

堆積砂層を有する管水路内の流砂の抵抗と流砂量について

On the Hydraulic Resistance and Transport Rate of Sediment in the Pipes Having Deposited Layer of Solids

高知工業高等専門学校 正会員 那 須 浩 平
中央大学理工学部 正会員 林 泰 造

1. はじめに

管水路内の流砂において静止堆積層が形成された場合、流砂面（堆積層の表層）での力学的機構は、水流と砂層との境界面における水と砂粒子の相対運動であるという点では共通する点も多くあるであろう。

しかしその反面、一方は自由水面を有する場での機構であり、他方は限定された空間における運動であるという点で、全く相違する面も多くあると考えられる。

この両者の具体的な違いについては未だに明らかでない点が少なからず残されており、このことは管水路内の流砂の解析に移動床開水路の理論を援用するに際しても大きな障害となっている。

開水路の流砂の場合には、河床波の発生や発達とも関連して、対象とする流送条件が極めて多様であり、抵抗や流砂量に関する式も多岐にわたるものが提案されており、それ等の各式の適用範囲についても微妙な問題があるようである。

円管内での流砂の研究が移動床開水路の研究に比べてかなり立ち遅れている現況から、流砂面での機構を検討する場合、多くの面で開水路の式の使用に頼らざるを得ないのが実状であるが、それではそれ等の式の中からどれを選定すべきかという具体的な問題になると容易には結論が出せないのが現状である。

基本的な原因は、円管内の流砂面での水理学的特性が十分に把握されていないことである。

このような事情から、式を選定に先立って、円管内での現実の流れの状態がどのようなものであるかを、現在の資料から可能な限り検討することも必要であると思われる。

本報はこのような観点に立って、図-1のモデル、および後述の二つの仮定に基づいて従来の代表的な実測値を検討し、その結果と開水路の式の二、三の例との比較を行い、管水路に対してある程度まで適当であると思われる抵抗の式と流砂量の式を提案したものである。

2. 基本の方針

管水路内に堆積砂層が形成された場合、流れの全体的な抵抗は、管壁面と流砂面という全く異質の抵抗特性を有する二種類の境界面での抵抗が合成されて現われる。

このような場合、管壁面での抵抗を除去して、流砂面に作用している正味のせん断力を求めるのに、Johnson¹⁾²⁾等の方法を参考にして図-1のモデルを使用した。

すなわち、開水路の側壁の影響を除去する場合と同様に、円管の全断面積から堆積砂層の断面積を差し引いた流水断面積 (free-flow area) を二つの subarea A_w と A_b とに分割した。

A_w と A_b とは、断面平均流速とエネルギー勾配とを共通にするが、no shear line を境にして全く独立した別個の水路であると考え、管壁面での抵抗は全て A_w によって受け持たれ、 A_w での流れの力は流砂面 B-B には全く影響しないものとする。管壁面での抵抗は

$$\tau_w = \rho g R_w S \quad \text{-----} (1)$$

で定義される。ここに、 τ_w : 管壁面のせん断応力、 ρ : 水の密度、 g : 重力加速度、 S : エネルギー

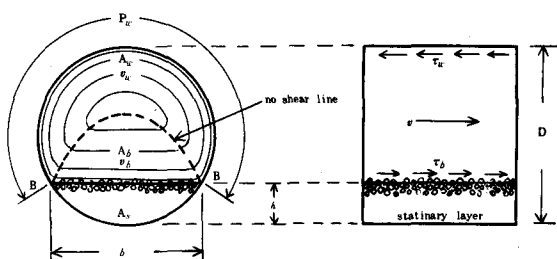


図-1 流砂面の抵抗を算定するモデル

勾配で、 R_w は

$$R_w = \frac{A_w}{P_w} \quad (2)$$

と書き表わされる。また、流砂面での抵抗は

$$\tau_b = \rho g R_b S \quad (3)$$

で、 R_b は

$$R_b = \frac{A_b}{b} \quad (4)$$

で定義する。

二つの subarea A_w と A_b との配分比を定めるのに、次の諸式を使用する。

$$v_w = v \quad (5)$$

$$v_b = v \quad (6)$$

$$v_w = \sqrt{\frac{8 g R_w S}{f_w}} \quad (7)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f_w}} = 1.74 - 2 \log_{10} \left(\frac{k}{2 R_w} + \frac{18.7}{R_e \sqrt{f_w}} \right) \quad (8)$$

