

沖積河道の流路形態の領域区分に関する研究
Study on Regime Criteria of River Morphology

北海道大学工学部 正会員 ○黒 木 幹 男
北海道大学工学部 正会員 岸 力

1. は じ め に

沖積河道の平面形状は Leopold & Wolman¹⁾ によれば、直線流路 (Straight)、蛇行流路 (Meandering) および網状流路 (Braided) の3つの基本型に分類できる。これらの流路形態が水理量や河道の幾可的条件とどのような関係を有するか明らかにすることは、河川工学上極めて重要な問題である。この問題の解決のため最初にとられた方法がいわゆるレジーム公式であり、近年は次元解析に基づいて無次元パラメータを抽出し形成領域区分を一般化する試みが行なわれている。しかしながら、この方法で得られるパラメータの組合わせは数多くあり、さらに使用するデータによって形成領域区分にも変化が生じる。このため客観的な評価のためには、流れおよび河道の変形を考慮した運動学的解析に立脚した検討が必要である。

このような解析的研究は現在2つの方向から行なわれている。1つは蛇行流路を対象として流路の平面形状変化をうながす機構を直接的に解明しようとする試みである。他の1つは、直線流路を対象として、河床に中規模河床形態の形成される機構を明らかにしようとする試みである。後者は平面形状としての流路形態を直接的には取扱っていないが、平面形状の決定に河床形態が支配的な要因になっていることはこれまでに行なわれた水路実験や河川の調査研究でもしばしば指摘されている。さらに前者の立場に立脚した最近の長谷川・山岡²⁾の研究によっても、流路蛇行の形成に河床形態特に単列交互砂州の存在が支配的な要因になっていることが解析的に示されている。

本研究では、直線流路における中規模河床形態の形成領域区分について、河床安定解析により理論的検討を行なった。また解析の結果は、これまで次元解析的な方法によって提案された領域区分図の幾つかについて、比較検討を行なった。

2. 河床安定解析の概要

本節では中規模河床形態の領域区分に関する解析の概要を記す。流路は剛な直立壁を有する直線であり、流路床のみが非粘着性の河床材料で構成されているものとする。水深に比較して水路幅は十分に大で、また河床の変形に比較して流れの変形は十分に遅いものとし、定常な2次元浅水流として取扱う。図-1のように座標系をとると、流れの運動式および連続式は慣用の記号を用いて次のように表わせる。

(1)
$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g I_0 - \frac{\tau_x}{\rho h} - g \frac{\partial}{\partial x} (h + \eta)$$

(2)
$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{\tau_y}{\rho h} - g \frac{\partial}{\partial y} (h + \eta)$$

(3)
$$\frac{\partial}{\partial x} (uh) + \frac{\partial}{\partial y} (vh) = 0$$

また、流砂の連続式は次のように表わせる。

(4)
$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{1-n} \left(\frac{\partial q_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{by}}{\partial y} \right) = 0$$

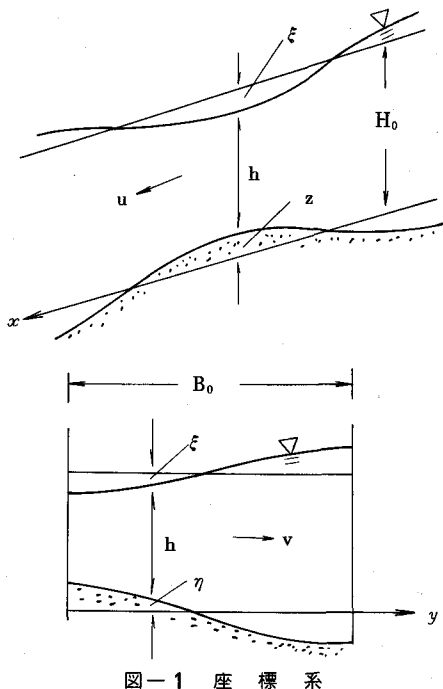


図-1 座 標 系

つぎに各変量を平均値とそれからの変動量に分けて次のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} u &= U_0 + \tilde{u}, & \tau_x &= \tau_{bo} + \tilde{\tau}_x & h &= H_0 + \tilde{\xi} - \tilde{\eta} & q_{bx} &= q_{bo} + q_{bx} \\ v &= \tilde{v} & \tau_y &= \tilde{\tau}_y & \eta &= \tilde{\eta} & q_{by} &= q_{by} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに、添字 0 を付したものは基本流すなわち平坦床上の 2 次元等流に対応する平均値、上方に波型を付したものは河床の微小な擾乱とそれに応ずる変動量である。

