

発達した交互砂州の性状に関する実験と解析 Experiments and Analysis on the Characteristic of Developed Alternating Bars

北海道大学工学部 正員 ○長谷川 和 義

北海道大学工学部 正員 山 岡 勲

1. は じ め に

水衝部の発生と移動、側岸浸食など沖積流路の変動に関わる現象は、主流の左右岸への偏りによってもたらされるものと考えられる。すなわち、流れの平面的流速分布の偏りが流速変動の原因ということになる。

著者ら¹⁾は、これまでに平面的流速分布に対する河床形状と平面形状の影響（遠心力の作用）を比較することにより、強い弯曲を除いて、一般に前者の影響が大きく、後者は、横断面内に現われる二次流によって生ずる河床洗掘形状を通じて間接的に及ぶものであるとの見解を示してきた。これによれば、流路変動の解明のためには、まずもって河床形状を知ることが必要ということになる。

さて、河床起伏が生ずる要因には、基本的に性質の異なる二つのものがある。その一つは、前述した流路の弯曲にもとづく洗掘であるが、他は直線流路内でも見られる交互砂州の発生である。現実の河川、とくに本邦の沖積河川の大部分は、これら二つの要因がともに働くような状態にあるものと考えられ、その平衡河床形状を知することは、実際問題としても重要であるが、今日まであまりその実態が明かにされていない。また、交互砂州をともしう蛇行流路における実験も多くはなく、木下²⁾、芦田・塩見³⁾、鮎川⁴⁾、木下・三輪⁵⁾などによって貴重な結果が報じられているが、二者の要因の重なりを具体的な河床形状特性としてとらえた報告はない。

本研究は、実験的に発生させた直線流路内の砂州形状、蛇行流路内の砂州形状、および蛇行流路内の洗掘形状のそれぞれを詳細に測定し、そのフーリエ解析から形状特性を明かにしようとするものであり、さらに流速分布の測定によってそれらの特性の背景を見ようとするものである。

2. 実験のねらいと方法

(2-1) 一般に自然河川では河岸の変形よりはるかに容易に河床の変形がおこる。すなわち、河床の変形が完了する程度の時間内では、流路の平面形状変化はあまり問題とならず、河床にとって流路形状は固定条件のごとき意味をもつことになる。一方、流路形状は流れと河床形の平衡状態がもたらす流況の影響を受けてはじめて変化するようになる。

したがって、1で述べた課題を固定壁流路内の移動床問題としてとらえることは、現象的に十分許されるものといえる。

しかし、移動床河床の形状を定量的に論ずることは、もとより困難なことであり、現在のところ直線流路内の砂州形状についても、その代表長が論じられている段階にある。

また、流砂現象が本来有している確率的性質のゆえに、個々の河床波に関する事細かな測定は、統計的な意味以外はないものと考えられがちであり、具体的な形状は測定されずじまいのことが多い。だが、交互砂州のような中規模河床形態は、一目でその特徴がわかる程度にかなり確定的な性質を有しており、同様に蛇行にともしう河床洗掘形状についても、その左右岸にそう起伏は十分規則的である。逆に言えば、これらの河床形状は、すぐ上で述べた程度の長周期性と規則性を有するがゆえに流線の偏りを生ぜしめるような影響を流れにもたらすわけであり、「中規模」と称されるゆえんともなっている。

さて、1で触れたように、交互砂州は、流れ-流砂系の境界不安定から自励的に生ずる河床波形であるの

に対し、弯曲外岸部の交互洗掘は境界壁に強制されて生ずる二次流によってもたらされる局所洗掘である。これらの波の最も重要な性質は、前者が明りょうな前進性を有して、その平衡状態が動的であるのに対し、後者が弯曲にともなう固定位置に存在して静的な性質をもっていることである。両者が同時に生ずる条件では、弯曲がある程度以上大きい場合、砂州が流路の弯曲部におさまる状態になり、前進が停止する。理論上でも実際上でも重要なケースはこの場合である。河床の不安定条件が満たされる限り、こうした場合にも砂州は存在するものと考えられ、また局所洗掘にも似たような機構が働いているものと想像される。もし、これらの現象が重ね合せの性質をもつものであれば、この波は両者の波形の和によって表現し得ることになる。このことを知るために、直線・蛇行の二つの水路を用いて、砂州の発生条件を満たすまったく同一の水理量を与えた実験をおこなってみる。^{6) 7)} 両実験の違いは、平面形状のみなので、結果の波形の差がその影響と見ることができよう。次に、砂州の発生しない水理条件における蛇行水路実験を行ない、局所洗掘のみによる波形を生成させ、これと上述の差との比較を試みる。同時に、これらの河床波形をつくりだした流れの測定を進め、その定性的対応関係を見ることにする。