$$\frac{v_b}{\sqrt{g R_b S}} = 5.75 \log_{10} 12.27 \frac{R_b}{k_s} \quad (9)$$

こゝに、 v : free-flow area 全体の断面平均流速、 v_w : A_w での断面平均流速、 v_b : A_b での断面平均流速、 f_w : 管壁面での摩擦損失係数、 k : 管壁面の相当粗度で、本報においては一般の工業用鋼管のもの ($k=0.06$ mm) を用いる。 R_e は、 $R_e = v_w \cdot 4 R_w / \nu$ で表わされ、 ν には 0.01 (cm²/sec) を用いる。 k_s は等価砂粒粗度である。

断面積の配分に際して、式の数 (5)、(6)、(7)、(8)、(9) の 5 個であるが、これ等の式の中には、 S を与えたとしても v 、 v_w 、 v_b 、 R_w 、 R_b 、 f_w 、 k_s の計 7 箇の未知量が含まれており、系を閉じるためにはさらに 2 箇の式が必要である。

この段階で移動床開水路の式を使用するのも一つの有力な方法であるが、しかしそれには多少問題があるようである。

このことについて若干具体的に述べることにする。

相当粗度 k_s の問題を例に挙げるならば、移動床開水路での k_s の主要因子は河床形態であり、河床波の形成、発達には水深や水面変動も密接に関係する。

一方、管水路内のある区間に砂の隆起が発生した場合（または隆起が通過する場合）、その隆起の両側での圧力差が急増し、動水勾配が増す結果としてその区間での掃流力が強化される。（図-2）

そのために、発生した隆起はかなり短時間の間に下流に押し流されて砂面がならされる傾向が強く、管路内ではどちらかといえば sand wave の発達が阻害されやすい側面をもつ。開水路の場合のように、水面変動を伴ないながら隆起を乗り越えて水が流れることがないからである。

掃流力の増減に伴う sand wave の発達や減衰に関しても、固体壁の存在が原因となって、開水路と管水路とはかなり異った様相を呈するものと想像される。

このように、管水路と開水路とは砂面形状の形成のメカニズムにも違いがあり、従って k_s の中に含まれる水理学的内容も大分異ったものとなっていることが推定される。

流砂量の式に対しても同様のことが言えるであろう。

このような事情から本研究においては、開水路の式をいきなり円管内に持ち込むのではなく、その前に現

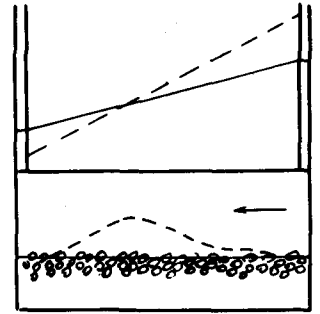


図-2 砂の隆起の発生または通過に伴う動水勾配の変化

実の管路内での流砂面の状況がどのようなものであるかを可能な限り把握し、それが移動床開水路での多様な流送条件の中のどの範疇に該当するものであるかを、概略の見当をつけることを目標としている。

しかし、管水路内の流砂面での力学的特性については現在のところ未知といってよく、この場合にも仮定を設けたうえで検討を行わなければならない。

この場合唯一の手懸りとなるのは、砂層が摺動開始直前の状態にあるときの流砂面でのメカニズムである。すなわち、砂層(図-1 A_s)が始動直前で静止している場合には、図-1 から次の条件式が使える。

$$b \tau_b = A_s (1 - \lambda) \rho_g (\rho_{\%} - 1) \mu_0 \text{-----} (10)$$

ここに、λ：砂層A_s内の空隙率で、λ = 0.45 を仮定する、ρ_g：砂の密度、μ₀：砂と管底壁面との間の静止摩擦係数である。

(10) 式を使用する場合には、当然次の様な前提を必要とする。すなわち、「静止砂層A_sが摺動開始直前であっても、そうでない状態であっても、砂層が静止している限りはその表層面B-Bにおける水理学的機構は同じ性格のものである」という仮定である。