式(5)を式(1)~(4)に代入して線型化すると、

$$Fr^2 \frac{\partial}{\partial x_*} \left(\frac{\tilde{u}}{U_0} \right) + \frac{\partial}{\partial x_*} \left(\frac{\tilde{\eta}}{H_0} \right) + \left(\frac{\tilde{\eta}}{H_0} - \frac{\tilde{\xi}}{H_0} - \frac{\tilde{\tau}_x}{\tau_{bo}} \right) = 0 \quad (6)$$

$$Fr^2 \frac{\partial}{\partial x_*} \left(\frac{\tilde{v}}{U_0} \right) + \frac{\partial}{\partial y_*} \left(\frac{\tilde{\xi}}{H_0} \right) + \frac{\tau_y}{\tau_{bo}} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_*} \left(\frac{\tilde{u}}{U_0} + \frac{\tilde{\xi}}{H_0} - \frac{\tilde{\eta}}{H_0} \right) + \frac{\partial}{\partial y_*} \left(\frac{\tilde{v}}{U_0} \right) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t_*} \left(\frac{\tilde{\eta}}{H_0} \right) + As \left\{ \frac{\partial}{\partial x_*} \left(\frac{q_{bx}}{q_{bo}} \right) + \frac{\partial}{\partial y_*} \left(\frac{q_{by}}{q_{bo}} \right) \right\} = 0 \quad (9)$$

ただし、 $Fr^2 = \frac{U_0^2}{gH_0}$ 、 $x_* = \frac{x}{H_0}$ 、 $y_* = \frac{y}{H_0}$ 、 $t_* = \frac{U_0 t}{H_0}$ 、 $As = \frac{1}{1-n} \cdot \frac{q_{bo}}{U_0 H_0}$

式(6)~(9)中に波型を付して表わした未知量は 8 個であり、あと 4 本の関係式が必要である。

第 1 の関係式は流れの抵抗則より導かれる。Manning - Strickler 型の抵抗則の成立を仮定すると

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_x}{\rho}} = u / \left\{ 7.66 \left(\frac{h}{2d} \right)^{1/6} \right\} \quad (10)$$

上式に式(5)の関係を代入して整理すれば次式を得る。

$$\tilde{\tau}_x / \tau_{bo} = \alpha_1 \frac{\tilde{u}}{U_0} + d_2 \left(\frac{\tilde{\xi}}{H_0} - \frac{\tilde{\eta}}{H_0} \right), \quad \alpha_1 = 2, \quad \alpha_2 = -\frac{1}{3} \quad (11)$$

第 2、第 3 の関係式は河床面上での河床剪断力の作用方向および流砂の移動方向を規定する。著者ら³⁾ は y 方向に一樣に傾斜した斜面上での砂粒の運動を解析的に求め、抗力の作用方向および砂粒の運動方向を見積ること、次式の関係を導入した。

$$\tilde{\tau}_y / \tau_{bo} = \frac{\tilde{v}}{U_0} + \alpha_3 \frac{\partial}{\partial y_*} \left(\frac{\tilde{\eta}}{H_0} \right), \quad \alpha_3 = \frac{3}{2} \frac{\phi_0}{\phi_0 \mu \sqrt{\tau_{*o}}} \quad (12)$$

$$\tilde{q}_{by} / \tau_{bo} = \frac{\tilde{v}}{U_0} + \alpha_4 \frac{\partial}{\partial y_*} \left(\frac{\tilde{\eta}}{H_0} \right), \quad \alpha_4 = -\frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_{*o}}} \cdot \frac{\mu}{\mu_c} \quad (13)$$

ただし、 $\phi(\tau_{*o}) = q_{bo} / \sqrt{sgd^3}$ は流砂関数、 $\tau_{*o} = \tau_{bo} / \rho sgd$ は無次元掃流力、 τ_{*c} は無次元限界掃流力、 s は砂粒の水中比重、 d は粒径、 $\phi_0 = U_0 / u_{*o}$ 抵抗係数、 μ 、 μ_c は動および静止摩擦係数。