(2-2) 使用水路は、直線・蛇行のいずれについても、勾配可変のステージ(長さ8 m、幅1.8 m)上に、高さ20 cmの透明塩ビ板を用いて作製され、幅30 cmの矩形断面を有する。

蛇行流路の平面形状は、最大偏角が30°のsine-generated-curveであるが、蛇行波長は、直線水路における実験での発生砂州長の2倍をとり、220 cmを与えている。この形状が採用された理由は、砂州の移動が停止し、かつ砂州の作用と洗掘の作用がほぼ同じ程度に働く状態を想定したことによる。

使用砂は、中央粒径0.043 cm、比重2.66のほぼ均一なふるい砂であり、これを水路底に一様に敷きならし、所定の流量を通水させる。実施実験条件および、それから得られた主要水理量は表-1のとおりである。

河床形状の測定は、測定区間(1波長=2砂州長)を流下方向に10 cm間隔、横断方向に1 cm間隔にそれぞれ22点および31点とり、ポイントゲージによっておこなっている。流速測定は、直径3 mmのプロペラ式流速計を流向角測定用の回転台座上に設定しておこない、流下方向に10 cm間隔、横断方向に3 cm間隔、水深方向に3 mm間隔で測っている。流向は流速計の先端に2 cm程度の細糸をとりつけ、この向きにプロペラの正面が向く

Run No.	ST - 1	ME - 1	ME - 2	井口の実験	西谷らの実験
水路幅 $\tilde{B}$ (cm)	30	30	30	50	50
流量 $\tilde{Q}$ (l/s)	0.752	0.752	1.870	3.520	4.900
河床勾配	1/70.9	1/70.9	1/300	1/54.1	1/50
砂粒径 d (cm)	0.0425	0.0425	0.0425	0.2330	0.2330
河床形態	単列交互砂州	単列交互砂州	砂 渚	単列交互砂州	単列交互砂州
平均流速 $\bar{U}_0$ (cm/s.)	32.6	32.2	24.2	46.2	55.4
平均水深 $\bar{H}_0$ (cm)	0.77	0.89	2.58	1.53	1.77
砂州(蛇行) 長 $\tilde{L}$ (cm)	209	220	220	400	400
フルード数 F_r	1.19	1.09	0.48	1.19	1.33
無次元補流 力 τ_s	0.154	0.178	0.123	0.073	0.093

表 - 1

ようにすることによって求めている。なお、流速測定時は、河床を固定しており、このため速乾性ボンドが用いられた。

各実験の観測区間は、それぞれの砂州あるいは洗掘形状が典型的に発達している1波長区間を選んで、互いに同一位置、同一位相にないが、観測区間の上流端から順に、測定横断面をSt. No. 1、2、……22のように呼称している。

3. 実験結果の概要

(3-1) 直線水路における砂州実験(ST-1)は、5回の予備実験の後に、最も典型的な砂州の発生を見た場合を選んでおこなわれた。この実験は、表-1にも示すとおり、弱い射流域にあり、小規模河床形態の共存は見られない。通水時間は15分であり、観測対象の砂州は十分定常に達したものと認められる。

測定河床形状の概略は、図-1(a)に示すとおりである。同図中の流速ベクトルは底面流速を表わす。また、図-1(b)は水深方向にわたって平均した流速のベクトルを示すものであり、図-4は最深部における横断形状と横断方向流速分布を示すものである。これらによれば交互砂州とその上の流れの対応関係のおおよそが判る。すなわち、最深部の存在する St. No. 6~8 や St. No. 16~18 附近では、砂州前縁と壁面がほぼ平行しており、強い流れの集中が生じているが、図-4に見られるように、必ずしも顕著な旋流が発生しているわけではない。洗掘は二次流ではなく、主流方向の流速差にもとづく掃流砂の場所的变化によって起っており、前縁の維持も同じ仕組みによるようである。これに対して、前縁が弧状に張り出す部分では、底面流線の向きと、表面流線の向きが異なるようになり、ら旋流の発達が見られる。すなわち、表面流が前縁を交叉して流れる一方、底面流は前縁に沿って流れ、その結果主流方向の流速差が生じて堆積が起ることになる。前縁の前進はこのようにして生ずる。前縁の先端では主流が前縁を直交して流れるようになるので、むしろ剥離渦の現象を呈する。

