\partial(cw)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}(\epsilon_x \frac{\partial c}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\epsilon_y \frac{\partial c}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\epsilon_z \frac{\partial c}{\partial z}) + w_0 \frac{\partial c}{\partial z} \quad (1)$$

ここで、 c は浮流砂濃度、 x 、 y 、 z はそれぞれ流下方向、幅方向および鉛直上向きに距離座標、 u 、 v 、 w はそれぞれ x 、 y 、 z 方向の流速成分、 ϵ_x 、 ϵ_y 、 ϵ_z はそれぞれ浮流砂の x 、 y 、 z 方向の拡散係数、 w_0 は浮流砂の沈降速度である。

2次元定常流の場合を考え、

$$\frac{\partial}{\partial z}(\epsilon_z \frac{\partial c}{\partial z}) \gg \frac{\partial}{\partial x}(\epsilon_x \frac{\partial c}{\partial x})$$

であるとする、(1)式は次のようになる。

$$u \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z}(\epsilon_z \frac{\partial c}{\partial z}) - w_0 \frac{\partial c}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

(2)式を解くときの境界条件は上流端においては浮流砂の濃度分布を与える。

すなわち、

$$c(0, z) = c_0(z) \quad (3)$$

水面においては水面を横切る浮流砂が存在しないことから

$$\left[\epsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} + w_0 c \right]_{z=h} = 0 \quad (4)$$

とする。水路床における境界条件は明確ではないが、本実験の場合には掃流砂がないことおよび水路床からの砂のまき上がりが少ないことから次の2通りの条件を考えた。

$$c(x, 0) = 0 \quad (5)$$

あるいは

$$\left[\frac{\partial c}{\partial x} \right]_{z=0} = 0 \quad (6)$$

拡散係数の関数形としては次の2通りを考えた。

$$\epsilon_z = \beta \epsilon = \beta \kappa u_* z \left(1 - \frac{z}{h}\right) \quad (7)$$

あるいは、本実験の流速分布(図3)を考えて、

$$0 \leq z \leq \frac{h}{4} : \epsilon_z = \beta \kappa u_* z \left(1 - \frac{z}{h}\right) \quad (8)$$

$$\frac{h}{4} < z \leq h : \epsilon_z = \frac{3}{16} \beta \kappa u_* h$$

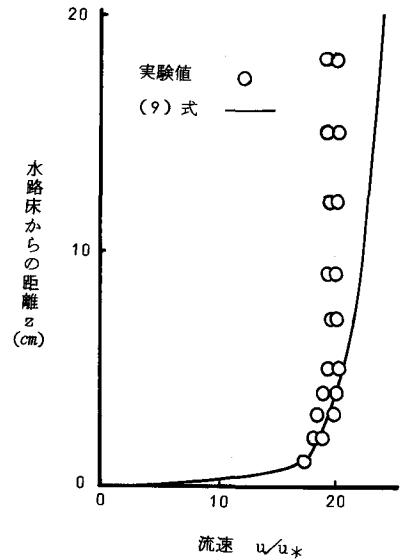


図3. 流速分布

ここで、 β は比例係数、 ϵ は流れの渦動粘性係数、 κ はカルマン定数、 h は水深である。

なお、流速分布は図3に示すように、水路床に近いところ ($0 \leq z \leq h/4$) では滑面の対数分布式

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{9u_* z}{\nu} \quad (9)$$

に従うが、それより浅いところではほぼ一定になり、対数分布則に従わなくなる。(9)式で、 u_* は摩擦速度、 ν は流水の動粘性係数である。

浮流砂の沈降速度は次式によって計算した。

$$w_0 = \alpha w_{0s} = \alpha \sqrt{sgd} \left\{ \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36\nu^2}{sgd^3}} - \sqrt{\frac{36\nu^2}{sgd^3}} \right\} \quad (10)$$

ここで、 α は比例係数、 w_{0s} は静水中における砂の沈降速度で、Rubey の式で算定する、 s は砂の水中比重、 d は粒径、 g は重力の加速度である。

(2) 式をCrank-Nicolson の差分スキームにより差分化し、水路床における境界条件と拡散係数の関数形を変えて浮流砂の濃度分布の数値解を求めた。その結果、拡散係数は(7)式で計算しても、(8)式で計算しても浮流砂の濃度分布の計算結果はそれほど変わらなかったで、拡散係数としては通常用いられている(7)式の関数形を用いることにした。