第 4 の関係式は局所流砂量と局所河床剪断力の間に位相差 δ が存在することを考慮し、局所流砂量を

$$\sqrt{\frac{q_b}{sgd^3}} = \phi \left[\tau_* (x - \delta) \right] \quad \text{ただし} \quad \tau_* = \tau_{*o} \left(1 + \frac{\tilde{\tau}_x}{\tau_{bo}} \right)$$

と表わすことで求めた。式(5)の関係を代入して整理すれば、

$$\tilde{q}_{bx} / q_{bo} = \alpha_5 \left\{ \left(\tilde{\tau}_x / \tau_{bo} \right) - \hat{\delta} \cdot \frac{\partial}{\partial x_*} \left(\tilde{\tau}_x / \tau_{bo} \right) \right\}, \quad \alpha_5 = \tau_{*o} \phi' / \phi \quad (14)$$

式中の $\hat{\delta} (= \delta / H_0)$ は非平衡時の流砂の連続式より砂流の平均移動距離 λ_m と一致することが確かめられる。Einstein によれば、 λ_m / d は τ_{*o} のみに依存し、以後の解析では Einstein の与えた関係式を用いている。また粒砂関数 ϕ としては Meyer - Peter - Müller の式を用いている。

結局、必要な 4 本の関係式は式(11)、(12)、(13)、(14)でそれぞれ与えられた。

河床の3次元微小擾乱とそれによって誘起される変動を次式のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\eta}/H_0 &= \hat{\eta} \cos(\ell y_*) \cdot \exp\{ik(x_* - Ct_*)\} \\ \tilde{\xi}/H_0 &= \hat{\xi} \cos(\ell y_*) \cdot \exp\{ik(x_* - Ct_*)\} \\ \tilde{u}/U_0 &= \hat{u} \cos(\ell y_*) \cdot \exp\{ik(x_* - Ct_*)\} \\ \tilde{v}/U_0 &= \hat{v} \sin(\ell y_*) \cdot \exp\{ik(x_* - Ct_*)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

ただし、 $k = \pi H_0/\lambda$ 、 $\ell = m\pi H_0/B_0$ はx、y方向の波数、 λ は砂州長、 m は河床波のモードであり、正の整数 C は無次元複素波速。また上に山形を付して表わした振幅は一般には複素数である。

式(15)の関係を式(6～9)および式(11～14)に代入して整理すれば次式ようになる。

$$\begin{pmatrix} ikF_1^2 + \alpha_1 I_0 & 0 & ik + (\alpha_2 - 1)I_0 & -(\alpha_2 - 1)I_0 \\ 0 & ikF_1^2 + I_0 & -\ell & -\alpha_3 \ell I_0 \\ ik & \ell & ik & -ik \\ As\alpha_1 d_5(ik + \delta k^2) & As\ell & As\alpha_2 d_5(ik + \delta k^2) & -ikC - As\alpha_4 \ell^2 \\ & & & -As\alpha_2 d_5(ik + \delta k^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{u} \\ \hat{v} \\ \hat{\xi} \\ \hat{\eta} \end{pmatrix} = 0 \dots\dots (16)$$

0以外の有意な解が存在するためには、上式左辺の係数マトリックスのディターミナントが0でなければならない。これを複素波速 $C = C_r + iC_i$ について解いてパラメータを整理すると次のようになる。

$$C = \text{fnc}(F_r, I_0, \tau_{*0}; k, \ell) \dots\dots\dots (17)$$

さらに、基本流でも前出の抵抗則が成立するから、上式中の3つの水理量は互に独立ではない。本解析では次式の表現を用いることにした。

$$C = \text{fuc}(I_0, \tau_{*0}; k, \ell) \dots\dots\dots (17')$$

I_0, τ_{*0}, ℓ を適当な値に固定して、増巾率 kC_i と波数 k の関係を求めると、図-2の例ようになる。さらに与えられた条件の下で、増幅率 kC_i が最大となる波数 k の擾乱が卓越するものと考え、増幅率の極大値 $(kC_i)_{\max}$ と波数 ℓ との関係を求めると図-3の例ようになる。図-3のように $(kC_i)_{\max}$ が1つのピークを有する場合には、下に定義するような ℓ に関する2つの特徴量 ℓ_0, ℓ_* を考えることができる。

$$\begin{aligned} kC_{i\max}(\ell_0) &= 0 \\ kC_{i\max}(\ell_*) &= kC_{i\max}(2 \cdot \ell_*) \end{aligned}$$