この仮定にも問題はがあるが、これは静止砂層と水流との境界面における現象であるという点では共通であるために、それ程実状からかけ離れた仮定ではないと思われる。また、同じ固体壁に囲まれた流れの場であるという関係からも、移動床開水路の式を直接導入するよりも、ある程度は現実に近い値が推定出来るのではないかと期待される。

砂層が摺動開始直前の状態であれば、管水路の流砂では限界堆積流の範疇に属するものであり、特に粗砂の限界堆積流に対しては、次式のような経験的事実を援用することが出来る。すなわち、

$$\frac{S_w}{S_c} = \frac{1}{3} \text{-----} (11)$$

ここに、S_c：限界堆積流での動水勾配、S_w：限界堆積流における砂水混合体の流量と同一の流量の清水を流した場合に生じる動水勾配である。

(11) 式の事実は、Durand³⁾、Condolios⁴⁾、Worster⁵⁾、八木等⁶⁾のような代表的な実験的研究の結果にも、広範囲の流送条件にわたって共通に表われているものであり(ただし、細砂に対しては適用出来ない)、この事実の理論的根拠に関する研究も進められている。^{7) 8) 9)}

以上のようにして、前出の(5)、(6)、(7)、(8)、(9)式の5式に(10)式と(11)式とを加えることにより、式の数が7個となるので、(5)~(9)式に含まれる全ての未知量が定められることになる。

この場合、Sの値は既知のものとして扱うのであるが、さし当って始動直前の状態にある静止砂層を対象に考察し、それに基づいて一般の安定した静止砂層の場合を類推しようとするものであるから、本報でのエネルギー勾配SはS_cと書き替えられる。

次節の述べるように、S_cには実測値を使用するものである。

3. 実験資料

従来の実験値の中でも、実験精度を高く評価され、その後の広範囲にわたる実測の結果から支持を受けているものとしては表-1のようなものが挙げられる。

これ等の実験値の中でも特に精度が高く貴重なものは、限界勾配S_cと吐き出し濃度Cの値である。

このS_cを用いることにより、前節の方針に従って、堆積層の幾何学的条件をはじめ、各種の未知

記号	実験者	種類	比重	粒径(mm)	輸送管径(mm)	文献
⊖	Durand	砂	2.62	2.04	150	3)
⊕	Condolios & Chapus	砂	2.65	2.04	150	4)
●	Worster & Denny	石炭	1.4	13	75	5)
⦿	"	石炭	1.4	35	150	"
⊙	"	石炭	1.4	75~100	300	"
○	八木・奥出 宮崎・是石	砂利	2.61	8	80.7	6)
●	"	砂利	2.7	8.75	155.2	"
⦿	"	砂利	2.65	27.5	155.2	"
⊙	"	玉石	2.65	45	155.2	"
⊗	"	砂利	2.7	7	100.3	"
⊖	"	砂	2.68	1.28	100.3	"

表-1 実験資料一覧表

量が定まり、またCから流砂量が求まる。この場合、流砂面（図-1のBB）は水平と仮定し、また(10)式の μ_0 には、砂礫に対しては $\mu_0=0.56$ を、石炭に対しては $\mu_0=0.32$ を仮定している。¹⁰⁾¹¹⁾¹²⁾

このようにして、

$$\tau_{bs} = \frac{\tau_b}{\rho g (\rho_p - 1) d_m} \quad (12)$$

$$\Phi = \frac{q_b}{\sqrt{g (\rho_p - 1) d_m^3}} \quad (13)$$

$$Fr_b = \frac{v_b}{\sqrt{g R_b}} \quad (14)$$

および k_s の値を算定して、それを基にして次節以下の各種の検討を行う。上の各式において、 τ_{bs} ：無次元掃流力、 d_m ：粒子の平均径、 Φ ：無次元流砂量、 q_b ：単位巾流砂量、 Fr_b ：図-1の A_b におけるFroude数である。

