

琵琶湖北湖の環流の航空機による観察と解析的考察 Aerophoto-Observation and Analytical Consideration of Circulating flow in North Basin of Biwa Lake

東京理科大学 理工学部 正員 ○大西 外 明
リモートセンシング技術センター 正員 田中 総太郎

1. 緒 言

琵琶湖の水質劣化の問題は、近年、大きな社会的関心事となり、種々の機関において多角的な調査研究が進められている。同湖にかかわる種々の問題のうち、湖水の流動特性は水理学的に興味深い。特に北湖の流動特性の把握は、北湖が琵琶湖全体の80%を占めている所から、琵琶湖の水質問題を論じるうえで重要な意味を有しているといえよう。琵琶湖北湖の流動に関しては、古くから調査研究が行われてきている。たとえば、須田ら¹⁾は1925年の夏に3日間に亘って浮標追跡調査を行ない、図1に示す様な三つの環流が存在することを報告している。また、岡本²⁾は琵琶湖の水温分布を測定し、それを基にして図2に示す様な水平環流が分布するとし、また、この環流パターンは湖水が密度成層化されている時に安定となるとのべている。さらに国司ら³⁾も水温分布を基にして、岡本らと同様の結果を得ている。また、今里と金成ら⁴⁾は北湖の水平環流が風の特性によって変化する状態を数値解析によって示している。これらの既往の研究は、観測値相互に相当な時間的ずれを含む現地測定結果や数値解析を基にしており、水平環流の現実の姿を正確にとらえているか否かについては、検討の余地があると考えられる。浮標追跡法等の従来の現地観測手法の適用限界は、時間的にも空間的にも大きなスケールをもった北湖の水平環流を一時に観察する手だてを欠いていることによる。一方、近年に至り、航空機や人工衛星を用いて水域の流動特性を観測する試みが内外において行われ、著者らも富山・新潟海岸、伊豆沖および鳴門海峡においてランドサットや航空機によるリモートセンシングを行ない、これらの水域における流動特性を明らかにしてきた。著者らは、さらに、琵琶湖の水平環流についてもランドサットデータを基にした検討を試みているものの、現在の時点では十分な成果を得ていない。しかし、1979年10月下旬の台風通過直後に行なった航空機による観察により、好運にも北湖の水平環流の特性を示す明瞭な映像を得ることに成功した。本論文では、その観察結果を紹介し、それについて解析的に考察を行ない、さらに、若干の模型実験結果について報告する。なお、解析的考察にさいしては、北湖の形状を単純化して一様水深の楕円形水域と仮定した。また、琵琶湖北湖の環流を発生させる要因として、風、コリーオリ力、湖水の水温構造等があげられるが、本論文の解析では水温構造を考慮に入れないこととした。

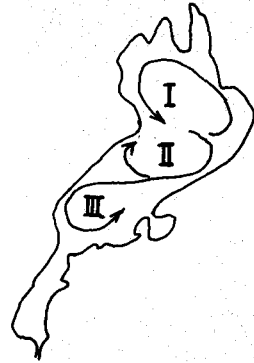


図1. 1925年の夏、神戸海洋気象台によって推定された琵琶湖北湖の環流¹⁾



図2 岡本による北湖の環流²⁾

2 琵琶湖北湖の水平環流の現地観測

1) 航空機による水平環流の観察

1979年10月21日から22日の間に大雨を伴った台風が琵琶湖地方を通過したが、その翌日の午前11時に高度12,000 mの上空から琵琶湖面の撮影観測が行われた。図3はその結果の一例を示す。

