

浅い湖におけるセイシュの観測とそのモデル化 Field Observation and Modelling of Seiche in a Shallow Lake

国立公害研究所 ○福 島 武 彦
同 上 村 岡 浩 爾

1. は じ め に

浅い湖では湖流は微弱ではあるが、風を外力とする吹送流、セイシュ流の役割りが大きく、大雨による河川流入量の増大時を除けば日常的な混合現象はそれらの流れによって支配されていると考えられる^{1,2}。ここでは水平スケール約30kmに対して、平均水深4mと極めて浅い湖である霞ヶ浦でのセイシュを対象に、諸特性つまり周期、風との関係、吹き寄せ水位、波高、流速、減衰特性などを現地調査により明らかにするとともに、霞ヶ浦模型による水理実験及び鉛直一層水平二次元モデルによる数値計算によりそのモデル化の方式を検討した。湖沼における基本流動パターンであるセイシュ現象の把握が、湖内の流動・混合現象のモデル化に際して、その方式の決定、諸係数の選定に利用可能かどうかを明らかにすることを目的とした。

2. 現地観測、模型実験、数値解析の方法

(1) 現地観測—セイシュに関わる流動現象の観測としては以下の4種類のものを行った。(a)水位変化の長期観測：ダンパーを装備した筒中に抵抗線式水位計を固定し、短周期の水位変動をカットして数分以上の長周期波が観測できる水位計により、図1中のSt.Aの湖岸で15日間にわたる水位変動の観測を行なった。(b)5地点同時水位観測：(a)と同様な装置を用いて湖岸5地点St.A,B,C,D,Eにおいて、10分毎の水位変化の24時間観測を2回行った。(c)狭窄部流量観測：F—F'の狭窄部において横断線上4測点、水深1mごとに毎1時間の流向流速観測を8時間連続する調査を2回行った。(d)電磁流向流速計を用いてSt.G,H,Iの地点で3～7日間の湖流連続観測を行なった。

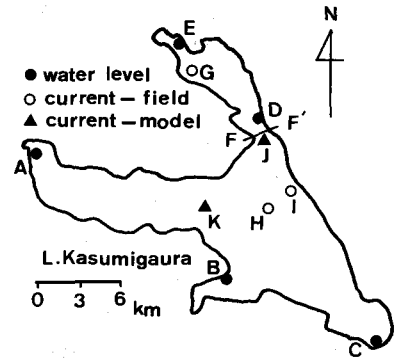


図1. 測定地点、測定項目

(2) 模型実験—水平縮尺1/8000、鉛直縮尺1/50の霞ヶ浦湖地形模型を作製し、直径4mのターンテーブル付風洞装置中に設置して水理実験を行なった。吹送流の流動の形態及び混合現象解析のための実験とあわせて、ここで示すセイシュの実験を行なった。セイシュの発生方法としては(e)風の瞬間停止 (f)潜水容器の投入、引きあげの2通りとした。水位変化の測定は図1中St.A,B,C,Eの4点で抵抗線式水位計により行ない、また流速の測定は超音波流向流速計をSt.J,Kに設置して行なった。

(3) 数値解析—鉛直方向に全水深にわたり積分を行なった鉛直一層平面二次元モデル(以後、一層モデルと略す)を用いて湖流シミュレーションを行なった。基本方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial U}{\partial t} = fV - g(h + \zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial x} - (h + \zeta) \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U^2}{(h + \zeta)^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{UV}{(h + \zeta)^2} \right) \right\} + K_L \nabla^2 U + \frac{\tau_{wx}}{\rho} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -fU - g(h + \zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial y} - (h + \zeta) \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{UV}{(h + \zeta)^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V^2}{(h + \zeta)^2} \right) \right\} + K_L \nabla^2 V + \frac{\tau_{wy}}{\rho} - \frac{\tau_{by}}{\rho} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = - \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (3) \quad K_L = \beta (A)^{\frac{2}{3}} \quad (4)$$

$$\tau_{wx} = \rho_a C_f W_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2}, \quad \tau_{wy} = \rho_a C_f W_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \quad (5)$$

$$\tau_{bx} = \frac{\rho r_b^2 U \sqrt{U^2 + V^2}}{(h + \zeta)^2} - k \tau_{wx}, \quad \tau_{by} = \frac{\rho r_b^2 V \sqrt{U^2 + V^2}}{(h + \zeta)^2} - k \tau_{wy} \quad (6)$$