拡散係数の比例係数 β と沈降速度の比例係数 α をともに1.0として計算した浮流砂濃度は実験値と比較して非常に小さくなった。そこで、まず、 β の値をいろいろ変えて計算したが、実験値と合わせることはできなかった。つぎに、 β は1.0とし、 α の値をいろいろ変えて浮流砂濃度を計算し、実測値と合わせるようにしたところ、 $\alpha = 0.7$ とすると、計算値と実験値がほぼ一致する結果が得られた。乱流中における沈降速度は静水中におけるよりも小さいものと考えられ、 $\alpha < 1.0$ となることは妥当であると思われる。平衡状態の浮流砂の濃度分布に関してはこのような考慮がされずに良い結果が得られているが、乱流中における沈降速度について検討することが必要であろう。

$\alpha = 0.7$ 、 $\beta = 1.0$ とし、水路床の境界条件を(5)式とした場合と(6)式とした場合について濃度分布を計算したところほぼ一致する結果が得られた。水路床の境界条件として(6)式を用いた場合の浮流砂の濃度分布の計算結果を実験値と比較すると、図4のようになり、計算値と実験値はほぼ一致した。

4. 浮流砂量フラックスの算定

浮流砂の濃度を求める場合には、水路床の境界条件が明確でないので、

$$F_s(x, z) = c(x, z) \cdot u(x, z) \quad (11)$$

で定義される浮流砂量フラックス F_s を未知数として解くことを考える。この場合は、本実験では水路床に堆積した砂は移動しないので、水路床の境界条件は $F_s(x, 0) = 0$ とおけるであろう。

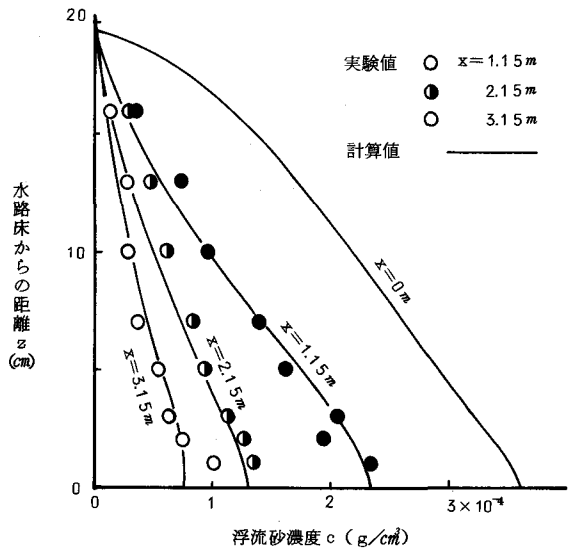


図4. 浮流砂濃度の鉛直分布

$c = F_s / u$ を(2)式に代入し、 F_s についての方程式を導くと、次式が得られる。

$$\frac{\partial F_s}{\partial x} - \frac{\varepsilon_z}{u} \frac{\partial^2 F_s}{\partial z^2} + \left(-\frac{1}{u} \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial z} + \frac{2\varepsilon_z}{u^2} \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{w_0}{u} \right) \frac{\partial F_s}{\partial z} + \left\{ \frac{1}{u^2} \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\varepsilon_z}{u^2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{2\varepsilon_z}{u^3} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \frac{w_0}{u^2} \frac{\partial u}{\partial z} \right\} F_s = 0 \quad (12)$$

境界条件は次のようになる。

$$\text{上流端} : F_s(0, z) = F_{s0}(z) \quad (13)$$

$$\text{水面} : \left[\varepsilon_z \frac{\partial F_s}{\partial z} + w_0 F_s \right]_{z=h} = 0 \quad (14)$$

$$\text{水路床} : F_s(x, 0) = 0 \quad (15)$$

(12)式をCrank-Nicolsonの差分スキームにより差分化し、浮流砂の拡散係数として(7)式($\beta = 1.0$)、沈降速度として $\alpha = 0.7$ としたときの値を用い、浮流砂量フラックス F_s の数値解を求め、実験値と比較すると、図5のようになる。図5には水路床の境界条件を(6)式として求めた浮流砂濃度 c を用いて(11)式から浮流砂量フラックスを求めた結果も破線で示した。図5によると、 F_s を直接求めた場合と c から求めた場合とでは、浮流砂量フラックスは水路床付近ではかなり異なり、 c から求めた方が実験値に近い値を与えることがわかる。

