

移動床を有する河道の平衡横断形
Cross Section with Equilibrium Banks and Mobile Bed

立命館大学理工学部 正員 大同淳之

1. はしがき 河道計画において、断面内に余分の堆積、洗掘を許さないためには、縦断方向だけでなく、横断方向にも平衡条件が必要である。安定な横断形については、従来より Regime Theory によって、水理量間の関係が示されているが、これらは、水理量が互に独立であるとして、経験的に求められたものである。しかし、これらの関係は、流水の運動式、連続式、流砂の運動式、流水の抵抗式に、流路の形状を規定する式を連立に解くことによって得られる。ただ、水路形状を説明する式、例えば流路幅と水深の関係が流砂のない場合は別として、何によって規定されるかが不明である。したがって、従来、流路幅 B と水深 h の関係に経験式を用いて解いているが¹⁾、この経験式にも $h \propto B^N$ と h = 一定の2通りある。

もちろん、横断形状を規定する関係については、いくつかの考察がなされており、成果があげられているが、これらの解は、未知数の数と式の数が合わないため、自由度が大きい状態で残されている。

本文は、横断面の平衡条件は、縦断方向の平衡条件の条件を満足させる必要があると考え、既往の研究にこの条件を加え、自由度をなくすることを試みた。

2. 横断形状に関する従来の研究とその問題点

流路の形状を規定する式としては、Parker²⁾が、横断方向の運動量の変化と底面応力の釣り合い条件を、河道部と側壁部が、境界条件を満足するように求めた結果は、次のようである。

$$\frac{\delta}{h_1} = 1 - \epsilon \frac{r(1+2A)}{\sinh \theta + \cosh \theta} \cosh \left(\frac{y}{A^{1/2} h_1} \right) \quad (1)$$

ここに、 θ は河床の横断方向の勾配、 δ : 水深、 h_1 : 河道部と側岸部との接合点における水深、 $\epsilon = (2h_1/B_s)^2$ 、 r : 曲線部における応力の補正係数で定数($r = 1.05$)、 A : 乱れによる運動量の補正項で($= \psi^{1/2}$)、 y : 中心からの距離

$\psi = [(4/18) \cdot \ln(30h_1/\kappa) - 5/72] [1 + \{2 \ln(30h_1/\kappa) - 17/3\}]$ である。式(1)

は、接合点のせん断が、限界掃流力に相当するとき、

$$\frac{h_1}{d_s} = \frac{(\frac{\sigma}{\rho} - 1)}{S} \frac{\tau_c^*}{\{1 - \epsilon \frac{r(1+2A)}{1 + \tanh \theta}\}}, \quad \text{ここに、} \epsilon = \left(\frac{2h}{B_s} \right)^2 \quad (2)$$
$$\theta = \{B(1 - B_s/B)\} / (2hA^{1/2})$$

となることから、

$$h_1/d_s = 0.553 s^{-1.01} \quad (3)$$

と表している。そうして、抵抗則としては対数則、流砂量式は、実験公式を用いて、連立にとき、

$$\bar{Q} = 4.97 R^{1.70} S^{0.50} B^* (1 - 2.231/A) \quad (4)$$

$$Q^* = 1.02 \times 10^{-5} R^{0.275} B^* (1 - 4.52/A) \quad (5)$$

ここに、 $\bar{Q} = Q / [(\frac{\sigma}{\rho} g \cdot d_s)^{1/2} d_s^2]$ 、 $Q^* = Q_s / [(\frac{\sigma}{\rho} - 1) g \cdot d_s^{1/2} \cdot d_s^2]$ 、 $B^* = B/d_s$ 、 $A = B/h_1$ で、これらの式は、 d_s と h_1 、 B 、 S 、 Q 、 Q_s (h_1 と S との関係を除いて) 5つのうち、2つを与えると、他の3つは定まるとしている。ただし、(4)、(5)は、 $Q = qB$ 、 $Q_s = q_s \cdot B$ として式(1)とは無関係に求められている。安定河道の求め方として、まず式(1)で水深を規定し、それを式(2)、(3)でそれぞれ B 倍したという方法である。