U, V は鉛直積分流量, f はコリオリ係数, ζ は水位変化, h は水深, K_L は水平渦動粘性係数, τ_{wx}, τ_{wy} は風の水面へのせん断力成分, τ_{bx}, τ_{by} は底面せん断力成分, W_x, W_y は風速の成分, ΔA は各要素の面積, ρ, ρ_a は水, 空気, の密度, g は重力加速度, C_f は風摩擦係数, β, k は定数である。 r_b^2 は n_1 をマンシングの粗度係数として次式でもとまる。

$$r_b^2 = \frac{g n_1^2}{h^{\frac{1}{3}}} \quad (7)$$

基本方程式の特徴は慣性項, 水平粘性項を評価していることであり, 境界条件は側境界で slip 条件とした。ここで離散化の方法として四角形八節点要素及び二次の形状関係による有限要素法を用いた。要素数は 60, 節点数は 239 とした。時間積分の方法は後述する。

3. 周期の特性

図 2 に土浦 (St.A) での水位変動の観測結果(a)並びにその時の風向・風速の観測値を入力とした一層モデルでの数値計算結果を示す。

計算条件は時間刻み
 $\Delta t = 10 \text{ min}$, $C_f = 0.001$

$\beta = 0.01 (\text{m}^{\frac{2}{3}} \cdot \text{s}^{-1})$, n_1
 $= 0.02$, $\theta = 0.5$ (6.で説明) とした。図 3 にこの両

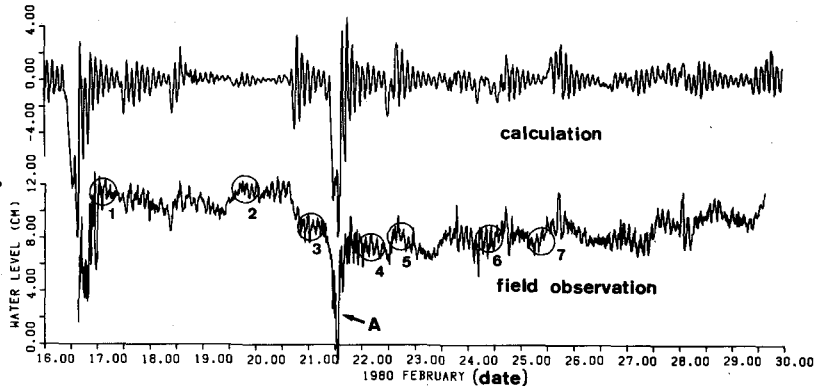


図 2. 水位変動の観測結果とその数値計算結果

者の FFT 法による水位変動のエネルギー・スペクトルを示す。また同時に, 模型実験における (e) の条件での水位変動のエネルギー・スペクトルと, 同条件に対応した数値計算結果に対するスペクトルを示す。 ($\Delta t = 0.1 \text{ s}$, $\beta = 0.001$, $n_1 = 0.05$, $\theta = 0.5$, $W = 7.0 \text{ m/s}$, 風向 W, ステップ数 1024) 図 2 を見ると現地では 141, 80, 63 分の周期が卓越していることがわかるが, これは次式の Neumann の方法⁹⁾でもとまる周期 141, 101 63 …… 分とよく一致している。

$$\sum_i^m Z_i = 0, \quad Z_i = B_i \sqrt{gh_i} \tan \frac{2\pi L_i}{\sqrt{gh_i} T} \quad (8)$$

ここで m は入江の数, L_i, B_i, h_i は各入江の長さ, 幅, 水深である。また現地と模型の時間スケール比に関しては次式の Froude 則が成立するので,

$$t_r = x_r \quad h_r^{-\frac{1}{2}} \quad g_r^{-\frac{1}{2}} \quad (9)$$

模型縮尺を代入して (r の添字は原型と模型の比)

模型のセシユ周期を現地のものに変換すると,

141, 83, 58 分となり, 現地観測結果とよく一致している。また図 3 より明らかなように原型, 模型に対する一層モデルによる数値計算結果は, その水位の変動特性を周期に関してはよく再現しているといえる。