以上のように、直線水路内の発達した交互砂州の形成には、二次流の影響よりも、主流流速の場所的变化が効いているようである。

(3-2) 蛇行水路の砂州実験 (ME-1) は、ST-1 とほぼ同一の水利条件のもとに実施され、図-2(a)、(b) および図-5のような測定結果を得た。すなわち、この実験では、主流が衝突する図-2(a)の②の部分で激しく洗掘された砂は、図中の①の部分に堆積し、前縁を形成する。このとき、②の部分の洗掘が大きいために、水流は全般的に低い場所を流れるようになり、次第に河床の一部に食い込むようになって、いわゆる「みお筋」を形成する。最深部(水衝部)では、図-5に見られる

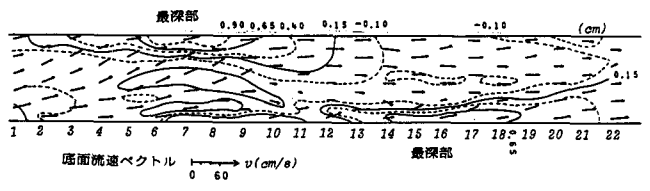


図-1(a)

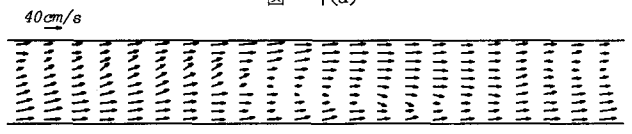


図-1(b)

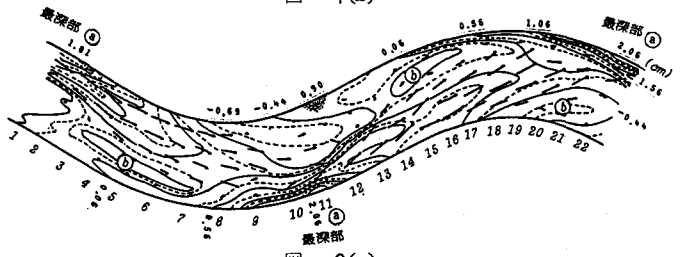


図-2(a)

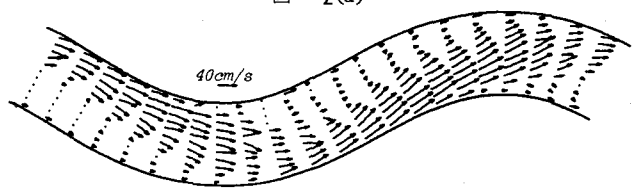


図-2(b)

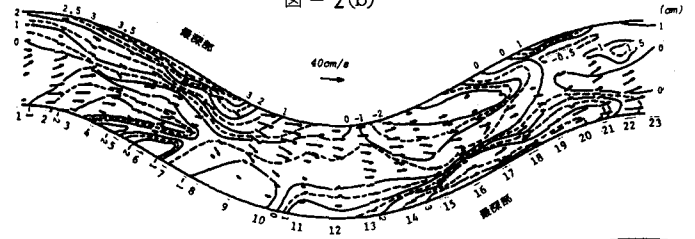


図-3(a)

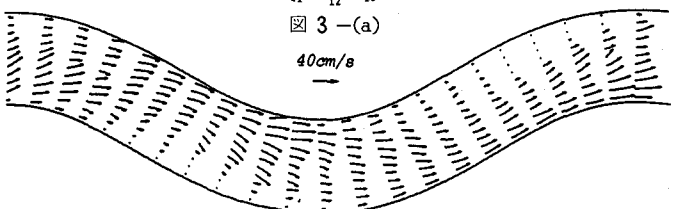


図-3(b)