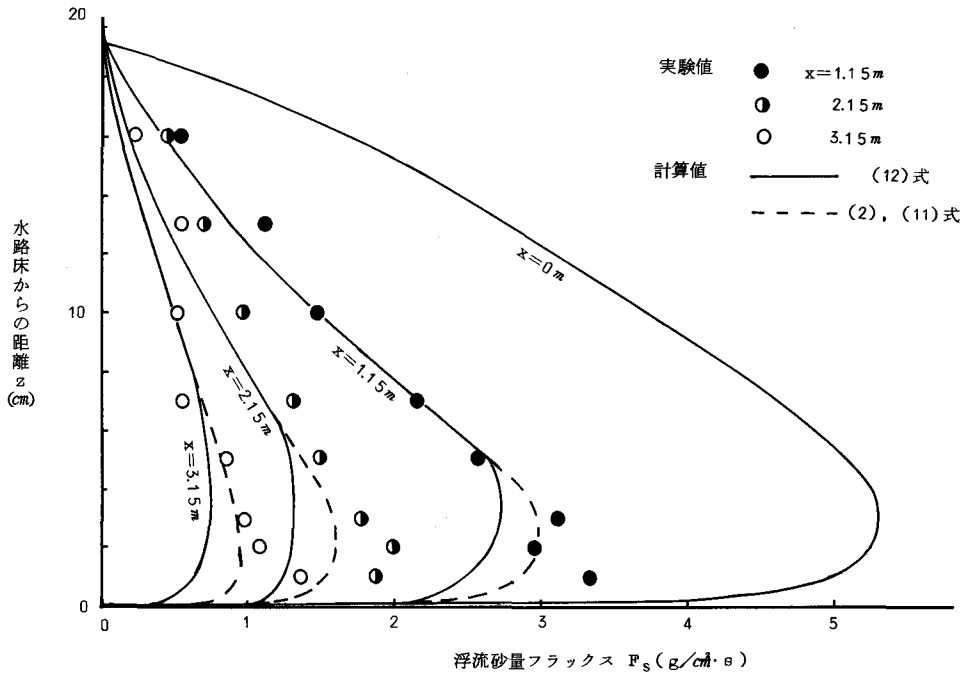


図5. 浮流砂量フラックスの鉛直分布

5. 浮流砂量の算定

浮流砂濃度分布あるいは浮流砂量フラックスの計算値を用いて各断面の単位幅当りの浮流砂量 q_s を次式により計算する。

$$q_s(x) = \int_0^h c u dz = \int_0^h F_s dz \quad (16)$$

浮流砂濃度分布および浮流砂量フラックスを用いて算出した q_s の違いは数%程度であった。 $\alpha = 0.7$ 、 $\beta = 1.0$ とし、水路床の境界条件を(6)式として求めた浮流砂濃度から(16)式により算定した各断面における単位幅当りの浮流砂量 q_s の計算値と実験値を比較すると、図6のようになり、計算値と実験値はほぼ一致した。なお、図6には $\alpha = 1.0$ としたときの計算結果も示したが、この場合には計算値は実験値にくらべ非常に小さい値を与えることがわかる。

図6によると、 $\log q_s$ と x はほぼ直線関係にあり、次式のように表示され、浮流砂量は流下距離に対してほぼ指数関数的に減少することがわかる。

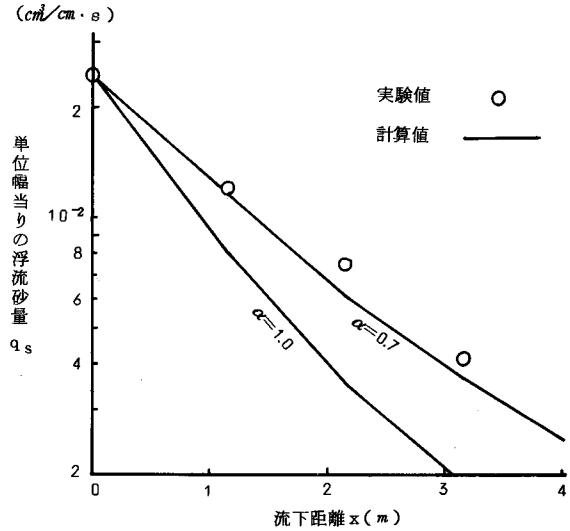


図6. 単位幅当りの浮流砂量の流下方向の変化

$$q_s = q_{s0} \exp(-ax) \quad (17)$$

ここで、 q_{s0} は $x = 0$ における単位幅当りの浮流砂量であり、 a は係数である。

6. 水路床堆積高の算定

浮流砂の堆積による水路床高の変化は次式で計算される。

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = -\frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_s}{\partial x} \quad (18)$$

ここで、 z_b は水路床高、 λ は水路床砂の空隙率である。

$\alpha = 0.7$ 、 $\beta = 1.0$ とし、水路床の境界条件を(6)式として浮流砂濃度を求め、(16)式から q_s を求め、(18)式により、 z_b を求め、実験値と比較すると、図7および図8のようになる。これらの図によると、計算値と実験値はほぼ一致していることがわかる。