以上は St.A での水位変動に関してであったが, 同様なことは他の地点でも成り立っている。全域的に見

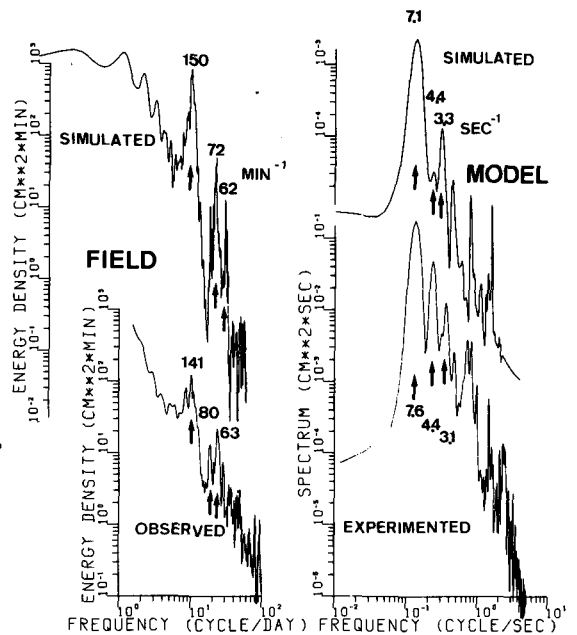


図 3 水位変動のエネルギー・スペクトル

ると141分の周期が卓越しているが、St,B,Cなどでは湖心域でのセッシュ周期77~107分も大きい。模型実験では湖心域のみを仕切ることによって、その周期が4.6sつまり原型になおすと87分であることが確認されている。

4. 風との関係、吹き寄せ水位、波高、流速の特性

(1) 風との関係

表1に(b)の観測により得られた、各地点での最大ピーク周期とその強度、平均水位 $\bar{\zeta}$ 、 $\sqrt{\zeta'^2}$ 、 $\sqrt{(\zeta - \zeta_m)^2}$ を示す。この観測では初期水位を $\zeta = 0$ としたため、各地点での基準水位は一致していない。 ζ_m は前後90分の移動平均値である。また定常風速9m/sの4風向からの吹き始めの条件での一層モデル数値計算により得られた吹き寄せ水位 $\Delta\zeta$ 、及び生じるセッシュの1周期目の波高 H_1 を示す。N, Eの風向のみを示すが、S, Wの場合にはそれぞれN, Eの時と H_1 は等しく、 $\Delta\zeta$ は符号が逆となった。また現地観測結果(a)に対し、NS, EWのそれぞれの風速成分と水位の値の相関係数を計算するとNの風-0.21, Eの風0.50となった。風向に対する水位変化の傾向は表1の数値計算結果と一致するが、相関係数がよくないのは図2を見ても明らかのように、現地の水位変動には河川流入水などによるトレンドが存在するためである。

(2) 吹き寄せ水位 $\Delta\zeta$

一定水深h, 長さLの水域に風速Wが吹いた時の、その両端での吹き寄せ水位 $\Delta\zeta$ は次式で表わされる。

$$\Delta\zeta = \frac{(1+k) \tau_w L}{2 \rho g h} = \frac{(1+k) \rho_a C_f W^2 L}{2 \rho g h} \quad (10)$$

kの値は数値計算では0.25を用いたが、層流で0.5, 乱流では0.1~0.25となることが報告されている²⁾。表1中の一層モデルN, E風向の $\Delta\zeta$ の大きさは、式(10)を用いてほぼ説明されるのは当然である。現地においては模型実験、数値計算の場合のように、理想的な吹送開始、停止の状態となることがまれであり、 $\Delta\zeta$ を評価することが難しい。図2のAの水位変動に関してその $\Delta\zeta$ の大きさを現地と数値計算で比較してみると、5.0cm:7.7cmとなり数値計算結果の方が大きく予測していることがわかる。水位の現地観測に若干の誤差は存在するが、 C_f の値が0.001より小さいことが推定される。

(3) 波高

表1の $\sqrt{(\zeta - \zeta_m)^2}$ の大きさは波高Hと次のように結びつけられる。セッシュの水位変動を正弦波として、振幅の大きさをa(=H/2)とすると、その分散は $a^2/2$ となる。このためaは $\sqrt{2 \sqrt{(\zeta - \zeta_m)^2}}$ により推定できることになる。(a)の観測では $a \approx 0.95$ cmとなり、湖内に日常的に生じている水位変動の大きさが1cm程度であることがわかる。表1での $\sqrt{(\zeta - \zeta_m)^2}$ の値を見ると、St.A,Cという水域の端で大きいことがわかる。