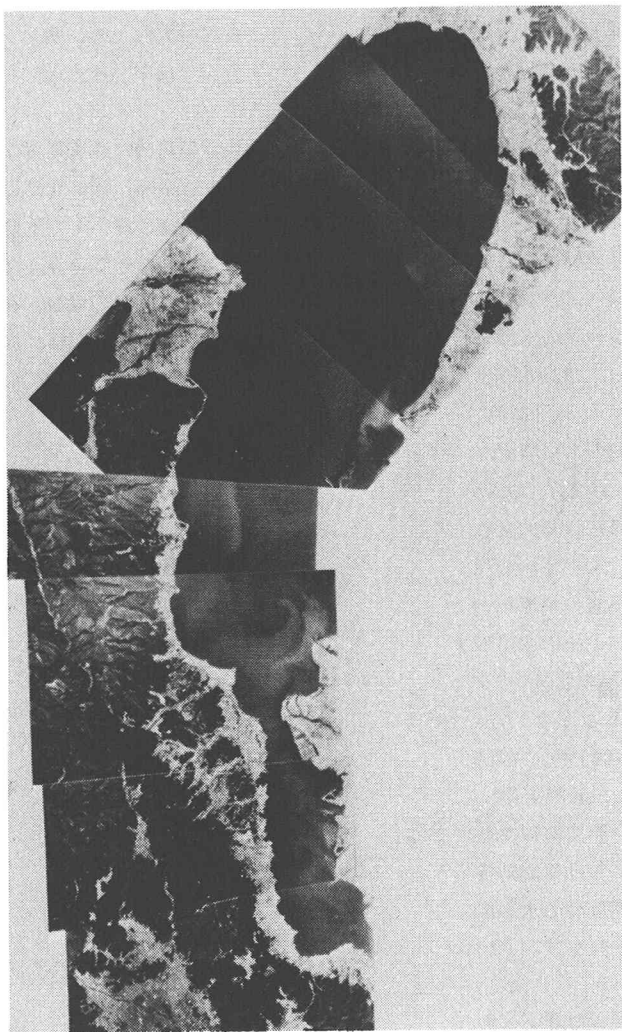


図3. 航空機上より観察した琵琶湖の水面状態
(1979年10月23日)

って現われているが、時計まわりの環流Bは前三者に比較して鮮明度においてやや劣る。環流A, C, Dは半世紀以前に浮標追跡法を用いて須田らにより得られた図1の環流Ⅰ, Ⅱ, Ⅲにそれぞれ対応しているようにも思われるが、環流Bについては従来の調査研究では、その存在が明らかでなかったものである。

2) 風の記録

一般に、湖における流れを発生させる要因として、河川水の流入出、セイシュ、風、地球の自転、湖水の水温分布等の多くのものが挙げられる。村田・福岡⁵⁾は霞ヶ浦の湖流を航空機を用いて浮標追跡をし、霞ヶ浦では河川固有流、セイシュ、吹送流は存在するが、河川固有流は小さく、一方、風の弱い時には表層の流

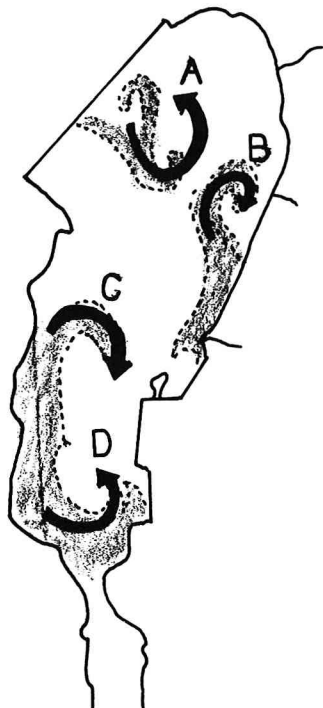


図4. 航空写真上で観察される環流

撮影範囲には姉川河口と新旭町を結ぶ線から北の水域を欠いているものの、台風時の降雨に伴って陸地より流出した濁りがトレーサとなって、湖面には水平環流の分布を示す映像の濃淡が明瞭にえがき出され、これによって北湖表面における水平環流の分布特性を知ることができる。すなわち、今回の観察時においては図4に示すA, B, C, Dの4個の水平環流が存在していることがわかる。このうちで反時計まわりの環流A, 時計まわりの環流C, および、反時計まわりの環流Dはともに強い濃淡差をも