藤田³⁾は、河道が拡幅しない条件を、側岸部前面の河床に作用するせん断力 U_* が、限界掃流力 U_{*c} 以下と

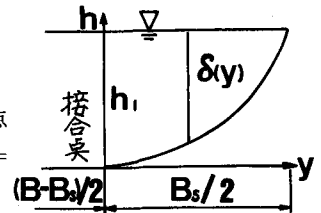


図 1. 記号

して、安定河道の考察を行っている。この場合も、Parkerと同様に、水深を規定して、B倍するという過程をとっている。そうして、式(3)、(4)に相当する式が導びかれている。

Yang⁴⁾は、自然河道の横断形は、単位時間あたりのエネルギー消費率が最小になるよう、自己調節するとして、単位時間あたりのエネルギー消費率は、結果的に $\rho g Q S$ となることから、流砂量式と抵抗則式に、 Q 、 Q_0 が与えられたとき、 h と B を与えて、 S が最小になる h と B を求め、これが自然河道の条件とよく一致するとしている。

これらの研究から、 B と h の関係を求めようとするとき、次のような問題がある。

イ) 式(1)は、応力の釣り合いを求めているが、 B を規定するものでない。したがって色々な条件が独立に入れられるが、流砂河道の各要素は独立でない。例えば式(3)の S は自由に選べないのではないか。

ロ) 日本の河道では、側岸部は護岸されているので、側岸部に河床の U_{kc} 以上の掃流力を与えることが可能であって、この場合の規定条件は何か。

ハ) Yangの考え方で、 $\rho g Q S$ が最小の条件は、 Q が一定のとき、 S が最小、すなわち、河道に流砂がなくなるときに、この条件が成立する。河道は、最終的にその方向をたどっているとしても、上下流の連続の関係で、流砂があって平衡しているという時間も、われわれの対象としては十分大きく、この場合の規定としては不十分なようである。

以上の問題を解決するには、多くの考察を必要とするが、イ)の問題は、条件式が不足しているためである。流砂のある断面では、当該断面の条件は、上流断面との連続条件で規定されるので、この条件を取入れる必要がある。

3. 縦断方向の動的平衡条件

i) 定常流の動的平衡条件

流路幅および流路床砂礫の粒径が一定であれば、平衡等流水深 h_0 、および平衡等流勾配 S_0 は、それぞれ、慣用の記号を用いて、流砂量式に、佐藤、吉川、芦田式を用いたとき、次のように表される⁵⁾。

$$h_0 = \left(\frac{g n^2 Q^2}{U_*^2 B^2} \right)^{3/4} \quad S_0 = \frac{n^2}{h_0^{5/3}} \left(\frac{Q}{B} \right)^2 \quad (6)$$

したがって、幅が変化した任意の点の平衡等流水深および平衡等流勾配は、基準点のそれに添字1をつけて

$$h_0/h_{01} = (B/B_0)^{-4/3}, \quad S_0/S_{01} = (B/B_1)^{-2/3} \quad (7)$$

となる。流砂量式に、Brown 公式を用いたとき、式(7)における指数はそれぞれ $-24/35$ および $-2/7$ である。

ii) 非定常流による平衡条件

河道の勾配は、一般に、支配流量という言葉が使われているように、発生頻度は少ないが、掃流力の大きい洪水時に形成される。例えば、杉尾⁶⁾は、四国の河川について、実測河床に対応する流量を静的平衡条件から逆算して、それらの流量の年超過確率を調べて、ほぼ年に1～2回程度の流量が支配流量となっていることを見出している。河村⁷⁾は、期間中の流量の頻度分布の中央値を満たす流砂量に対応する流量をもって、支配流量としている。しかし上流部では、流量の変動がはげしく、継続時間が短かいので、支配流量を正確に定めることができたとしても、十分であるかどうか分らない。

流域面積の少ない上流部では、洪水の継続時間が短かく、場所的にも流量の変動がはげしい。一方、河床中に占める細砂の量はかなり多く、土砂を輸送する潜在能力は、上流河川ほど大きいと考えることができる。それにもかかわらず、流路の上下流を通じて、流路がそれほど大きな変動を示さずに、ある高さのまわりでの変化に止まっているのは、せん断を受ける継続時間が短かく、下流部では掃流力は上流にくらべて小さいが、継続時間が長く、結果として、一洪水期間中に運ばれる土砂量は、一水系では上下流を通じて同じとなり、河道は平衡を保っていると考えることができる。そこで、一洪水期間中の全流砂量が上下流で等しいと