一層モデルによる数値計算では波高の大きさは、吹送開始と停止時でほぼ等しい。また表1に示されるように吹き寄せ水位 $\Delta\zeta$ とaの大きさはほぼ等しい。この時aの大きさへの係数 β , n_1 の影響は後で示す図5でわかるように、 β , n_1 が極端に大きくなければ、 C_f, k の値に支配されている。

Station	Field observation					Simulation	
	T(min)	P(cm ² /min)	$\bar{\zeta}$ (cm)	$\sqrt{\zeta'^2}$ (cm)	$\sqrt{(\zeta - \zeta_m)^2}$ (cm)	$\Delta\zeta$ (cm)	H_1 (cm)
St.A	151	87.4	1.56	1.25	0.69	-2.0	4.2
	165	70.8	0.49	0.83	0.67	8.0	9.4
St.B	144	10.4	0.68	0.60	0.27	1.4	1.2
	138	14.5	-1.23	0.46	0.32	-0.6	2.1
St.C	151	87.4	0.29	0.88	0.50	4.2	2.8
	144	89.1	-3.10	0.92	0.66	-4.2	4.0
St.D	262	13.6	0.14	0.79	0.51	-1.9	2.7
	102	13.2	-1.40	1.13	0.49	-1.0	1.4
St.E	151	112.4	-0.31	1.18	0.30	-7.4	6.4
	158	18.2	-1.07	1.15	0.50	5.8	4.4

Field observation: upper column-1st observation, lower column-2nd observation Simulation: upper column-wind direction N, lower column-wind direction E

表1 沿岸5地点での24時間水位連続観測及び一層モデル数値計算結果

各地点での水位変化の相互相関は、St.A と St.C で位相差が約 180 度などと、現地観測、模型実験、数値計算結果はよく一致した。

(4) 生じる流速

(c)の現地観測より、この断面での全平均流速が周期 2～3 時間、振幅 2 cm/s 程度の往復流成分を有していたことは既に報告してある⁴⁾。観測時の風向・風速は二回の調査時とも ENE、約 4 m/s であった。式(10)と同じく直方体水域を考えて、 $\Delta \zeta_{ini}(x) = 2 \Delta \zeta (x-L/2)/L$ のような風により生じる水面変化を初期状態として、風が停止して応力が解放された後のセイシュ運動を考えてみよう。この解はフーリエ級数を用いて簡単にあらわせるが、近似的に第 1 成分のみを用いるとセイシュにより生じる最大流速は $x=L/2$ で次のように表現できる。

$$u_{se} = \frac{8\sqrt{gh}}{\pi^2 h} \Delta \zeta = \frac{4\rho_a C_f (1+k) W^2 L}{\pi^2 \rho h \sqrt{gh}} \quad (11)$$

この式より仮に u_{se} を計算してみると、0.78 cm/s となる。実際の霞ヶ浦は図 1 のように非常に複雑な形状をしているため、狭窄部での幅の狭まり方、位置などが影響して、式(11)と異なる結果が観測されたと考えられる。また(d)の観測により得られる流速変動のエネルギー・スペクトルにも周期 2.5 時間にピークが見られた。エネルギー・スペクトルの 1～6 時間⁽⁻¹⁾の周波数成分による u'^2 の大きさより、その流れの振幅は 0.3～1.3 cm/s と求まる。狭窄部に比べて、St.G, H, I ではセイシュ流の寄与が少ないことがわかる。

一層モデルの数値計算では、 $W = 9 \text{ m/s}$ に対して狭窄部で NS の風向で 11.5 cm/s、EW の風向で 5.8 cm/s の振幅を有するセイシュ流が生じた。現地観測結果と数値計算結果を比較すると u_{se}/W^2 はほぼ一致し、式(11)を満足している。

5. 減衰の特性

(1) 基本式

減衰の速さは a_{ini} を初期水位振幅として、1 周期 T に対する減衰係数 α_1 で定義することが多い。

$$\alpha_1 = \frac{T}{t} \ln \frac{a_{ini}}{a(t)} \quad (12)$$

ここで $a(t)$ は t 時間後のその周期におけるセイシュの水位振幅の大きさである。波のエネルギーは波高の 2 乗に比例するので、エネルギーの減衰係数 α_2 は α_1 と

$$\alpha_2 = \frac{T}{t} \ln \frac{E_{ini}}{E(t)}, \quad \alpha_2 = 2\alpha_1 \quad (13)$$