これは明確ではないが、風速が4m/sの時には、湖面表層には吹送方向に速い流速が現われて、これが表層の卓越流となると報告している。このことを参考にして、琵琶湖北湖においても、約4m/s以上のオーダの風速が図3、図4に示す水平環流を発生させる卓越要因と考えて、航空機による観測時の数日間の風の記録を湖周辺の各気象台のデータから整理をした。図5は観測前日の10月22日の4時間毎の風向、風速の分布を示すが、この台風時には、今津から彦根に向う北西風が卓越し、湖の北部および南部では風は余り強くはなかった。なお、このような風の分布は琵琶湖北湖においては頻繁に経験するものといわれている。

3. 環流分布に関する考察

1) 基礎方程式

図4に示した北湖表層の水平流の分布特性を風とコリオリー力の効果を考慮に入れて解析的に検討をする。その際、解析を容易にするために、北湖を図6に示すように、一様水深Hの楕円形水域と仮定する。静水面上にxy平面をえらび、x軸を長軸方向にとり、その方向の湖長をLとし、またy軸方向の湖長をbL (b < 1) とする。湖水は均等質、非圧縮性とし、地球の曲率を無視し、また、コリオリー力は一定とする。さらに、静水圧分布を仮定し、移流加速度がコリオリー加速度に比べて小さいものと仮定すると、流れはナビエ・ストークスの式と連続の式で表わされる。

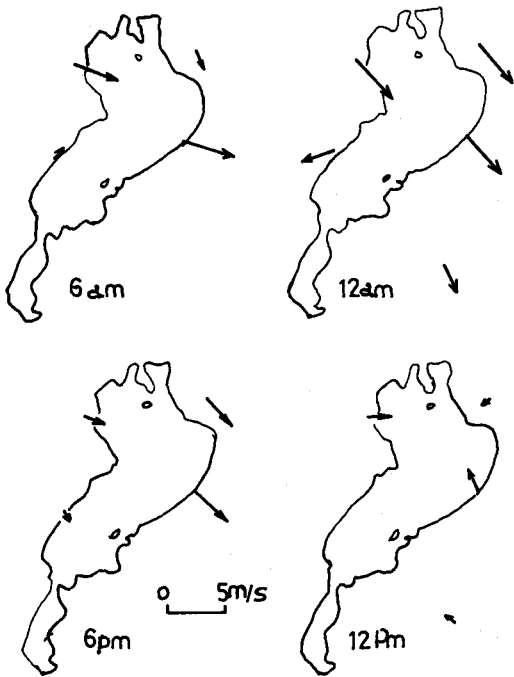


図5 琵琶湖周辺の風向と風速（1979年10月22日）

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + f \mathbf{k} \times \mathbf{u} = -\frac{\Delta_H p}{\rho} + \nu \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\mathbf{V}_H \cdot \mathbf{u} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