いう条件を満たす河道の勾配を求めよう。

任意の地点の流量図を、図2のように最大流量 Q_p 、継続時間を T とする三角形で表わし、 Q_p は次式で得られるものとする。

$$Q_p = 0.278 r_m A_1 \quad (8)$$

ここに、 r_m ；有効雨量 r_e の最大流量の到達時間内の平均値(mm/h_r)、 A_1 ；流域面積(km²)である。継続時間 T は、図2より次のようになる。

$$T = 2R_e A_1 \times 10^3 / Q_p \quad (9)$$

ここに、 R_e は一降雨の全有効雨量である。最大流量における水深 h_p は、流れを擬似的に等流と考え、断面は幅広い長方形断面とすると、つぎのようになる。

$$h_p = (Q_p n \cdot S^{1/2} B)^{3/5} \quad (10)$$

ここに、 n ；Manningの粗度係数、である。流砂量は佐藤、吉川、芦田公式を用いる。洪水期間中、勾配は、一定であるとする、

$$Q_s = \int_0^T B q_s dt = \frac{2}{5} B \alpha'' (g_s)^{3/2} T \cdot h_p^{3/2} \left\{ 1 - \frac{5}{4} \left(\frac{h_{cs}}{h_p} \right)^{1/2} \right\} \quad (11)$$

ここに α'' ・流砂量式の常数項 $= \{ \rho / (\sigma - \rho) g \} \phi_1$ 、 h_{cs} ；砂粒が動き始める水深で、 $h_c = k_c d / g_s$ 、 k_c ；限界掃流式の係数で、 $d_s > 0.30$ cmにおいて80.9 cm²/sec²、である。式(11)に式(10)を代入、

$$Q_s = (4/5) \alpha'' g^{3/2} R_e (0.278 r_m)^{-0.1} B^{0.1} S^{1.05} A_1^{0.9} n^{0.9} \times \left\{ 1 - \frac{5}{4} (k_c^{0.5} g^{-0.5} d_s^{0.5} S^{-0.35} A_1^{-0.3} n^{-0.3} B^{-0.3}) \right\} \quad (12)$$

式(12)の{ }内は限界掃流力下の掃流力の項である。

$$S = S_0 (R_e / R_{e0}) (r_m / r_{m0})^{-0.1} (B_0 / B)^{0.0951} (A_{10} / A_1)^{0.855} (n_0 / n)^{0.855} (I_0 / I)^{0.951} \quad (13)$$

$r_c \ll r_0$ で $I \approx 0$ となる場合以外は、 I が S の関数であるため、 S を求めるためには、試算を必要とするが基準点の値がきまると、 A_1 、 B が既知であるから、想定する洪水の Q_p に対応する粗度係数 n を用いることによって懸案地点の S を求めることができ、この S を積分して、河床高も知ることができる。

定常流の動的平衡を考察するとき、基準点の選び方について注意する必要がある、長期にわたって、河道が変動していない地点を選ばねばならないが、式(13)によるときは、基準点はどこでも良く、ときには、許容流砂量を設定して、それに見合う河道条件を求めることができる。したがって分合流地点での動的平衡を考察するのに有利といえる。

式(13)は、 A 以外の項をもし一定とすると、

$$S \propto A^{-0.885} \quad (14)$$

ということを示す。図3は、建設省⁸⁾で調査した全国の砂防ダムの堆砂勾配と、その流域面積の関係である。粒径その他、ほかの要素が必ずしも一定でない、相関を期待するのが、むしろ無理であるが、図3の結果は、かなりの相関を示している。この事実は、ここに述べた一洪水中の全流砂量が一水系中で等しいということが成立していることを意味しているといえる。考え方そのものは、どのような広さの流域面積のところでも成立つが、