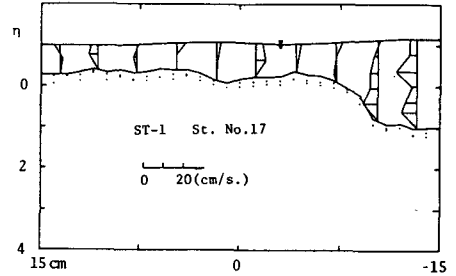


図-4

ように明りょうに発達したら旋流(二次流)が生じており、前縁の前進をくい止める働きをしている。すなわち、内岸側に向かう二次流が前縁を越えて落下してくる掃流砂をまきあげてつり合いをはかり、同時に前縁と壁面に挟まれる流れの集中部分が次第に加速して掃流砂を掃き出し、急な横断勾配と深さを保っている。このように、蛇行流路では強い二次流の存在が特徴であり、河床形状の形成には主流流速の場所的变化とともに、これが影響を及ぼしている。

(3-3) 蛇行流路における非砂州実験(ME-2)は、河床状態が砂漣であり、目的とした弯曲にとまなう洗掘形状の他に高波数の起伏が混っていてやや複雑な形状を呈している。

図-3(a)がその概要である。この実験は常流で、無次元掃流力も三つの実験の中で最小であり、平衡状態に達するまで、240分以上の長時間を要した。深掘れ部の形成は、ME-1の場合とそれほど変わらず、やはり主流が寄ってくる壁面附近に最深部が現われる。

しかし、ME-1の場合との著しい違いは、横断方向流速の分布であって、図-6に見られるようにら旋流は生じておらず、しかも流れは外岸側に向いている。そうしてその分だけ流下方向の速度差が生じており、洗掘が主としてこのことによって起っているように見える。この現象は一般に主張されている弯曲流路内の流れの性質とも異なったものであり、常に成立するものか否かは不明である。砂州の存在するME-1の場合には、砂州の前縁が絶えず前進しようとするものを、ら旋流が抑止しているというおもむきがあったのに対し、ME-2ではそのような動的な平衡現象はあまり見られず、洗掘による横断勾配も緩い。

この実験のもう一つの特徴は、図-3(b)の平均流速ベクトル図にも示されるように、平面的な剥離が生じていることである。この現象は木下⁸⁾の平坦固定床実験においてすでに指摘されているが、波長に比して水深が大きい場合に生じやすい。図から明かなように、剥離域の存在によって見かけ上の流路幅と蛇行振幅あるいは曲率が減少している。

4. 河床形状の二重フーリエ解析

(4-1) 平均河床面からの河床の変位を $\tilde{\eta}$ とし、次式を用いた波数解析を試みる。ただし、洗掘側を正とし、堆積を負とする。

$$\begin{aligned} \tilde{\eta} = \sum_{i=0,2,4,\dots} \sum_{j=0} \left[\tilde{a}_{ij} \cos \frac{2\pi i}{2\tilde{B}} \tilde{\eta} \cdot \cos \frac{2\pi j}{\tilde{L}} \tilde{s} + \tilde{b}_{ij} \cos \frac{2\pi i}{2\tilde{B}} \tilde{\eta} \cdot \sin \frac{2\pi j}{\tilde{L}} \tilde{s} \right] \\ + \sum_{i=1,3,5,\dots} \sum_{j=0} \left[\tilde{c}_{ij} \sin \frac{2\pi i}{2\tilde{B}} \tilde{\eta} \cdot \cos \frac{2\pi j}{\tilde{L}} \tilde{s} + \tilde{d}_{ij} \sin \frac{2\pi i}{2\tilde{B}} \tilde{\eta} \cdot \sin \frac{2\pi j}{\tilde{L}} \tilde{s} \right] \dots (1) \end{aligned}$$

ただし、 $\tilde{s}$: 流路中心線にそって流下方向にとった距離軸、 $\tilde{\eta}$: $\tilde{s}$ 軸に直交し左岸向きを正にとった距離軸、 $\tilde{L}$: 砂州あるいは蛇行流路の1周期の長さ、 $\tilde{B}$: 流路幅、 $\tilde{a}_{ij}$ および $\tilde{b}_{ij}$: 横断面形状が偶関数成分をもつ波の成分振幅、 $\tilde{c}_{ij}$ および $\tilde{d}_{ij}$: 横断面形状が奇関数成分をもつ波の成分振幅である。