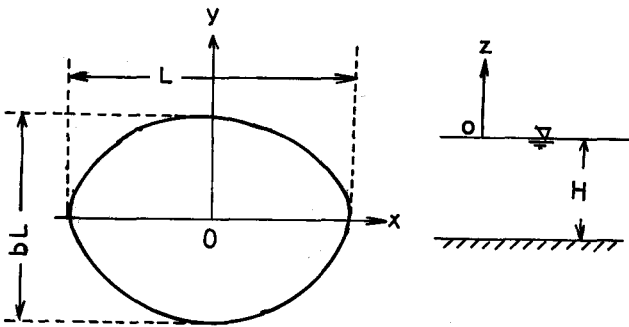


図6 解析モデル

ここに、 $\mathbf{u}$ は水平速度、 $p(x, y, z, t)$ は圧力、 ρ は湖水の密度、 ν は湖水の動粘性係数、 f はコリオリーパラメータ、 $\mathbf{k}$ はz軸方向（上向きに正）の単位ベクトル、 g は動力の加速度である。また、演算 $f \Delta_H$ は $\Delta_H = i(\partial/\partial x) + j(\partial/\partial y)$ — i と j はそれぞれx方向およびy方向の単位ベクトル —、 t は時間を表わす。いま、水面を滑らかな固体壁と考えると、水面変動 $\zeta(x, y, t)$ は壁面直下の圧力 $\tilde{p}(x, y, t)$ $\rho g \zeta$ であり、水中の任意点の圧力 p は次式で表わされる

$$p(x, y, z, t) = \rho g \{ \zeta(x, y, t) - z \} \quad \dots\dots\dots (4)$$

また、境界条件は次のようになる。

(i)水面での水平速度 $\mathbf{u}$ は風によるせん断応力 $\tau(x, y, t)$ につり合い、また水面は剛と仮定しているから鉛直方向の動きがない。したがって、

$$\nu \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} = \tau(x, y, t), \quad \mathbf{w} = 0 \quad : \quad z = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

(ii)湖底では水の移動はない。したがって、

$$\mathbf{u} = \mathbf{w} = 0 \quad : \quad z = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

(iii)湖底を横断して水の移動がない — 閉塞水域 — と考えると、

$$\mathbf{n} \cdot \int_{-1}^0 \mathbf{u}(x, y, z, t) dz = 0 \quad : \quad x^2/(L/z)^2 + y^2/(bL/z)^2 = \text{const} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $\mathbf{n}$ は湖岸線に垂直な単位ベクトルである。次の変数変換を行ない、式(1)~(7)を無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} (x', y', z') &= \frac{1}{L} (x, y, z/\delta), \quad t' = t/t_e, \quad \tau' = \tau/\tau_0 \\ (q', w') &= \frac{1}{U_0} (u, w/\delta), \quad p' = \frac{2p}{LU_0 f} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $\delta = H/L$, $t_e = 2/f$, $U_0 = (\tau_0/\rho)(2/f\nu)^{1/2}$, τ_0 は水面における風によるせん断応力である。その結果、次の無次元方程式が得られる(ただし、' は省略)。

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + 2\mathbf{k} \times \mathbf{q} = -\mathbf{r} + E \frac{\partial^2 \mathbf{q}}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\mathbf{r} = 4\pi \widetilde{p}, \quad \widetilde{p}(x, y, t) = p + Mz \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$4\pi \cdot \mathbf{q} + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$E^{1/2} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} = \tau, \quad \mathbf{w} = 0 \quad : \quad z = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\mathbf{q} = 0, \quad \mathbf{w} = 0 \quad : \quad z = -1 \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{Q} = 0, \quad x^2 + y^2/b^2 = 1 \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $\widetilde{p}$ は水面壁下の圧力であり、 E , M , $\mathbf{Q}$ は、

$$E = \frac{2\nu}{fH^2} \quad : \quad \text{エクマン数} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$M = \frac{2gH}{fU_0L} \quad : \quad \text{オイラー数} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\mathbf{Q}(x, y, t) = \int_{-1}^0 \mathbf{q}(x, y, z, t) dz \quad : \quad \text{水平方向の質量輸送} \quad \dots\dots\dots (17)$$

また、初期条件は次式で表わされる。

$$\mathbf{q}(x, y, z, t) = 0, \quad \mathbf{w}(x, y, z, t) = 0 \quad : \quad t \leq 0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

上に示した基礎方程式をラプラス変換する。関数 $F(t)$ のラプラス変換を $\overline{F}(s)$ のように一を付して表示し、また複素変数 s を次式で定義する。

$$s = \gamma + i\omega : i = \sqrt{-1} \quad \dots\dots\dots (19)$$

式(9)の右边第1項のラプラス変換は、式(18)の関係を考慮すると次式となる。

$$L\left(\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t}\right) = -\mathbf{q}|_{t=0} + s \overline{\mathbf{q}}(s) = s \overline{\mathbf{q}}(s)$$