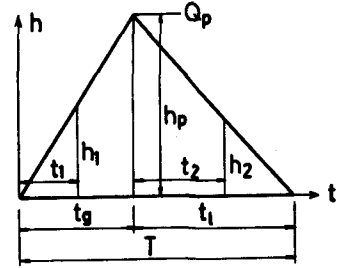


図2. 想定洪水曲線

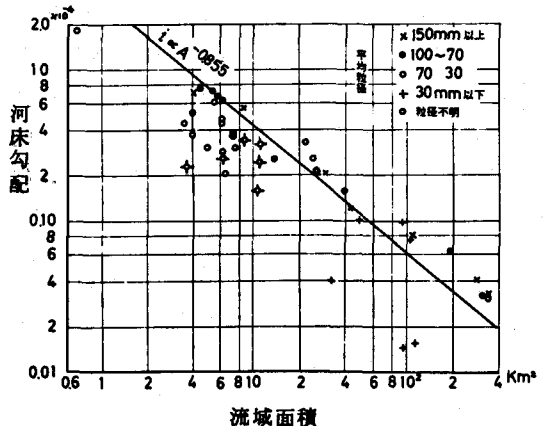


図3. 砂防ダムの堆砂勾配と流域面積の関係

式(13)は一降雨域に全流域が含まれているということを前提にして、表現されているので、降雨域からはみ出るような大きな集水面積を有する地点では、式(7)の定常流の勾配を用いれば十分であろう。ただ、いずれにしても、基準点の S_0 は、式(6)を満たしている必要がある。

4. 流路幅と水深の関係

i) 側壁部と河道部の接合点で、掃流力が限界掃流力の場合

式(1)は、下流方向に作用するせん断力のほかに、下流方向への乱れによる運動量の横断方向への輸送を考慮して、河道部と側岸部の接合点および岸の条件を満足するように、応力深さを表したものである。この値は、式中の $\epsilon = (2h_1/B_s)^2$ の関数でもある。したがって、河道部と流路部の接合点で、限界掃流力に相当する水深 h_1 をとるとした式(3)も、勾配 S と流路幅の関数である。式(4)、(5)は、断面形に流速および流砂量を束じたもので、自然に形成する河道の流路幅を規定するものでない。

ただ、これらの式で、横断形状を計算するとき、著者のいうように自由に選べるものでなく、流砂水路では、各要素は従属関係にある。残された条件は、横断方向の平衡条件が、同時に縦断方向の平衡条件を満たす必要がある。式(6)あるいは式(13)によると、任意の点の S は、同時に B を規定する。例えば式(13)で、右辺の S_0 および B の項以外の項は全て比は 1 とすると、

$$S = S_0 (B_0/d_s)^{0.0951} \cdot (d_s/B)^{0.0951} \quad (15)$$

となる。この関係を式(3)、(4)および(5)のどこかに代入すると、これらの式の中の 5 つの要素のうち、1 つを決めると、他の要素が確定することになる。

さて、このケースでの水深と流路幅の関係は、作用する掃流力が、限界掃流力を上廻る度合で異なる。

イ) 接合点の掃流力が限界掃流力に等しい場合

式(1)は、このケースで河道部中央では、限界掃流力以上の掃流力が作用するとしている。これは間違いではないが、式(1)には表われず、実験の規模では、それほど大きくないこのケースでは、流量の増加は、拡幅によって受け入れられる。したがって、水深と流量幅の関係は一定という場合が多い。Acker⁹⁾ の主張する関係(図 4)はこの場合に相当するといえよう。

ロ) 側岸部の抵抗が大きく、 $\tau > \tau_{*c}$ の場合

この場合、河道は固定壁を有する水路内の流れとなり、制約条件が明らかでなくなる。実験値を参照すると、上述の $h = \text{一定}$ と、 $h \propto B^N$ の 2 通りあるが、この条件では後者がこの領域に属すると考えられる。ここでは、実験、実測資料にたよらざるを得ないので、これらのデータを集めると、図 5 のように、

$$h = \alpha_6 B^N \quad (16)$$

と表せる。 N は $2/3$ 、とすることができ。以上の結果から、側岸が安定していても、側岸前面の河床に作用する掃流力が、限界掃流力を少し上廻るかどうか、側岸の材料が少し侵食に抵抗があるかどうかによって、水深の流路幅の関係は、式(16)で表わしたときに指数 N が 1 から $2/3$ 程度まで変化するとみなせる。したがって、そこで、 N は $1 \sim 2/3$ の値をもつとして、Regime 式の指数との比較を試みる。