の関係がある。ここで E_{ini} はセイシュのもつ初期エネルギー、 $E(t)$ は t 時間後のセイシュのもつエネルギーである。

ここで水深が極めて浅く一定の h で、長さ L 、幅 B の水路を対象として、長さ方向のセイシュ振動を考える。底面の摩擦が側面のものに比べ圧倒的に大きいとすると、流れが層流の場合には α_1 は次のように表わすことができる^{9), 9)}。

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} (4\theta)^{\frac{1}{2}}, \quad \theta = \frac{L^2 \nu^2}{g \pi^2 h^5} = \frac{T^2 \nu^2}{4 \pi^2 h^4} \quad (14)$$

またこの時、底面摩擦を次式のように

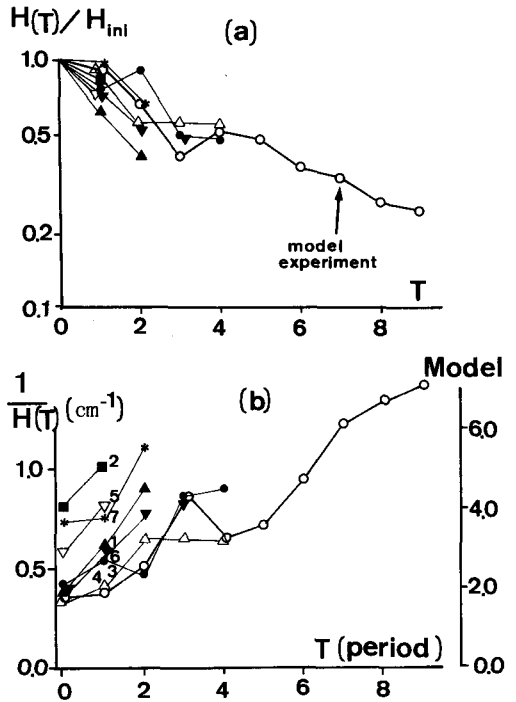


図 4 セイシュの減衰 (a)対数 (b)逆数プロット

$$\tau_{bx} = \rho \alpha_3 \frac{U}{h}, \quad \tau_{by} = \rho \alpha_3 \frac{V}{h} \quad (15)$$

と表現した場合の α_3 と α_1 の間には

$$\alpha_1 = \alpha_3 T / 2h \quad (16)$$

の関係がある。

以上は層流摩擦による減衰を表現したものであるが、同じ問題に対し底面摩擦 τ_b に次式のような乱流型の抵抗則を適用した場合を考えてみよう。(式(6)で $\tau_s = 0, \tau_b^2 = \alpha$)

$$\tau_{bx} = \rho \alpha_4 \frac{U \sqrt{U^2 + V^2}}{h^2}, \quad \tau_{by} = \rho \alpha_4 \frac{V \sqrt{U^2 + V^2}}{h^2} \quad (17)$$

一周期間の波高の減衰量が初期波高に比べ小さいとし、その周期での鉛直平均流速が

$$\frac{U(x, t)}{h} = u'_{se}(t) \sin 2\pi \frac{x}{L} \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad (18)$$

と表わすことができるとすると、一周期に失なわれるエネルギー量は次式で見積もることができる。

$$E_{ross} = \int_0^L \int_0^T B \tau_b(x, t) \frac{U(x, t)}{h} dt dx = \frac{16}{9\pi^2} \rho \alpha_4 T L B u'^3_{se}(t) \quad (19)$$

ここで $u'_{se}(t)$ は $x = L/2$ で生じるその周期の最大流速である。これを用いればセシユのエネルギーに関して次式が成立する。

$$\frac{d E_{se}}{dt} = - \frac{E_{ross}}{T}, \quad E_{se} = \frac{1}{4} \rho g L B a^2(t) \quad (20)$$