図-4、5、6などから明かなように、今問題にしている河床波の横断形状は、流路幅がちょうど半周期となる波が基本をなしている。したがって、この基本周期 $2\tilde{B}$ を用いて $\tilde{\eta}$ 方向の波数を $i=1, 2, \dots$ とする通常の級数展開をおこなおうとすれば、 $-\tilde{B} < \tilde{\eta} < -\tilde{B}/2$ および $\tilde{B}/2 < \tilde{\eta} < \tilde{B}$ についてのデータが不足す

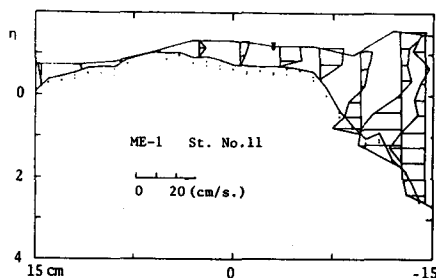


図-5

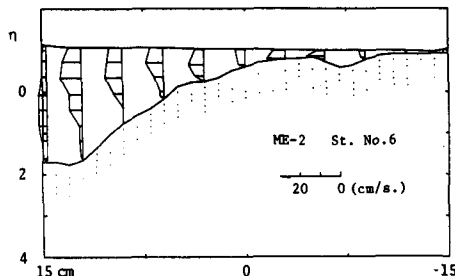


図-6

ることになる。そこで、図-7のように $\tilde{n}=0$ で切半したデータを $\tilde{n}=\pm\tilde{B}/2$ において折り返すことにすれば、 $\tilde{a}$ 、 $\tilde{b}$ は i が偶数のときのみ、 $\tilde{c}$ 、 $\tilde{d}$ は i が奇数のときのみ値をもつことになり、他はゼロとなる。この折り返しは、仮定の複列砂州を扱うことと同じであるが、基本周期を $\tilde{B}$ とした場合よりも、はるかに少数の項でもって波形を表現することができる。 $\tilde{\eta}$ の実測値は離散量であり、 $\tilde{n}$ および $\tilde{s}$ 方向にそれぞれ60点、22点であるから i 、 j の最大は30、11となる。

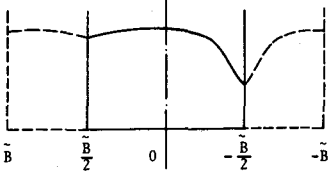


図-7

一方、 $\tilde{a}$ 、 $\tilde{b}$ および $\tilde{c}$ 、 $\tilde{d}$ は、 $\tilde{s}$ 軸のとり方によって異なる値をとる。すなわち位相のずれが影響するので、左岸における最大深掘れ位置を原点にとって表わすように決める。これは多くの場合、最大の振幅成分をもつ $i=1$ 、 $j=1$ の波が、 $\tilde{s}$ 軸方向に位相をもたない、すなわち $\tilde{d}_{11}=0$ より決められる。

このようにして得られた係数を、偶・奇それぞれに分けて合成し、 $\tilde{H}_0$ にて無次元化する。すなわち、

$$\alpha_{ij} = \left\{ \begin{array}{ll} \sqrt{\tilde{a}_{ij}^2 + \tilde{b}_{ij}^2} / \tilde{H}_0 & \left(\begin{array}{l} i = 0, 2, 4, \dots, 30 \\ j = 1, 2, 3, \dots, 11 \end{array} \right) \\ \sqrt{\tilde{c}_{ij}^2 + \tilde{d}_{ij}^2} / \tilde{H}_0 & \left(\begin{array}{l} i = 1, 3, 5, \dots, 29 \\ j = 1, 2, 3, \dots, 11 \end{array} \right) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$$\alpha_{i0} = \left\{ \begin{array}{ll} |a_{i0}| / \tilde{H}_0 & (i = 0, 2, 4, \dots, 30) \\ |c_{i0}| / \tilde{H}_0 & (i = 1, 3, 5, \dots, 29) \end{array} \right\}$$

のように表わすことにすれば、 α_{ij} は、 $\eta = \tilde{\eta} / \tilde{H}_0$ に関する線スペクトルを意味することになる。以下にこれについて見る。