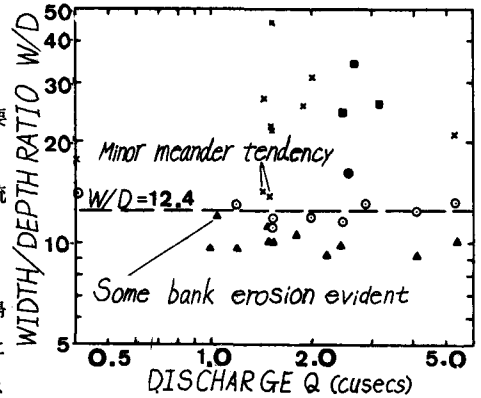


図 4. 水深と流量との関係

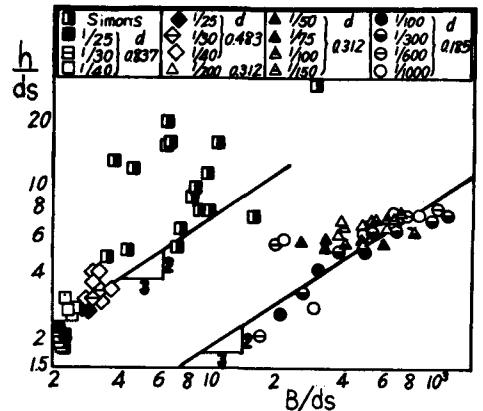


図 5. 流路幅と水深との関係

5. 流路幅、水深と流量との関係

i) 流砂量式 流砂量式として、次式を用いる。

$$q_B^* = \alpha_1 \tau_*^m \quad (17)$$

ここに、 $q_B^* = q_B / u_{*d}$, $\tau_* = u_*^2 / (s-1) g d_s$ で、 q_B^* と τ_* との関係は、両対数上で必ずしも直線でないで、両者の関係を式(17)で表わすため、 τ_* の範囲を区切って、 α_1 , m を決める必要があり、佐藤、吉川、芦田公式によって、表1のように定める。

流砂量 q_B を、その容積濃度 C で表わすと、流量 Q と q_B の関係は、流路断面形を、長方形とみなし、その幅を B とすると、次のように表される。

$$Q = \frac{q_B B}{C} = \{ \alpha_1 g^{1/2} / (s-1)^m d_s^{m+1} c \} B h^{m+1/2} I^{m+1/2} \\ = \alpha_2 B h^{m+1/2} I^{m+1/2} \quad (18)$$

ii) 抵抗則 平均流速式として、次式を用いる。

$$\frac{U_m}{U_*} = E \left(\frac{R}{R_s} \right)^n \quad (19)$$

$n = 1/6$ とすると、

$$U = E \left(\frac{g^{1/2}}{R_s^{1/6}} \right) R^{2/3} I^{1/2} \quad (20)$$

となる。著者らの実験によると、流れが自己形成した流れでは、 $R = \alpha_3 h$ とおけるので、

$$U = \alpha_3^{2/3} E \left(\frac{g^{1/2}}{R_s^{1/6}} \right) R^{2/3} I^{1/2} \quad (21)$$

k_s は、 τ_* または、Frouds 数の関数であるが、十分に関係づけられていないので、とりあえず

$$U = \alpha_4 R^{3/2} I^{1/2}, \quad \alpha_4 = \alpha_3^{2/3} E (g^{1/2} / R_s^{1/6}) \quad (22)$$

とする。

iii) 流路幅、水深と流量との関係

式(17)に式(22)および(16)を代入すると、

$$h = \frac{\alpha_2^{\beta_2} \cdot \alpha_6^{\beta_6}}{\alpha_4^{\beta_4}} Q^M = K_1 Q^M \quad (23)$$