ℓ_0 は単列砂州の形成限界を与える。 B_0/H_0 が求められたとき、 $\pi H_0/B_0 > \ell_0$ であれば図-3より明らかのように増幅率は負となり、擾乱は減衰し平坦床となる。 ℓ_* は単・複列砂州の形成限界を与える。図-3に示すように、モード $m=1$ のとき $\pi H_0/B_0 > \ell_*$ であれば m が増加しても対応する増幅率 $(kC_i)_{\max}$ の値は、 $m=1$ の場合が最大となる。逆に $\pi H_0/B_0$ が ℓ_* よりわずかに小さい場合には、 $m=2$ に

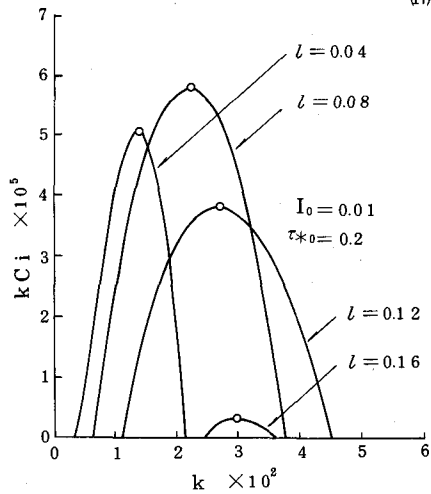


図-2 増幅率 kC_i と波数 k

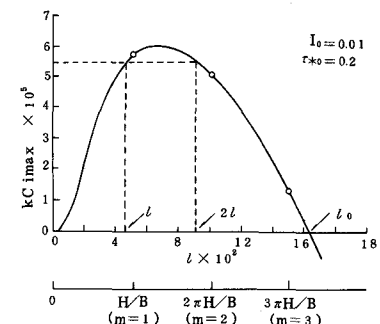


図-3 最大増幅率 $(kC_i)_{\max}$ と波数 ℓ

対応する増幅率が最大となる。

したがって、水理量 I_0, τ_{*0} を変化させて上述の ℓ_0, ℓ_{*0} の値を求めてゆけば、中期横河床形態の形成限界区分を

$$f_1(I_0, \tau_{*0}, B_0/H_0) = 0 \quad \dots\dots (18)$$

によって表わすことができる。

図-4 は計算結果の 1 例である。

図中にプロットした水路実験資料

との適合度は良好である。

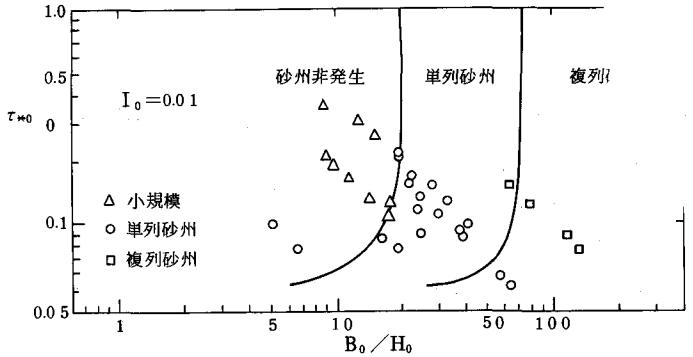


図-4 理論より求めた中規模河床形態の形成領域区分

3. 領域区分図

前節の解析では水理量として I_0, τ_{*0} を選び、式(18)の形式で領域区分図を作製した。式(18)と等価な表現は他に幾つも考えられるが、その幾例かを下に示す。