(4-2) 図-8は、Run ST-1に関する α_{ij} を示すものである。 i に関しては、さらに高波数まで存在するが、ほとんど無視し得るほど小さいので描いていない。図から明らかなように支配的な成分は、 α_{11} 、 α_{20} 、 α_{31} などであり、このうち最大の α_{11} は、単列砂州のモデル式として用いられる

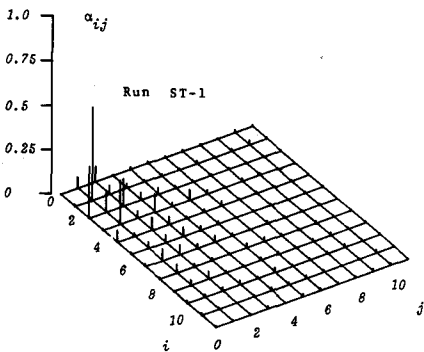


図-8

$$\eta = \alpha_{11} \cdot \sin \frac{2\pi}{2\tilde{B}} \tilde{n} \cdot \cos \frac{2\pi}{L} \tilde{s} \quad (3)$$

なる波の波高に対応する。

このような直線流路内の単列砂州の形状特性は、非常に興味深いことに、他の実験例でも同じように現われる。河床形状を詳細に報じた実験報告は極めて少数に限られるが、そのような貴重な資料として井口⁹⁾および西谷・吉野・牧野¹⁰⁾の実験例があり、それぞれ表-1に示す条件のもとで実施されている。今、これらに関して同様な二重フーリエ解析を進め α_{ij} を求めると、図-11のような結果を得る。

この図は、各実験ごとに α_{ij} を大きさの順に第10位までとって縦軸に示し、横軸には無次元掃流力 τ_* を与えたものであり、となり合う共通の成分をつないで表わしている。なお、黒色のプロットは蛇行流路における値を示す。

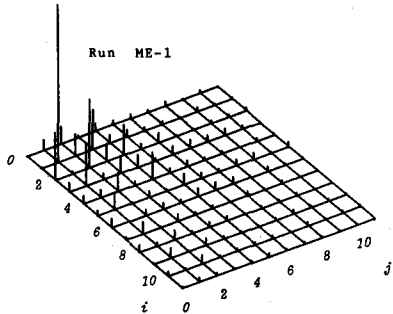


図-9

同図から明かなように、直線流路における砂州の主要成分の大きさの順位は第3位まで同一であり、しかも、いずれも τ_* の増加とともに緩やかに減少している。第4位以下は、共通する成分が

必ずしも同順位ではないが、 α_{22} 、 α_{40} 、 α_{42} など偶関数成分が比較的大きな値を示していることは興味深い。

さて、これらの主要成分によって、どの程度原系列を再現するであろうか。再現率を以下の式で定義するとき、各成分の波に順に足していったときの再現率は、表-2のとおりである。

$$\text{再現率} = \left\{ 1 - \frac{\sum_k \sum_m (\tilde{\eta}_{km} - \hat{\eta}_{km})^2 / N}{\sigma_{\tilde{\eta}}} \right\} \times 100 \quad (4)$$

ここに、 $\tilde{\eta}_{km}$: 測定値、 $\hat{\eta}_{km}$: 成分振幅を与えて(1)式によって計算した $\tilde{\eta}$ の値、 $\sigma_{\tilde{\eta}}$: $\tilde{\eta}$ の実測値から得られる標準偏差、 N : 測定値の個数。

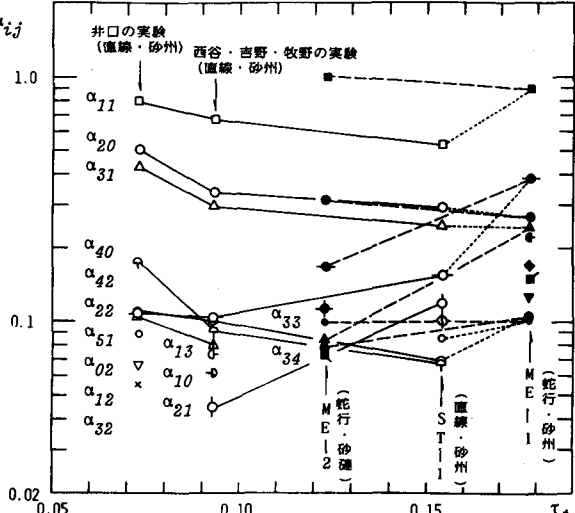
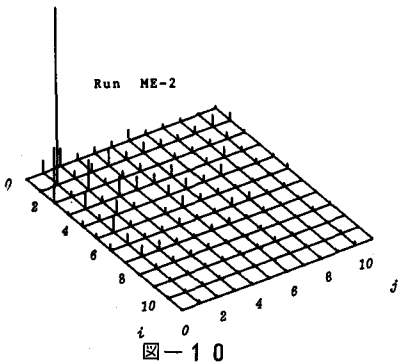
表-2によれば、主要成分の上位3項によって、5割以上の再現率が得られており、砂州のモデルとしては、これらを用いれば十分のように思われる。