また、同式の右边第2項は、 $L(2k \times \mathbf{q}) = 2i \overline{\mathbf{q}}$ であるから、式(9)のラプラス変換は

$$(s + 2i) \overline{\mathbf{q}} = -\overline{r} + E \frac{\partial^2 \overline{\mathbf{q}}}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (20)$$

共役複素関数を*を付して表示すると、式(20)より次式を得る。

$$(s - 2i) \overline{\mathbf{q}}^* = -\overline{r}^* + E \frac{\partial^2 \overline{\mathbf{q}}^*}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (21)$$

連続の式(10)は、 $\Delta_{\mathbf{H}} = \partial/\partial x + i \partial/\partial y$ 、 $\Delta_{\mathbf{H}}^* = \partial/\partial x - i \partial/\partial y$ であるから次式となる。

$$\frac{1}{2} (\Delta_{\mathbf{H}}^* \overline{\mathbf{q}} + \Delta_{\mathbf{H}} \overline{\mathbf{q}}^*) + \frac{\partial \overline{\mathbf{w}}}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (22)$$

境界条件式(12)～式(14)は、それぞれ次式となる。

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{q}}}{\partial z} = E^{-1/2} \overline{\tau}, \quad \frac{\partial \overline{\mathbf{q}}^*}{\partial z} = E^{-1/2} \overline{\tau}^* : \overline{\mathbf{w}} = 0, \quad z = 0 \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\overline{\mathbf{q}} = \overline{\mathbf{q}}^* = 0, \quad \overline{\mathbf{w}} = 0 : z = -1 \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$n^* \overline{\mathbf{Q}} + n \overline{\mathbf{Q}}^* = 0 : x^2 + y^2 / b^2 = 1 \quad \dots\dots\dots (25)$$

式(23)中の水平方向質量輸送量のラプラス変換 $\overline{\mathbf{Q}}(x, y, s)$ は $\int_{-1}^0 \overline{\mathbf{q}} dz$ に等しく、それは式(20)より次のように求まる。

$$(s + 2i) \int_{-1}^0 \overline{\mathbf{q}} dz = \left[r z \right]_0^{-1} + \left[E \frac{\partial \overline{\mathbf{q}}}{\partial z} \right]_{-1}^0 = -\overline{r} + E \frac{\partial \overline{\mathbf{q}}}{\partial z} \Big|_{z=0} - E \frac{\partial \overline{\mathbf{q}}}{\partial z} \Big|_{z=-1}$$

上述に式(23)の関係および $\partial \overline{\mathbf{q}} / \partial z = 0$ を代入すると、次式を得る。

$$\overline{\mathbf{Q}}(x, y, s) = \int_{-1}^0 \overline{\mathbf{q}} dz = -\overline{r} / (s + 2i) + E^{1/2} \overline{\tau} / (s + 2i) \quad \dots\dots\dots (26)$$

同様にして、式(21)より

$$\overline{\mathbf{Q}}^*(x, y, s) = \int_{-1}^0 \overline{\mathbf{q}}^* dz = -\overline{r}^* / (s - 2i) + E^{1/2} \overline{\tau}^* / (s - 2i) \quad \dots\dots\dots (27)$$

つぎに、(式(26)を x と y で微分したものの差) $\times (-1/(s + 2i)) -$ (式(27)を x と y で微分したものの和) $\times (-1/(s - 2i))$ を計算すると、次の関係を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{E^{1/2}}{s^2 + 4} \left[\Delta_{\mathbf{H}} \overline{\tau}^* - \Delta_{\mathbf{H}}^* \overline{\tau} + \frac{\partial (\overline{r}^* \overline{r})}{\partial x} + i \frac{\partial (\overline{r}^* \overline{r})}{\partial y} \right] \\ &= \frac{1}{s + 2i} \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) \overline{\mathbf{Q}}^* - \frac{1}{s - 2i} \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \overline{\mathbf{Q}} \quad \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