$u'_{se}(t) = 2 L a(t) / T h$ の関係を利用して、 $a(t), u'_{se}(t)$ の時間変化は次のように表わせる。

$$\frac{1}{a(t)} - \frac{1}{a_{ini}} = \alpha_5 t, \quad \alpha_5 = \frac{64 \alpha_4 L}{9 \pi^2 T h^2} = \frac{32 \alpha_4}{9 \pi^2 h^{\frac{3}{2}}} g^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

$$\frac{1}{u'_{se}(t)} - \frac{1}{u'_{se, ini}} = \alpha_6 t, \quad \alpha_6 = \frac{32 \alpha_4}{9 \pi^2 h} \quad (22)$$

(2) 減衰の様子

図2中の水位変動の中で、一定風速の風の吹送後に風の停止したとみなせる期間は7回ほどあり、図2に1～7の記号で示した。図4に各期間での波高Hの減衰の様子を片対数(a)及び逆数(b)プロットして示す。また模型実験での(f)の条件におけるSt.Aの波高Hの変化もあわせて示す。次に図5には現地に対する数値シミュレーションにおいて、 β, n_1 の値を9通りに変化させたときのSt.Aでのセシユの波高Hの時間変化を片対数プロットした結果を示す。このときHは一周期における($\zeta_{max} - \zeta_{min}$)であり、 $2a(t)$ を意味する。現地においては、一定風速の風の吹送後に瞬間的に風が吹きやむような理想的な風条件が生じることは少なく、また風停止期間も最大10時間と周期の4倍程度までであった。このため図4よりわかるように、対数又は逆数のどちらのプロットに乗っているかは判断し難い。これに対して模型実験においては、初期に逆数、後期に対数プロットに乗っているように見える。初期では流速も大きく、流れは乱流となるため、底面摩擦は式(17)で表わされ、式(21)の形で減衰したと考えられる。減衰の後期になると層流に近い流れとなり、底面摩擦は式(15)のように流速の1次に比例して、式(12)で α_1 一定の対数的な減衰を示したと考えられる。次に図5を見ると $n_1 = 0.02$ の場合、 β が0.005以上では全域的に対数型の減衰を示すが、 β が0.002以下では初期に急激な減衰をしている。式(1), (2)などから明らかなように β は流速の1次、 n_1 は流速の2次の項の係数であるため、流速が大きい時には n_1 、小さい時には β の影響が支配的であることが

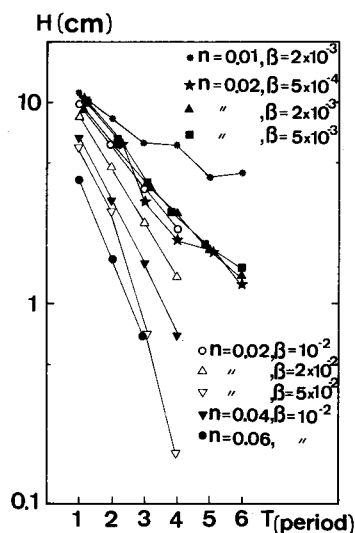


図5 一層モデルでのセシユの減衰

原因である。

(8) 減衰係数, 底面摩擦係数の大きさ

図 4.5 の減衰曲線などをもとにして減衰係数の大きさを評価した結果を表 2 に示す。 α_{1obs} は対数プロットの傾きよりもとめたが, 初期の急激な減衰域は除外した。次の α_{1theo} は式(4)

により, α_{3obs} は α_{1obs} を式

(4) に代入して得られる数値である。 α_{6obs} は逆数プロットの傾きよりもとめたが, 初期の減衰を対象とした。 H_{ini}, u_{se} には第 1 周期の H, u_{se} の大きさを示した。数値計算において, $n_1 = 0.02, \beta = 0.002$ を選んだ理由は, 式(7)より $\bar{h} = 4\text{ m}$ として $n_1 = 0.02$ は $r_b^2 = 2.47 \times 10^{-3}$ となり, 海域で報告されている値とほぼ等しいこと, 及び $\beta = 0.002$ は CGS 系では $0.043 (\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1})$ となり, $K_H = 0.01 \sim 0.09 L^{\frac{4}{3}}$ (K_H : 水平拡散係数, L : 水平スケール, CGS 系)⁹⁾ の範囲に入るためである。表 2 あるいは図 4.5 より β, n_1 の与え方は組み合わせとしてはほぼ正しいことがわかる。つまり現地において逆数型から対数型へ減衰形が変化する H の大きさが決定できなかったため, β, n_1 の大きさをそれぞれ独立に推定することができなかったわけであるが, 吹送流の水平循環流の最大流速の大きさなどを利用すればこのことも可能となる⁹⁾。