(4-3) 蛇行流路では流下方向の距離が、中心線とその他の測線とで異なることになり、本来(1)式をそのまま適用できない。しかし、ここでは全体を直線状に引き伸ばして考え、直線の場合と同一の計算をおこなう。

図-9は、Run ME-1 についての α_{ij} を示すものである。Run ST-1に較べて α_{11} 、 α_{12} が2倍ほど大きな値を示しているほか、全体的に j (ξ 軸方向の波数)の大きなところで大きな値を示している。しかし、図-11に見られるよう

に、 α_{20} 、 α_{31} が直線の場合の値を結んだ線の延長上にきており、流路蛇行の影響を受けないもののように見える。

一方、図-10は、Run ME-2に関する α_{ij} の計算結果である。 α_{11} 、 α_{20} が大きな値をとっているほかは、あまり目立った成分はない。しかし、高波数域にまで値が広がっており、砂漣の特徴が反映している。図-11によって砂州河床との比較をおこなうと、次のような特徴が明かになる。 α_{11} は、流路蛇行のみの影響でも生じ、洗掘形状の大部分がこれによって表わされる。したがってME-1における α_{11} の増大もこの働きが重なって生じているものと考えられる。 α_{31} は、流路蛇行のみの影響では大幅に減少しており、しかも砂州河床では流路形状にかかわらず一定の値をとっている。したがってこの成分波は、砂州に固有のものであると言える。 α_{20} は、これを構成する $\tilde{a}_{20}$ が負値なので、この成分からなる波は、流路中央に山をもつ



主要成分 振幅	ST-1			ME-1			井口の実験			西谷らの実験		
	値	大きさの 順位	再現率	値	大きさの 順位	再現率	値	大きさの 順位	再現率	値	大きさの 順位	再現率
α_{11}	0.522	1	23.5%	0.885	1	31.3%	0.786	1	22.7%	0.673	1	31.8%
α_{20}	0.292	2	43.2	0.269	3	48.5	0.557	2	53.4	0.335	2	55.1
α_{31}	0.247	3	51.7	0.243	4	53.0	0.428	3	66.5	0.296	3	68.4
α_{22}	0.153	4	55.7	0.386	2	39.2				0.102	4	70.0
α_{21}	0.119	5	58.2									
α_{13}				0.226	5	56.6						
α_{40}							0.177	4	71.9			
α_{42}							0.109	5	73.1	0.100	5	71.6

表-2

「かまぼこ」形となる。この値が、なぜ全ての実験を通じて一つの線上にまとまるのか、現在のところ不明である。

一方、 α_{22} は、砂州のみの河床にも、洗掘形状のみの河床にもあらわれずに、両者が重なる場合にのみ大きな値を示す。この成分波は、後に触れるように、「みお筋」に対応するものらしく、深掘れの大きさが原因となって二次的に形づくられたものと言える。

以上のように、各成分波は、様々な性質をもつが、重要なことは次のことである。

Run ME-1 のように砂州の動きと蛇行にともなう洗掘の影響が重なる場合でも、 α_{22} のような新たな性質をもつ波形の成分振幅は小さく、現象的には両者の和によって重なりを表現できる。また、このことは、