4. 抵抗則の検討

移動床開水路の相当粗度 k_s に関して、河床形態が多様なことから、従来もいろいろな式が提案されているが、それ等の中から次の式形のものを出出して管水路内の流砂面での k_s の値との比較を行う。

$$\frac{k_s}{d_m} = f(\tau_{bs}) \quad (15)$$

$$\frac{k_s}{R_b S_c} = f(Fr_b) \quad (16)$$

$$\frac{k_s}{R_b S_c} = f(Fr_b, \tau_{bs}) \quad (17)$$

(15)の関数形のものとしては、椿・古屋¹³⁾の式

$$\log_{10} \frac{k_s}{d_m} = 3.48 (1 - 0.225 \tau_{bs}^{-\frac{1}{2}}) \quad (18)$$

および石原・岩垣・末石¹⁴⁾の式

$$\log_{10} \frac{k_s}{d_m} = 1 + 0.769 \log_{10} \tau_{bs} \quad (19)$$

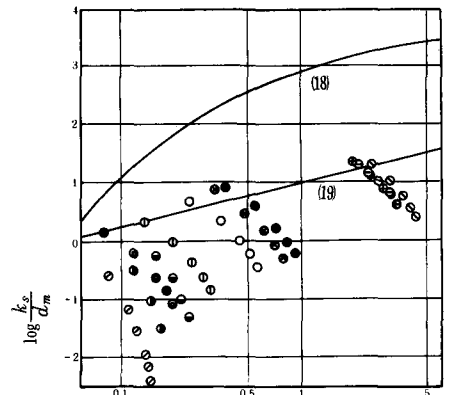
を比較の対象に選んで管水路の値をプロットしたものが図-3である。図によると、測定値にかなりの散らばりが見られ、円管内の流砂面では、特に粗砂を流している場合には τ_{bs} と k_s/d_m の間にはあまり明確な関係は認められないようである。

図-4は(16)式の式形を持つものを検討したものであり、開水路の抵抗を対象としたものの実例として、吉川・福岡¹⁵⁾の式

$$\frac{k_s}{R_b S_c} = 18 Fr_b^{-2.25} \quad (20)$$

を引用した。この図では、 $k_s/R_b S_c$ と Fr_b との関係は明瞭に表われており、測定値ははっきりと二本の線として出ている。一方は砂礫に当てはまるものであって、

$$\frac{k_s}{R_b S_c} = 56 Fr_b^{-2.75} \quad (21)$$



$$\tau_{bs} = \frac{\tau_b}{\rho g (\rho_p - 1)}$$

図-3 $\frac{k_s}{d_m}$ と τ_{bs} との関係

と書き表わされ、他方は石炭に対応するで

$$\frac{k_s}{R_b S_c} = 46 F_{rb}^{-3.66} \quad (22)$$

で表わされる。(21)と(22)の両式は実測値と良い適合を示しているが、石炭と砂礫とでは、固定壁面に対する摩擦係数と同様に、粒子相互の摩擦係数も、衝突の際の反撥係数も異っているので、その結果流れの抵抗則に対してもこの様な系統的な差が表われたものと考えられる。

また、図-4に見られるとおり、円管内の流砂面ではFroude数の値が一般の開水路よりもはるかに大きい点に留意する必要があるように思われる。

(17)式のパラメーターで開水路の抵抗則を表わしたものとしては岸¹⁶⁾の式

$$\frac{k_s}{R_b S_c} = 10.8 \tau_{b*}^{0.27} F_{rb}^{-2.76} \quad (23)$$

を比較のために使用した。(図-5)

図-5によると、測定値にある程度のばらつきはあるものの、 $k_s/R_b S_c$ と $\tau_{b*}^{0.27} F_{rb}^{-2.76}$ との間には、全体としては比較的明らかな相関が認められる。

対象とするFroude数の範囲は違っても、岸の式は若干の修正によって管水路の流砂面にも適用出来るようである。

図-3、図-4、図-5から、円管内で粗砂を流している場合には、静止堆積層の表層での粗度 k_s は、Froude数の値がある限界を超えると、掃流力 τ_{b*} には関係しなくなり、主としてFroude数 F_{rb} に依存するようになることが推定される。

このような意味から、吉川・福岡の式は管路内の流砂面の解析にも重要な手懸りを与えるものと考えられる。

5. 流砂量について

従来提案されている開水路の流砂量式は

$$\Phi = f(\tau_{b*}) \quad (24)$$

の式形が基本形となっている。実験資料から求められた Φ と τ_{b*} をプロットすると図-6のようになり、 τ_{b*} の増加に従って Φ が増していく傾向は認められるものの、測定値にはかなりの散らばりが見られ、定量的な関係を読み取るのは難かしい状態と言えよう。