また、式(28)を $z = -1 \sim 0$ の領域にわたって z で積分し、式(24)を考慮すれば

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{Q}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\mathbf{Q}}}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (29)$$

となる。したがって、次の質量輸送ポテンシャル $\Psi(x, y, s)$ を定義することができる。

$$\bar{Q} = -\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial x} + i \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (30)$$

また、式(30)の共役複素関数を考えると

$$\bar{Q}^* = -\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial y} - i \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (31)$$

式(30)と式(31)を式(28)に代入すれば次式を得る。

$$\Delta_h^2 \bar{\Psi} = \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \bar{\Psi} = \frac{i E^{1/2}}{2s} \left[\Delta_h \bar{\tau}^* - \Delta_h^* \bar{\tau} \right] \quad \dots\dots\dots (32)$$

さらに

$$\left. \begin{aligned} \Delta_h \bar{\tau}^* &= \text{div } \bar{\tau} - i \text{curl } \bar{\tau} \\ \Delta_h^* \bar{\tau} &= \text{div } \bar{\tau} + i \text{curl } \bar{\tau} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (33)$$

を式(32)に代入すると次式となる。

$$\Delta_h \bar{\Psi} = -\frac{i E^{1/2}}{2s} (-2i \text{curl } \bar{\tau}) = -\frac{E^{1/2}}{s} \text{curl } \bar{\tau} \quad \dots\dots\dots (34)$$

境界条件、式(29)は次式となる。

$$\bar{\Psi}(x, y, s) = 0 \quad : \quad \text{on } x^2 + y^2/b^2 = 1 \quad \dots\dots\dots (35)$$

結局、問題はポアソン微分方程式、式(34)を境界条件、式(35)のもとで解くことになる。

2) 解析モデルに対する基礎方程式の解

図6に示した楕円形水域の水面上にy方向に風が吹くものとし、図5の風の記録を参考にして、風の分布形として、図7に示す様に $a(1-x^2)$ の二次曲線分布を仮定する。

この場合、風によるせん断応力ではy方向の成分だけをもち一般に次式で表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} \tau(x, y, t) &= \delta(t) [a(1-x^2)] \\ \delta(t) &= 1 \quad t > 0 \\ &= 0 \quad t \leq 0 \\ a &: \text{ 常数} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (36)$$

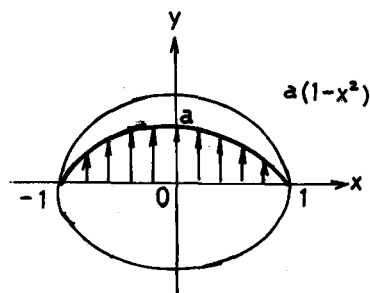


図7 風の分布の仮定

上式をラプラス変換すると

$$\bar{\tau}(x, y, s) = \frac{1}{s} a(1-x^2) \quad \dots\dots\dots (37)$$

となる。いまの場合、 $\bar{\tau}$ はx方向の成分をもたないから、 $\text{curl } \bar{\tau} = -2ax/s$ である。したがって式(34)は次式となる。

$$\Delta_h \bar{\Psi} = \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial y^2} = \frac{2aE^{1/2}}{s^2} x \quad \dots\dots\dots (38)$$

式(38)の境界条件を満たす式(38)の解をリッツの方法で求めると次式を得る。

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{s^2} \cdot \frac{aE^{1/2}}{3+b^2} \left(x^3 + \frac{y^2}{b^2} x - x \right) \quad \dots\dots\dots (39)$$

さらに、上式を逆グラフ変換すると、

$$\Psi = t \cdot \frac{aE^{1/2}}{3+b^2} \left(x^3 + \frac{y^2}{b^2}x - x \right) \quad \dots\dots\dots (40)$$