表 2 を見ると α_{1obs} が α_{1theo} に比べ 5 ~ 10 倍程度大きいこと, α_{6obs} が 0.0026 など海域での測定値に比べ, 現地, 数値計算で 1 ケタ, 模型実験では 2 ケタ大きいことがわかる。図 6 には金成ら⁸⁾ の論文中に整理されている数湖での T と α_3 の関係をもとに, 式(4)を用いて T と α_3 の関係として表わしたものである。図中の実線は式(4)を用いて予測される α_3 の値である。図より T に対してはほぼ $-1/2$ 乗となるものの, 式(4)に比べ 1 オーダー程度大きい値を有していることがわかる。式(4)を導くための仮定, つまり一定水深で長方形の水域で, 底面摩擦が卓越するといったことが現実の湖沼では満足されないためと考えられる。

次に α_6 が大きいことには次の三つの理由が考えられる。(i) 底面摩擦以外の水平粘性などの影響がでていること。(ii) 水深が浅いため, 相当粗度が等しいとすれば式(7)で表わされるように $\alpha_6 \propto h^{-\frac{1}{3}}$ より α_6 が大きくなること。(iii) 霞ヶ浦のセイシユ波高は 2 ~ 3 cm, 流速は最大 2 ~ 3 cm/s 程度であるため層流に近い流れとなっている。 α_6 は層流の時には $\alpha_6 \propto \text{Re}^{-\frac{1}{2}}$ ($\text{Re} = (T u) u / \nu$) と表現できる。このため α_6 として評価すると大きな値となってしまうことが考えられる。

6. 数値計算方式の問題

β, n_1 の与え方は 5. で述べたので, 時間刻み及び時間積分法につい

item	Field	Model		Simulation
	St.A Level	St.A Level	St.J Flow	St.A Level
α_{1obs}	0.24	0.16	0.14	0.288
α_{1theo}	0.021	0.031	0.031	0.021
$\alpha_{3obs}(\text{cm/s})$	0.021	0.35	0.30	0.025
α_{6obs}	0.020	0.21	0.15	0.011
H_{ini} or u_{se}	1-3cm	0.6cm	7.5cm/s	10cm

Field: $h=4\text{m}, T=141\text{min}$ Model: $h=8\text{cm}, T=7.6\text{s}$

表 2. 減衰係数, 底面摩擦係数の大きさ

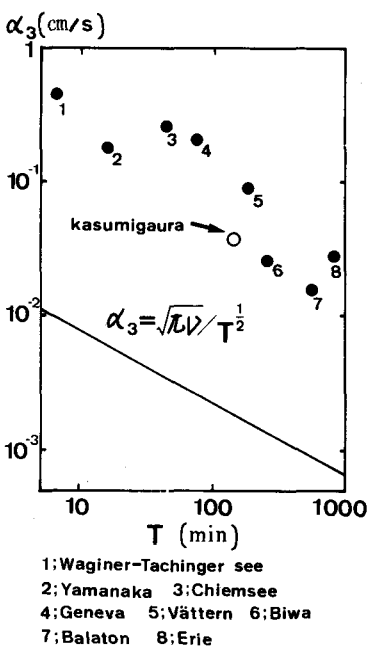


図 6 T と α_3 の関係

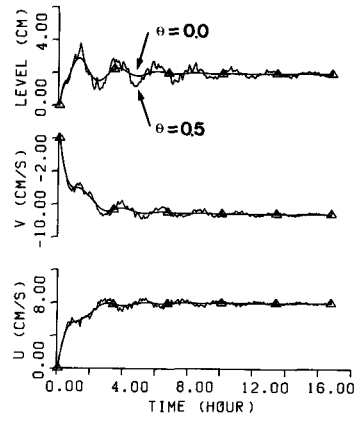


図 7 定常状態への変化

いて検討した結果を示す。

(1) 時間刻み Δt

現地でのシミュレーションにおいて、 $\Delta t = 1, 5, 10, 20 \text{ min}$ ($\Delta t/T = 0.007, 0.035, 0.07, 0.14$) として得られるセイシュの特性を比較した。 $\Delta t = 20 \text{ min}$ で若干波高が小さくなることを除けば、セイシュの特性に関してほぼ等しい結果が得られた。このため、 $\Delta t/T < 0.1$ にすれば、セイシュのシミュレーションは可能と考えられる。