$$f_2(F_r, I_0, B_0/H_0) = 0 \quad \dots\dots (19-1)$$

$$f_3(\tau_{*0} H_0 / d, B_0/H_0) = 0 \quad \dots\dots (19-2)$$

$$f_4(I_0, H_0/d, B_0/H_0) = 0 \quad \dots\dots (19-3)$$

また、これまでに次元解析的手法および河床安定解析によって提案されている領域区分図のパラメーターを表-1にかかげた。以下、これらの区分図と理論解析の結果とを比較し、パラメーター、特に勾配 I_0 の効果に着目して検討を行なった。

$$(A) \quad u_{*0}/u_{*c} \sim B_0 I_0 / H_0$$

この形式には鮭川⁽¹⁾、池田⁽³⁾および著者ら⁽⁶⁾のものがあるが、パラメーターは同じでも区分線には差異がある。次元解析的な手法では、用いる資料や提案者の判断によって結果が区々となる例である。さて、縦軸のパラメーターは $u_{*0}/u_{*c} = \sqrt{\tau_{*0}/\tau_{*c}}$ であるから、パラメーターの選び方は前出の f_1 と同じである。しかし、理論解析の結果は B_0/H_0 と I_0 は独立であり、両者の積の形式で表現する必然性はない。解析結果の区分線をこの形式の区分図の上に移してみると、図-5 になる。区分図中の区分線の位置は I_0 の値によって大きく異なり、ほぼ並行移動しているようにみえる。したがって、 $B_0 I_0 / H_0$ という表現には検討の余地がある。

この形式の区分図が成立した理由を考えると、水路実験資料によったため勾配の変化する範囲が限られていたためと考えられる。ところで、砂州の非発生領域と単列砂州の形成領域の間に池田および著者らはそれぞれ「弱蛇行領域」、 「遷移領域」の存在を指摘している。遷移河床そのものは、本解析では判定規準を単純化して取扱っていないが、「遷移領域」において小規模河床形態と単列砂州が混在する理由は図-5の理論区分線の I_0 による変化で説明できる。また、池田および著者らは砂州の形成領域にある種の上限が存在するとしているが、本解析はそのような限界の存在は理論上は導き得なかった。

表-1 中規模河床形態の形成領域区分パラメータ

提 案 書		パラメーター
次元解析	鮭 川 (1971)	$u_{*0}/u_{*c} - B_0 I_0 / H_0$
	池 田 (1973)	$u_{*0}/u_{*c} - B_0 I_0 / H_0$
	黒木、岸 (1975)	$u_{*0}/u_{*c} - B_0 I_0 / H_0$
	玉井 他 (1978)	$U_0 / u_{*c} - B_0 I_0 / H_0$
	藤田、村本 (1978)	$B_0/H_0 - H_0/d_0$
安定論	Paker (1976)	$I_0/F_r - H_0/B_0$
	林、尾崎 (1978)	$F_r - B_0 I_0 / H_0$
	黒木、岸 (1978)*	$F_r - B_0 / H_0$
	Fredsque (1978)	$\tau_{*0} - B_0/H_0 - H_0/d$
	著者ら (1981)	$\tau_{*0} - B_0/H_0 - I_0$

* 流れをポテンシャル値として解析 (他は2次元浅水流)

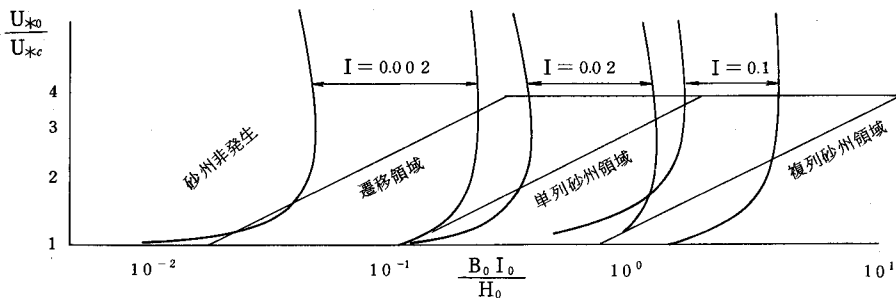


図-5 黒木、岸(1975)の区分図との比較

(B) $B_0/H_0 \sim H_0/d$

この形式は I_0 を含まないのが特徴である。理論的には f_4 の形式で I_0 が関係していると考えられる。解析結果の区分線を(B)の形式の区分図上に移すと図-6のようになる。 I_0 の変化にともなって区分線は位置は変化している。これは、 I_0 によって河床砂の移動限界を与える H_0/d の値が異なるためである。しかし、本解析で得られた区分線の包絡線を考えると、右上りのほぼ並行した区分線が得られる。