(29)を進展させて

$$\Phi = f(f_b, \tau_{b*}) \quad (25)$$

の関数形、すなわちEngelund-Hansen¹⁷⁾の式

$$f_b \Phi = 0.1 \tau_{b*}^{\frac{5}{2}} \quad (26)$$

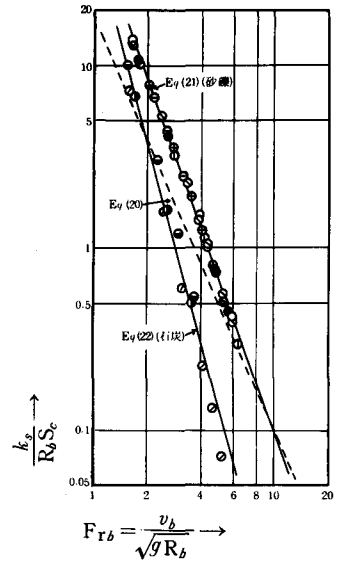


図-4 F_{rb} と $k_s/R_b S_c$ の関係

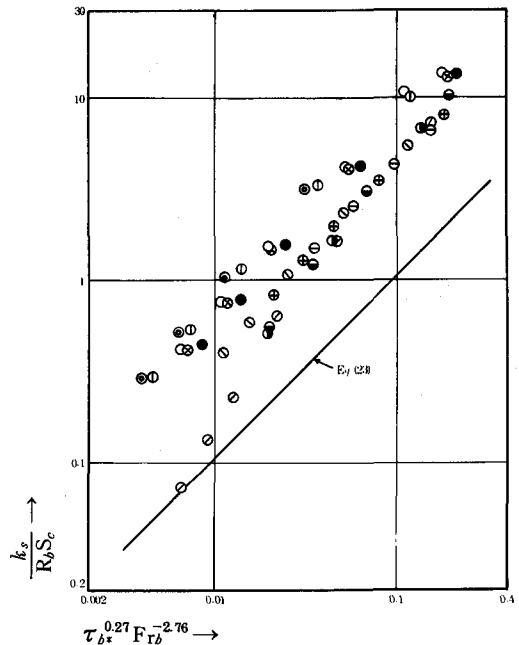


図-5 岸の式との比較

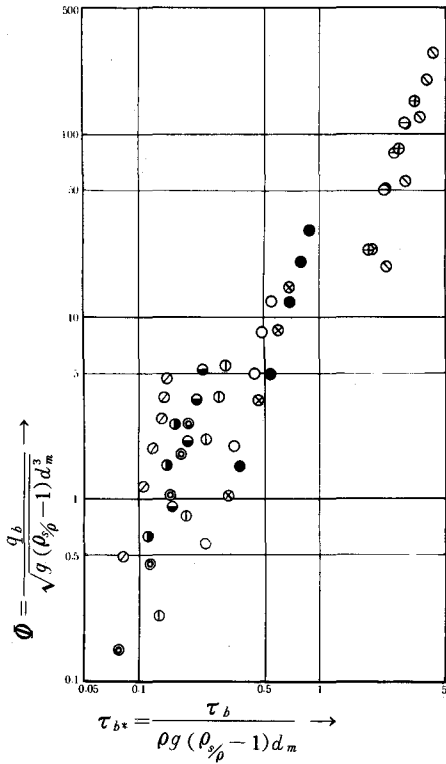


図-6 τ_{b*} と Φ の関係

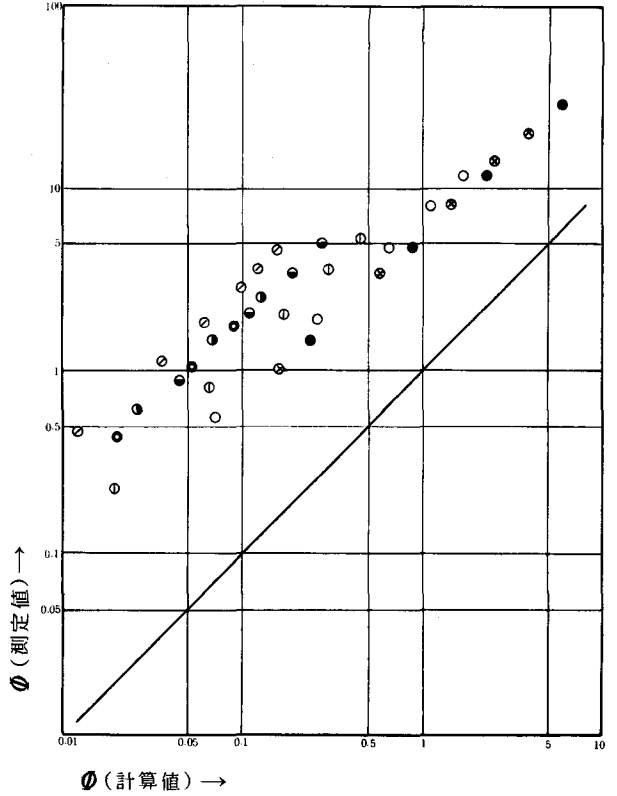


図-7(a) Englund-Hansenの式との比較

との比較を行ったものが図-7である。ただし、(26)において、 f_b は流砂面における流体抵抗係数で、

$$f_b = \frac{2gR_bS_c}{v_b^2} \quad (27)$$

で定義される。図-7によると、無次元流砂量の大きなところでは実測値は計算値によく適合しているが、 Φ が小さくなると合っていない。このことから、(26)の関係も管水路内の堆積砂層上の流砂量を一般的に表わしているとは言い難く、適用範囲を指定する必要があるようである。

以上のような流砂量式の検討から、管水路内の流砂面においては、 Φ の値を従来のような無次元掃流力 τ_{b*} との関係において表わそうとするのは必ずしも適当ではなく、 τ_{b*} に何か修正を加えることを考えた方が良いように思われる。この点について次節において検討を試みる。