(17) 式を (18) 式に代入し、 z_b を求めると、

$$z_b = \frac{a}{1-\lambda} q_{s0} \exp(-ax) \cdot t \quad (19)$$

となる。(19) 式によると、各断面における水路床堆積高は時間に比例し、流下方向については堆積高は指数関数的に減少することになるが、これは図7および図8に示した実験の傾向と一致している。

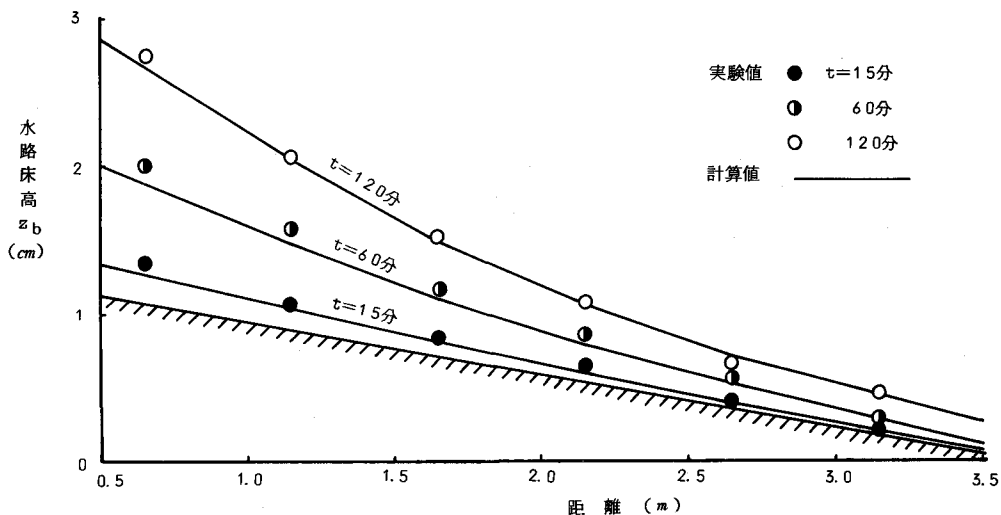


図 7. 水路床高の時間変化

7. まとめ

水深が急激に増加する水域に上流から浮流砂を伴う流れが流入するときの浮流砂の濃度分布、浮流砂量および水路床堆積高について実験と数値計算により検討した結果、次のことが示された。

(1) 浮流砂の濃度分布の計算値と実験値を一致させるためには、浮流砂の沈降速度を静水中の沈降速度の0.7倍とすることが必要であった。

(2) 浮流砂濃度に対する水路床の境界条件として(5)式と(6)式を設定して浮流砂の濃度分布を計算し、実験値と比較することによりどちらの境界条件がより妥当であるか判断しようとしたが、計算結果はほぼ一致し、

どちらの場合の計算値も実験値に近い値を与えることになり、本実験の浮流砂濃度に対する水路床の境界条件を決めることはできなかった。

(3) 浮流砂量は流下方向に指数関数的に減少する。

(4) 水路床堆積高は各断面においては時間に比例して増加し、流下方向には指数関数的に減少する。

本研究は文部省科学研究費補助金（総合研究（A）：研究代表者早稲田大学理工学部吉川秀夫教授）の補助を受けたことを付記し、謝意を表します。

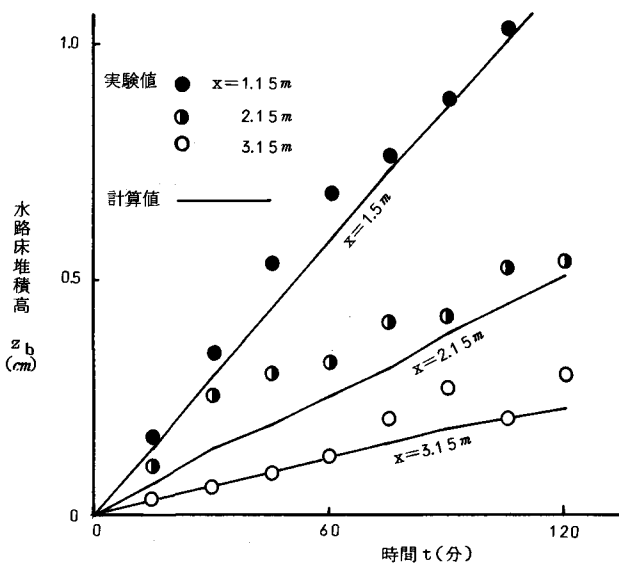


図 8. 水路床堆積高の時間変化