図中の破線は藤田らが与えた区分線であり、斜めの並行した2本の区分線の間が交互砂州領域、その下側が複列砂州領域である。藤田らの区分線は、本解析の包絡線で与えられる区分線よりはやや傾きがゆるく、下側に位置している。図中大きめの白丸でプロットしたのは単列交互砂州となっている河川の資料であり、理論値はほぼこのプロットをカバーする位置にある。

理論の包絡線がほぼ並行であることから、砂粒の移動限界付近を除外すれば、本区分図のように I_0 を含まない形での整理も可能であることになる。ところで、斜の破線の上方および鉛直な破線の左側はそれぞれ semi-bar, diagonal-bar の形成領域である。理論解ではこの範囲は、砂州非発生領域であり、遷移河床としての性格の強い河床形態の形成領域区分には今後の理論的検討が必要である。

(C) $U_0/u_{*c} \sim B_0 I_0 / H_0$

このパラメータの選択は玉井らによって提案された。縦軸のパラメータは

$$\frac{U_0}{u_{*c}} = \frac{Fr}{\sqrt{I_0}} \left(\frac{r_{*0}}{r_{*c}} \right)^{\frac{1}{2}} = \varphi_0 \left(\frac{r_{*0}}{r_{*c}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

と変形が可能であり、基本となるパラメータはこれまでと同じである。

横軸のパラメータ $B_0 I_0 / H_0$ は(A)ですでにみたとおり、 I_0 の効果が過大で検討の余

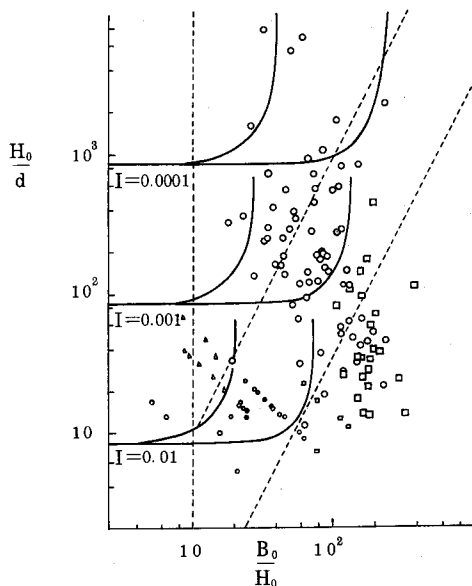


図-6 村本・藤田(1978)の区分図との比較

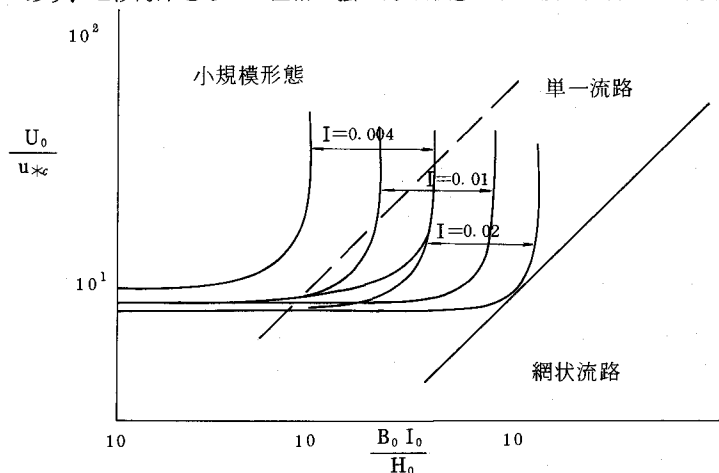


図-7 玉井ら(1978)の区分図との比較

地が大きいことが判った。縦軸のパラメータも、(A)の場合のそれに ϕ_0 がかっただけであり、図-5と大差のない結果が得られることが予想される。図-7は解析結果との比較を示す。砂粒の移動限界に対応する U_0/u_{*c} の値は勾配によって若干変化しているが、全体的な区分線の傾向は図-5の場合とよく似ている。