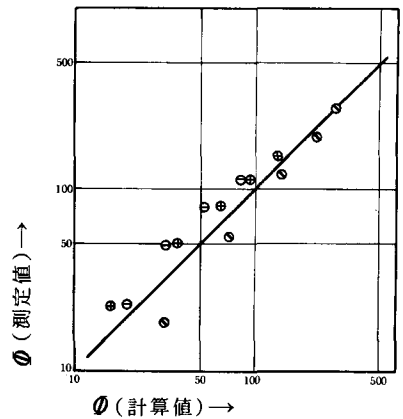


図-7(b) Englund-Hansenの式との比較

6. 無次元掃流力に関する検討

無次元掃流力の誘導に際して、砂面上の粒子に作用する力は、図-8と(28)式、(29)式、(30)式で表わされるようにモデル化されている。

$$F_D = \frac{\rho}{2} C_D u^2 A_1 d_m^2 \quad (28)$$

$$F_L = \frac{\rho}{2} C_L u^2 A_1 d_m^2 \quad (29)$$

$$R = W\mu_s = \rho g (\rho_p - 1) A_2 d_m^3 \mu_s \quad (30)$$

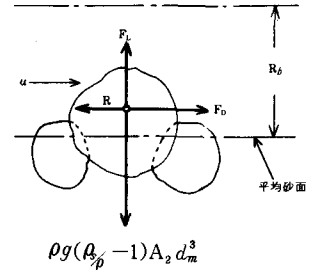


図-8 粒子に作用する力

こゝに、 F_D : 抗力、 C_D : 抗力係数、 F_L : 揚力、 C_L : 揚力係数、 A_1 : 面積に対する形状係数、 u : 粒子に作用する流体力の算定に用いられる

もので粒子に当たる代表流速、 W : 砂の重量、 μ_s : 砂面上の砂の静止摩擦係数、 A_2 : 体積に対する形状係数である。

こゝで、これ等の力から粒子を始動させるように作用する力を F_0 、動きに抵抗する力を R_0 として両者の比をとって、

$$\frac{F_0}{R_0} \sim \frac{\rho d_m^2 u^2}{\rho g (\rho_p - 1) d_m^3} = \frac{u^2}{g (\rho_p - 1) d_m} \quad (31)$$