となる。流線は $\Psi = \text{const}$ の曲線に相当するから、 a 、 E 、 b をあたえた場合の任意時間 t における流線は

$$x^3 + \frac{y^2}{b^2}x - x = \text{const} \quad \dots\dots\dots (41)$$

で表わされる。図8は $b = 0.5$ の場合の計算例であり、図7に示すような y 方向の風が湖面に吹くと、 y 軸に関して対称な、互に逆方向の渦が発生することがわかる。この解析結果と同様の環流分布が、長径30cm、短径15cmの楕円形水槽を用いた室内実験でも観測された。さらに、縮尺が水平方向 $1/10^5$ 、垂直方向 $1/400$ の琵琶湖の歪模型を用いて実験を行なったが、風の分布が図5に示すものと近い状態の場合に対する実験結果の一例が図9である。この場合は、北湖の形状に影響されて、風の影響が南湖に隣接する水域に直接に及ばずに、この水域には図8の渦対に相当する循環流により誘起される反時計まわりの別個の循環流が形成される。

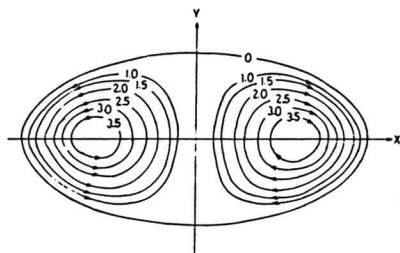


図8 楕円形水域における対称形渦流

以上でのべた図8あるいは図9の渦対は図4に示した環流Aと環流Cに対応し、図9にみられる南湖に隣接する水域の環流は図4の環流Dに対応するものと考えられる。図4の環流Bの成因としては、河川流出水の影響、上記の議論では考慮に入れていないような風等の影響が考えられるが、これらについては本論文での理論解析および模型実験により明確に説明するに至らず、今後さらに検討を要する。

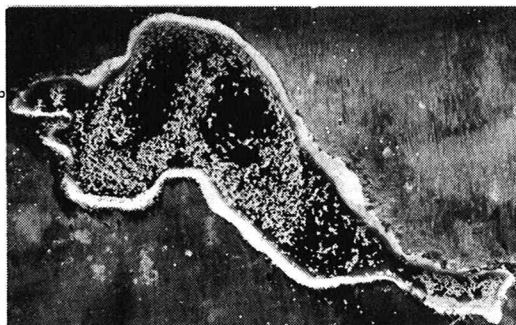


図9 琵琶湖歪模型における環流

4. 結 語

琵琶湖北湖表層付近の環流分布を航空機上から観察し、浮標追跡法により半世紀前にえられていたものと類似の結果を得、その環流分布の発生機構はコリオリー効果と風を考慮に入れた理論解析により説明されることを示し、かつ環流は扁平度の小さい浅い湖ほど強くなることをのべた。なお、琵琶湖周辺と湖面上の風の分布状態の関連については、現在、現地調査を含めた検討を行なっているからこの点については別の機会に報告する。

参 考 文 献

- 1) 神戸海洋気象台：琵琶湖調査報告，神戸海洋気象台彙報，8，PP. 1～103(1926)。
- 2) OKAMOTO, I. : Time Variation of Water Temperature in Lake Biwa-Ko, Memoirs, Fac. Education, Shiga Univ., Natural Sci., 18, PP. 53～64(1968)。
- 3) KUNISHI, H. et al: Observations of Water Circulation in Lake Biwa-Ko (I), Annals Disast. Prev. Res., Kyoto Univ., 10B, PP. 321～329(1967)。
- 4) IMASATO, N. et al ; Study on Currents in Lake Biwa (I), Jour. Oceano. Sci. of JAPAN, vol 31, PP. 15～24., (1975)。
- 5) 村岡，福島：霞ヶ浦の湖流特性，国立公害研究報告，vol 6, PP. 33～44(1979)。