ここに、 $M = \{ 2 - (m + \frac{1}{2})^{-1} \} / [(\frac{7}{3} + \frac{2}{N}) - \{ N(m + \frac{1}{2}) \}^{-1}]$

$$K_1 = \alpha_2^{\beta_2} \cdot \alpha_6^{\beta_6} / \alpha_4^{\beta_4}, \quad \beta_2 = \{ (m + \frac{1}{2}) (\frac{7}{3} + \frac{2}{N} - \frac{1}{N}) \}^{-1}$$

$$\beta_6 = \{ \frac{2}{N} - \frac{1}{N} \frac{1}{(m + \frac{1}{2})} \} / (\frac{7}{3} + \frac{2}{N} - \frac{1}{N} \frac{1}{(m + \frac{1}{2})}), \quad \beta_4 = 2 / \{ (\frac{7}{3} + \frac{2}{N}) - \frac{1}{N} \frac{1}{(m + \frac{1}{2})} \} \quad (24)$$

$$\beta = (h / \alpha_6)^N = (K_1 / \alpha_6)^{3/2} \cdot Q^L, \quad L = N^{-1} \cdot M$$

と表される。

指数 m , 定数 α_1 が、 τ_* の大ききで変わるので、それによって式(23)の指数 M が変動するならば、この式は、使えない。 m , α_1 をそれぞれの領域で与えて、その変化を調べたのが図7である。この結果によると、 τ_* の大ききで、 m , α_1 が変わっても、 M , N の変動は少なく、とくに、 τ_* が大きくなって浮遊砂が問題になるところでは少し変化を示すが、ここで対象とする τ_{*c} を少し上廻るところでは殆んど変化がない。

ただ、 $N = 2/3$ の場合の M が、ほぼ 0.36 と、Regime theory の $h \propto Q^{0.36}$ に対応するのに対し、 $N = 1$ の場合は $M_1 = 0.45$ と大きくなる。また、水路幅と流量の関係は、 $N = 2/3$ のとき、 $B \propto Q^{1/2}$ の $L = 0.50$ と Regime theory

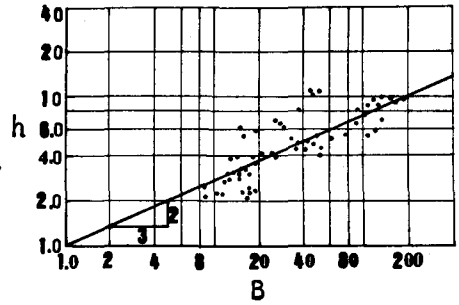


図 6. 流路幅と水深との関係

表 1. 流砂量式の定数および指数

範 囲	α_1	m
$0.05 < \tau_* < 0.08$	3×10^6	8
$0.08 < \tau_* < 0.13$	2×10^1	2.75
$0.13 < \tau_*$	6×10^{-1}	1.0

のそれと一致するが、 $N=1$ のときは $L=M$ となる。

式中の α の値は、それぞれ次のようになる。

α_2 は式(18)の $\{ \}$ の値に相当し、

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_1 g^{1/2}}{(s-1)^m d_s^{m+1} c}, \quad c = \frac{Q_B}{Q} \quad (25)$$

α_1 , m は表 1 より与えられる。 c の値が正確に決め難いときは、式(18)を変形すると、

$$Q/B = \alpha_2 h^{m-1} I^m h^{3/2} I^{1/2} \quad (26)$$

となるので、これを流速公式とみなすと、

$$\alpha_2 h^{m-1} I^m = n^{-1}, \quad n: \text{Manning 係数}$$

より、 $\alpha_2 = h^{1-m}/n I^m$

である。 $n = d_s^{1/6}/7.66\sqrt{g}$ とすることができよう

α_4 は n^{-1} , α_6 は図 5 上の $B=1$ における h の値である。

以上の計算法を検査するため、Simons の収集した安定河道のデータ¹¹⁾を対象にして、定数を求め、水深を式(26)より計算した結果を表 2 に示す。ただしこのデータは、 $q_B^* = 0.019 \tau_*^{2.5}$, $h/d_s = 0.64(B/d_s)^{2/3}$ と表された。 α_2 は式(27)より求めた。 $\alpha_6 = 0.64 d_s^{1/6}$ である。 α_2 が大きな値を示すが、 $\alpha_2 \beta_2$ は妥当な値になる。計算水深は、測定値とほぼ一致している。