が得られる。

(31)式は動きやすさ(mobility)の基準値を与えることになる。

こゝで、粒子に作用する代表流速(characteristic velocity)について吟味する。(31)式の u は動きやすさの尺度であるだけでなく、粒子の移動速度、移動状態の粒子量をも支配するものである。

一般の開水路の場合には、径深と粒径の比 R/d_m は十分に大きな値をとり、河床面上の粒径オーダーの層内における粒子の運動を決定するものは河床近傍の流速であるから、摩擦速度を基準にとって定められることになる。

一方、管路内においては、特に粗砂を流している場合には、 R_b と d_m とは開水路の場合に比べればかなり近いオーダーであり、粒径オーダーと言っても径深オーダーとそれ程変わらない場合も少なくない。 $(R_b/d_m = 1 \sim 50)$

このような条件下においては、粒子に作用する流体力を推定する因子である代表流速としては、摩擦速度よりもむしろ A_b (図-1)での断面平均流速 v_b を基準として用いる方が適切であるという状態も稀ではないのではないかと考えられる。

そこで、本研究においては、(31)式の u には摩擦速度 $v_{b*} (= \sqrt{g R_b S})$ の代りに v_b を使用して、無次元掃流力を

$$\Psi_b = \frac{v_b^2}{g d_m (\rho_p - 1)} \quad (32)$$

で表わすことにする。すなわち、図-1の A_b そのものをbed-load layerと見なすわけである。

Ψ_b の値を実験資料から計算して Φ との関係をプロットすると図-9のようになる。

これによると Ψ_b と Φ の関係は明瞭に出ており、

$$\Phi = 0.016 \Psi_b^{\frac{3}{2}} \quad (33)$$

で表わせる。円管内での堆積層の表層で、それも粗砂を流している場合には、(32)式のようなパラメータの使用は妥当であることを表わしていると考えられる。

また、(33)式に表われた事実は、流砂量は通常(砂粒子の移動速度)×(移動状態にある砂量)で求められ、前者は代表流速の1乗に比例し、後者は代表流速の2乗に比例するという、従来の開水路の掃流砂層内

での状態に対する認識とも一致している。

このことから管水路においては、 A_b (図-1) 内全体での流砂の機構は、移動床開水路の掃流層内での機構と相似のものであることが推定される。

7. む す び

管水路内の静止堆積層の表層に作用しているせん断応力を求めるのに、図-1とそれに付随する式(5)~(11)を使用して、実測値から抵抗の式と流砂量の式を求めたところ、現段階までの検討では次のような結論が得られている。

1) 抵抗の式としては、砂礫に対しては(21)式が、石炭に対しては(22)式が得られ、この両式は実験値とよく合っている。(図-4)

2) 流砂面でのFroude数がある値を超えると、抵抗は主としてFroude数に依存し、無次元掃流力 τ_{b*} には関係しなくなると推定される。

3) 流砂量を表わすパラメーターとしては、 τ_{b*} よりも(32)式の Ψ_b のようなものが適当であり、この点にも開水路と管水路の掃流特性の差が表われているようである。(図-9)

4) 管水路内の掃流領域(この場合には図-1の subarea A_b) では、移動床開水路の掃流層内と相似の流砂機構を有する。

以上のようなものであるが、上記の結論はいずれも限界堆積流からの類推であり、この点に問題が残されている。

これ等の結論を、現実の安定した(摺動開始直前でない)静止砂層の表層にまで延長する方法については今後の検討課題であるが、それに際して

5) 移動床開水路の式の中から、抵抗則の式としては吉川・福岡の式、および岸の式を、流砂量の式としてはEngelund-Hansenの式を適用して極めて有効である場合も期待される。

付 記

本研究の大部分は、著者の一人が昭和55年度文部省内地研究員として、中央大学理工学部水理学研究室に滞在した間に行われたものである。研究の遂行に当たり、電力中央研究所河川環境研究室 尾崎幸雄博士、I.N.A新土木研究所 大西光陽氏、東亜建設工業 矢内栄二氏、大学院後期博士課程 大橋正和氏より有益な討議と助言を戴いた。記して深甚なる謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Johnson, J. W. : The Importance of Considering Side-Wall Friction in Bed-Load Investigations.
- 2) Task Committee for Preparation of the Sedimentation Manual, Committee on Sedimentation of the Hydraulics Division : Hydraulic Relations for Alluvial Streams (Sediment Transportation Mechanics : F) Proc. ASCE. Vol 97, No HY1, Jan, 1971.