以上のように次元解析的に得られた3つの形式の区分図と理論解析の結果を比較すると、(A)および(C)の横軸に表われるパラメータ $B_0 I_0 / H_0$ は I_0 の効果を過大に見積っており、むしろ(B)のように掃流力の小さい所を除けば I_0 の効果は無視できる程度に小さいと考えられる。理論解析の結果は式(18又は19)に示されるように、形成領域区分は3つのパラメータで表現される。これを領域区分図という2次元相関面上に表現する場合、方法としては影響の少ないパラメータを省略して2パラメータに退化させるか、あるいは、3つのパラメータを適当に組合わせて、その中の1つのパラメータの影響を吸収するようにすることが考えられる。前者の方法は、(B)の型式でほぼ十分であるから、後者の方法で理論解を整理してみる。

これまで見てきたとおり、理論解は I_0 によって若干変化する。図-4の区分図上で I_0 を変化させると、2本の区分線はほぼ並行に、 I_0 が減少するに従って図の右側にシフトすることがわかった。したがって、横軸 B_0 / H_0 に I_0 のべき乗を乗ずることで I_0 の効果を表現できそうである。砂州の発生・非発生限界区分線と単・複列砂州形成限界区分線とて

は I_0 の効果に若干の差はあるが、

各区分線のまとまりが最もよくなる指数を選んでやると0.2となる。図-8には、 $B_0 I_0^{0.2} / H_0$ を横軸にとって区分線を書き直した結果を示す。2つの区分線は $I_0 = 0.01 \sim 0.0001$ と大巾に変化させたにも拘らず、ほとんど変化しておらず実用的には1つの区分線で近似しても差支えない。また図中には水路実験の資料をあわせてプロットした。区分線は各河床形態の形成領域を合理的に区分することができている。

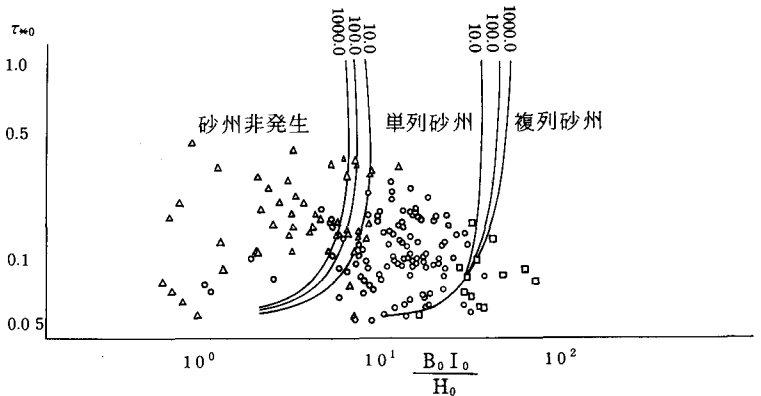


図-8 中規模河床形態の形成領域区分

4. 結 語

本研究では、河床安定解析によって中規模河床形態の形成領域区分図を理論的に求めた。また、これまで次元解析的な方法で提案された領域区分図の幾つかについて、それぞれの区分パラメータおよび区分線の持つ意味を明らかにした。これらの検討を通じて、理論的検討を要する問題点が幾つか明らかにされた。今後、これらの問題点を理論的に評価できるよう理論の改良を行なってゆきたいと考える。

参考文献

- 1) Leopold, L. B. and Wolman, M. G.; USGS Prof. Paper 282-B, 1957
- 2) 長谷川和義、山岡勲; 土木学会論文報告集、No. 296、1980
- 3) 黒木幹男、岸力; 河川の機能に関する基礎的研究、北海道開発局委託研究報告、(代表岸力)、1980
- 4) 鮎川登; 第26回土木学会年講、II-69、1971
- 5) 池田宏; 地理学評論、46-7、1973
- 6) 黒木幹男、岸力、板倉忠興; 交互砂州の水理特性、文部省科研費総合(A)最終報告書、1975
- 7) 玉井信行、長尾哲、三国史雄; 第22回水理講演会論文集、1978
- 8) 村本嘉雄、藤田裕一郎; 第22回水理講演会論文集、1978