6. むすび 従来の安定断面形の計算は、関係する要素が互に独立であるとして解かれているが、流砂現象に関係する要素は互に従属合っているので、横断方向の条件に、縦断方向の安定を規定する式を加える必要があることを述べ、その条件として水系通じて一洪水期間中の流砂量を等しくすることを提案した。

つぎに水深と流路幅の関係を $h \propto Q^M$ としたとき、 $M=1$ と $M=2/3$ があるが、流砂が存在するときは $M=2/3$ となり、この場合が従来の Regime 式の指数に一致することを示した。

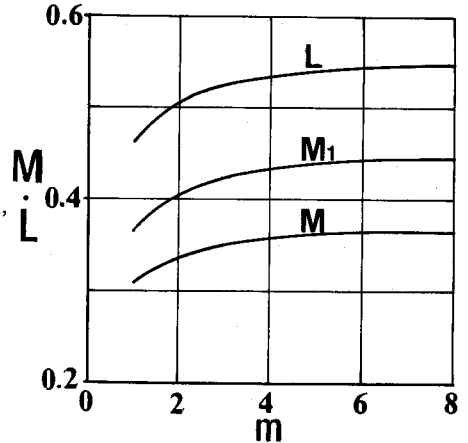


図 7. Regime 式の指数

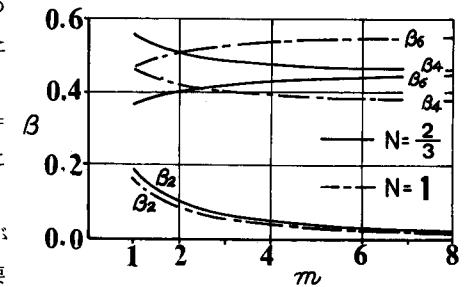


図 8. 常数各項の指数

表 2. 実河川への適用結果

地点名	$Q(\text{m}^3/\text{s})$	$S \times 10^3$	$h(\text{m})$	$B(\text{m})$	$\alpha_2 \times 10^{-10}$	$\alpha_2 \beta_2$	α_4	$\alpha_4 \beta_4$	α_6	$\alpha_6 \beta_6$	K_1	Q^M	計算 $h(\text{m})$
8	5.41	0.29	0.802	14.0	3.6	7.89	37.0	6.09	0.072	0.348	0.451	1.71	0.807
13	21.3	0.166	1.747	15.6	5.81	8.22	47.6	6.90	0.165	0.487	0.581	2.87	1.67
11	5.61	0.268	0.856	12.8	4.13	7.99	38.5	6.20	0.070	0.333	0.429	1.81	0.776
23	10.3	0.388	0.899	19.8	1.36	7.27	34.5	5.87	0.063	0.319	0.395	2.24	0.885

1) 大同淳之; 流砂ある河道の深さ、幅と流量の関係、土木学会年次学術講演会講演概要、昭 55.

2) Parker, G ; Self-formed Straight Rivers with Equilibrium banks and mobile bed Part 2. Jour. Fluid Mech. Vol. 89 Part 1. 1978.

3) 藤田裕一郎; 沖積地河川の流路変動に関する基礎的研究、京都大学学位論文、1980、p. 71.

4) Yang, H ; Stable Alluvial Canal Design ASCE, Vol. 106, No. HY5, 1980. pp. 873 - 891.

5) 芦田和男; 断面変化部における河床変動に関する研究(1)、京大防災研年報、第 6 号、昭 38.

6) 杉尾捨三郎; ダム上流の堆積形状について、土木学会論文集、昭 38.

7) 河村三郎; 大ダム下流の河床低下、第 11 回水理講演会前刷、1967、pp. 31 - 36.

8) 村野義郎; 砂防ダムの滞砂、建設省直轄工事第 15 回技術研究報告、建設省、p. 107.

9) Ackers, P ; Experiments on Small Streams in Alluvium ASCE. Vol. 90 HY4 1964. pp.1 - 38.

10) Lane, E ; Stable Channels in Erodible Materials Trans. ASCE. Vol. 102 1937.

11) Simons, D ; Uniform Water Conveyance Channels in Alluvial Material. ASCE HY5 1960.