(2) 時間積分法

式(1)~(3)の定式化において、時間積分に関して次式のような展開を行なった。

$$[C] \frac{P_{t+\Delta t} - P_t}{\Delta t} + [A] \left\{ \theta P_t + (1-\theta) P_{t+\Delta t} \right\} + \left\{ \theta b_{t-\Delta t} + (1-\theta) b_t \right\} \quad (23)$$

$P = \{u_i, v_i, \zeta_i\}$, $[C]$ は非定常項にかかる係数行列, $[A]$ は水平粘性項, 圧力項を意味する係数行列, b は移流項, 風・底面摩擦項, コリオリ項を意味する。 $\theta = 1$ とすれば explicit 法, $\theta = 0.5$ で中央差分, $\theta = 0$ で implicit 法となる。波の安定性に関する、時間積分法の影響は Simon⁹⁾ にも報告しているように、中央差分が最もよいと考えられる。つまり次式のような波動方程式の差分式を考えた場合、

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_i^{t+\Delta t} - u_i^t}{\Delta t} &= -\frac{g}{\Delta x} \left\{ \theta_1 (\zeta_{i+1}^t - \zeta_{i-1}^t) + (1-\theta_1) (\zeta_{i+1}^{t+\Delta t} - \zeta_{i-1}^{t+\Delta t}) \right\} \\ \frac{\zeta_{i+1}^{t+\Delta t} - \zeta_i^t}{\Delta t} &= -\frac{h}{\Delta x} \left\{ \theta_2 (u_{i+1}^t - u_{i-1}^t) + (1-\theta_2) (u_{i+1}^{t+\Delta t} - u_{i-1}^{t+\Delta t}) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

u, ζ に関する増幅行列の固有値 λ の評価により

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 = \theta_2 = 0.5 \text{ の時} & \quad |\lambda| = 1 \text{ 安定} \\ \theta_1 = \theta_2 = 0 \text{ の時} & \quad |\lambda| < 1 \text{ 減衰} \\ \theta_1 = \theta_2 = 1 \text{ の時} & \quad |\lambda| > 1 \text{ 発散} \\ \theta_1 = 1, \theta_2 = 0 \text{ (又は逆) の時} & \quad \Delta t / \Delta x \leq 1 / \sqrt{gh} \text{ で } |\lambda| = 1 \\ & \quad \Delta t / \Delta x > 1 / \sqrt{gh} \text{ で } |\lambda| > 1 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

などが得られ²⁾, $\theta = 0$ で Δt の刻みによらず安定であることがわかる。図7には湖流の数値計算において、 $\theta = 0.5$, 0とした時の定常状態への変化の様子を示す。 $\theta = 0$ では波動が抑えられるが、定常状態の(u, v, ζ)の値は等しい。このためセイシュの再現のためには $\theta = 0.5$ を選ぶべきであるが、波動の存在により不安定が生じる時には、 $\theta = 0$ を用いれば Δt の刻みを大きくとることができる。

7. ま と め

以上の結果をまとめれば、現地におけるセイシュ現象の再現が、水理実験、数値計算により可能であることがわかった。水理実験によりもとまる底面摩擦係数を現地のものと比較すれば、吹送流・混合現象を水理模型で調べる時の相似則を評価することが可能となる。また数値計算においては、原型とのセイシュ運動の一致をはかることにより C_f, k, n_b, β などの諸係数を決定しうることを示した。こうした諸係数は湖沼における流動・混合現象の数値シミュレーションの際に絶対に必要となるものである。一般にセイシュの観測は簡単であり、特に浅い湖では吹き寄せ水位も大きく、セイシュの流動自体も大きいため、こうした方法は有力であると考えられる。

- 参考文献 1) 福島・村岡 第24回水理講演会, 2) 村岡・福島 国立公害研究所研究報告, 3) 堀川 海岸工学 4) 福島・村岡 第34回土木学会年次講演会, 5) Keulegan G.H. J. Fluid Mech. Vol. 6
6) Shiau J.C. et al ASCE HY Vol 99, 7) 村本・道上 京大防災研年報 21
8) 金成・早瀬 日本陸水学雑誌 40, 9) 首藤伸夫 水工学シリーズ 1970, 10) Simon T.J. Canada Center for Inland Waters Scientific series 12.