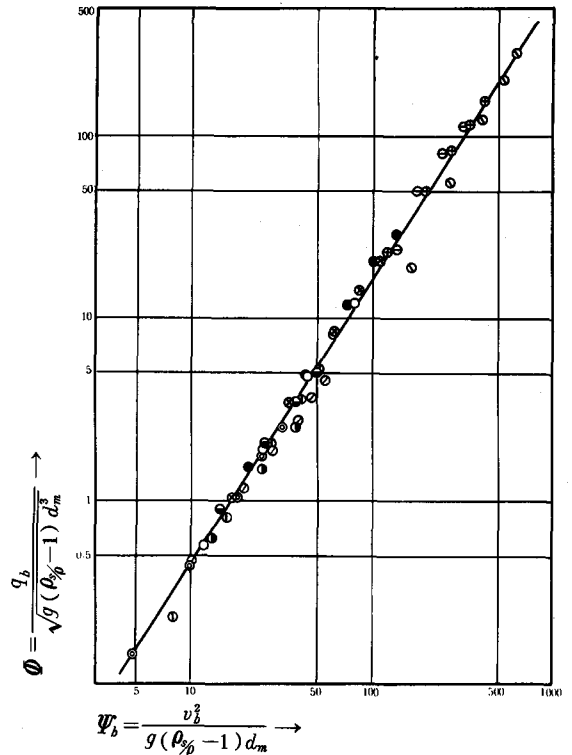


図-9 Ψ_b と τ_{b*} の関係

- 3) Durand R. : Basic Relationship of the Transportation of Solids in Pipes-Experimental Research, Proc. Minnesota International Convention, I.A.H.R. (1953)
- 4) Condolios E. and Chapus, E.E. : Designing Solid-Handling Pipelines, Chem. Eng. June-July, (1963)
- 5) Worster, R.C. and Denny, D.F. : Hydraulic Transport of Solid Material in Pipes, Proc. Inst. Mech. Engrs, Vol. 169, No 32, (1955)
- 6) Yagi, T. et al : An Analysis of the Hydraulic Transport of Solids in Horizontal Pipelines, Report of the Port and Harbour Research Institute, Vol. 11, No 3, (1972)
- 7) 那須浩平 : 管水路による砂礫輸送に関する理論的研究、第22回水理講演会論文集 (1978)
- 8) 那須浩平 : 管水路内の粗砂の流動に関する理論的研究、第23回水理講演会論文集 (1979)
- 9) 那須浩平 : 浮遊砂を含む管水路内の限界堆積流の特性について、第24回水理講演会論文集 (1980)
- 10) 葛原定郎 : 滑管内静水中における砂れきの沈降、転動および滑動、日本機械学会論文集 第30巻 213号 (1964)
- 11) 鮎川恭三・越智順治 : 固体粒子の水平管水力輸送における圧力損失、日本機械学会論文集 第31巻 222号 (1965)
- 12) 植松時雄 : 粉体及び粒体の運動解析、化学機械技術 (化学機械協会編) 第5集 (1953)
- 13) 椿東一郎・古星朝治 : 流砂ある河川に於ける流速法則に就いて、九大流体力学研究所報告 第7巻 4号 (1951)
- 14) Ishihara, T., Y. Iwagaki and T. Sueishi : On the Effect of Bed-Load Movement in Thin Sheet Flow, Proc. 3rd Japan National Cong. App. Mech. (1953 ~ 1954)
- 15) 吉川秀夫・福岡捷二 : Characteristics of Open-Channel Flow with Sediment, 東京工大土木工学科研究報告 No 10, (1971)
- 16) 岸 力 : 移動床流れの抵抗則、土木学会年次学術講演会第二部門研究討論会資料 (1971)
- 17) Engelund, F. : Closure to "Hydraulic Resistance of Alluvial Streams", Proc. ASCE, Vol. 93, HY 4, (1967)