3. において触れた流れの特徴とも矛盾しない。

5. 線形和の検討

蛇行流路内の砂州形状が、直線流路における砂州形状と、流路蛇行にともなう洗掘形状の線形和によって表わされるものと考え、次のような検討を加える。

Run ME-1 のフーリエ係数から対応する Run ST-1 の係数を差し引くと、砂州形状が消去された波形が残るものと期待される。これをスペクトル表示したものが図-12である。もし上述の仮定が成り立てば、これは図-10と似た性質をもつはずである。そこで、さらに Run ME-2 の係数を差し引くことにするが、その際、 $\tilde{c}_{11}$ が一致するように全体を相似な形に縮める。このようにして得た残差をスペクトル表示すると図-13のようになる。これによれば主要な成分はほとんど消えているが、先に見たように α_{22} など新しい性質をもった成分が残っている。これらが実際にどのような形を示すかを見るために η に変換しなおすと、図-14のような結果を得る。

図中の点線は、平均面より低い中央の窪みの部分を連ないだものであるが、図-2(a)との比較によれば、これは「みお筋」部分に相当していることが分る。すなわち、砂州と蛇行の動きによって新しく形成される波は、「みお筋」のような、弯曲にともなう二次的影響の波であり、これを除けば、砂州形状と洗掘形状の線形和モデルが成立し得るものと言えよう。

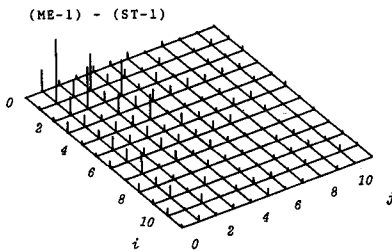


図-12

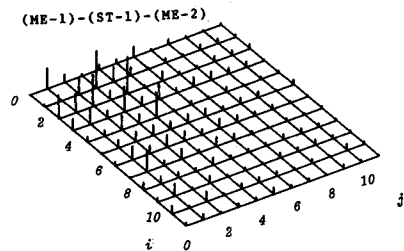


図-13

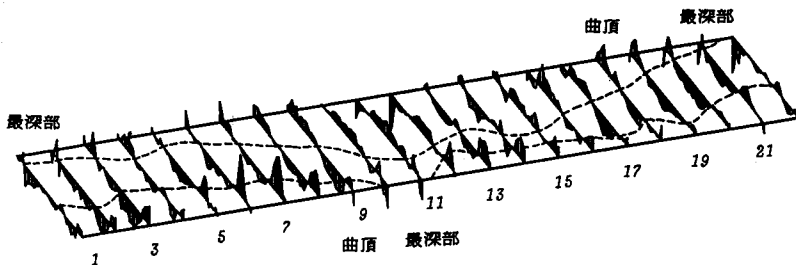


図-14

謝 辞

本研究を進めるにあたり、実験に、本学4年生の鈴木康正・田中直人の両君の熱心な協力を得た。また、図面の自動作画において技官の道口敏幸氏の全面的協力を受けた。記して謝意にかえる次第である。

参 考 文 献

- 1) 長谷川和義・山岡 勲：蛇行流路の発達に及ぼす平面ならびに河床形状の影響、土木学会論文報告集 №296、1980、4(英文)
- 2) 木下良作：石狩川河道変遷調査、科学技術庁資源局資料、第36号、1961、11
- 3) 芦田和男・塩見靖国：水路における砂礫堆の水理特性について、京大防災研究所年報第9号、1966、3
- 4) 鮎川 登：流路形状と砂州の形状特性との関係、「沖積地河川における河床形態と流体抵抗の研究」(代表 岸 力)最終報告書、1975、3
- 5) 木下良作・三輪 弑：砂レキ堆が安定する河道の平面形状、土木学会第29回年講概要Ⅱ-120、1974、10
- 6) 長谷川和義・山岡 勲・岡 洋一：交互砂州の流路蛇行による変形、土木学会北海道支部論文報告集、第37号、Ⅱ-16、1981、2
- 7) 長谷川和義・山岡 勲・岡地勇治：蛇行流路内の交互砂州上を流れる流れ、土木学会北海道支部論文報告集、第37号、Ⅱ-17、1981、2
- 8) 木下良作：緩流部河道の水流蛇行相似に関する検討業務報告書、石狩川開発建設部委託調査、1981、3
- 9) 井口昌平：砂礫堆の形成に関する水理学的考察、東大生産技術研究所報告、UDC 627・152・12
- 10) 西谷隆亘・吉野文雄・牧野立平：洪水による河道変動についての実験的研究、法政大学工学部研究集報、第9号、1973、2