

開水路乱流の組織立った構造の検出基準について

Detection Criterion of Coherent Structures in Turbulent Open-channel Flow

京都大学 工学部 正員 ○ 福津家久
 京都大学 工学部 正員 中川博次

1. 序論

近年せん断乱流場を支配する構造が組織的で比較的規則性をもつことが明らかにされ、開水路乱流でも乱れ発生機構の中心である壁面領域でのbursting現象がその代表例として注目され¹⁾。著者らはこれまで水素気泡法を用いた流れの可視化観測及びホット・フィルム流速計による条件付プローブ計測法を駆使して実験水路におけるbursting現象の基本的な構造を解明して来た^{2)~4)}。一方、実河川の外部領域には河床近くで発生した強い上昇渦(kolk)とそれが水面に達して渦輪のように盛り上がるboilあるいはこれらに伴う並列せん流などの大規模渦運動(Matthesにならって以後macroturbulenceと総称する)の存在が戦前から観察され⁵⁾。実河川の三次元流況や土砂輸送の成因の一つと指摘されているが、このmacroturbulenceも組織立った乱流構造の一形であろう。また、噴流などの自由乱れにも組織立った渦の発生・発達・合体・崩壊が規則的に見られ、これが連行・拡散機構の重要な要因であると指摘されている⁶⁾。

このような組織的な乱流構造の解明は現在の乱流研究で最も重要な課題の一つであり、これに関する国際会議がICHMTとIUTAMが主催して1980年10月6日~10日ユーゴのドブロフニクで行われ、今後解明すべき点として以下のことが挙げられた⁷⁾。(1)組織的な構造をどのような基準で検出すれば最も合理的か (2)レイノルズ数が大きくなったときこの構造はどのように変化するか (3)この構造をどのようにモデル化してコンピュータ予測したらよいか (4)実用工学問題にいかに寄与し、種々の現象に介在した乱流の制御は可能か。以上の4点のうちで、(1)の検出基準の確立は組織的な乱流構造を解明するのに先立ってまず解決しておかねばならない基本事項であるが、「組織的な乱流」の定義すらあいまいであるのが現状である。すなわち、「組織的な乱流」は空間的に非常に相関度の高い(coherent)流体塊で、比較的規則的(ordered)なプロセスをふみ、視覚的には渦運動として把握ができるが、これを定量的に定義し、識別することはそれほど簡単ではない。例えば、乱流境界層端の乱流・非乱流界面現象(bulges運動)では乱流と非乱流(非回転)という性質の異った流体を対象とするから渦度を情報源にとればいわゆる間欠関数を定量的に定義でき、この現象をかなり適確に検出できる⁸⁾。一方、開水路乱流という十分に発達した乱流中から「組織的な乱流」を検出するには背後の「組織的でない乱流」すなわちランダムに変動している微細乱れ(乱れエネルギーの逸散に関与する)等をフィルターする必要があるが、「組織的な乱流」の実体が不明ではこのフィルターが決定できず、このため逆に「組織的な乱流」自体を検出し、解明できないというジレンマに陥り、この検出基準にある程度の任意性や主觀が入り込むことは当面避けられない⁹⁾。したがって、bursting現象やmacroturbulenceなどの開水路乱流の組織的な構造をプローブ計測法で定量評価を行うには、その変動信号から有意な情報を検出する簡単な基準をまず確立し、この乱流構造の解明に伴って検出基準を順次改良し、さらに詳細な乱流構造の検討を行う必要がある(図-1を参照)。本研究は、これまでに多くの研究者によって提案された検出基準とその条件付サンプリング手法を総括し、開水路流れの組織立った乱流構造、特にbursting現象の解析にどの検出基準が最も合理的であるかを比較検討しようとするものである。

2. 組織的な乱流構造の検出基準とその解析法

図-1は組織的な乱流を解析する手順を示すものであり、この現象の基本特性をまず把握しておく必要がある。カルマン渦列や多くの流体機械で見られる周期現象あるいはshock waveやpuffなどの制御された再起現象ではこの基本特性が既知であり(多くの場合、外部制御擾乱を与えるから)，計測された出力波形を基本特性と比較して

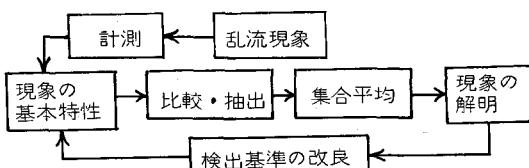


図-1 組織的な乱流の解析手順

抽出し、集合平均すればノイズ等がフィルターされて計測波形からこの現象を正確に検出できる⁸⁾。しかし、組織的な乱流の基本特性が未知な多くの自然現象ではたとえ粗雑といえどもこの基本特性の輪郭を把握しておかないと現象解明がまったくできない。この意味で流れの可視化法の重要性が再認識され、プローブ計測に先立って流況を十分に観察し、定性的に粗雑でもこの基本特性を知ることが第一歩である。実際、bursting 現象の発見は可視化観測によってなされ、この基本特性の輪郭が得られてはじめて条件付プローブ計測が可能となったのである¹⁾。

さて、開水路乱流の組織的な構造のうちで、macroturbulence の基本特性は現在でもほとんど不明である。これは、実河川での観察がほとんど水面上に限られ、macroturbulence の実体が水面下で可視できないためであり、しかも実験水路では適当な河床条件をつけないとこの構造が検出しづらく¹⁰⁾ 普通的基本特性を把握するまでには至っていない。一方、bursting 現象の基本特性は現在までにかなり明らかにされ、次の 2 点で要約される^{2)~4)} ① 時間・空間的にランダムに発生するが、その現象自体は ejection-sweep-ejection という規則的なプロセスを示す。② ejection 期及び sweep 期に瞬間レイノルズ応力 ($-uv > 0$) が生成され、乱れエネルギーの発生機構そのものである。

このように基本特性がわかつると、次に bursting を示す情報源として何を採用するかが問題となる。この情報源として(i)トレーサなどの可視化量 (ii)ヒータなどを用いた温度変動 (iii)速度変動 が考えられるが、水流実験でサンプリングプローブとしてホット・フィルム流速計を用いる限り(i)や(ii)は不適当となる。また、水流での多点同時計測は空気流に比べて技術的にはるかにむずかしく、1 本のみの検出プローブの設置に限られることが多い。以上のように開水路流れでのbursting の検出情報信号は、主流方向の速度成分 $u(t)$ のみか、せいぜい $u(t)$ と鉛直方向成分 $v(t)$ の 2 成分を用いるのが現状であり、この点で水流計測は空気流計測に比べてかなり制約される。

いま、検出プローブ及びサンプリングプローブの位置をそれぞれ (x_0, y_0, z_0) 及び (x_1, y_1, z_1) とし、bursting の検出閾値を $I(x_0, y_0, z_0, t)$ とすれば、任意な物理量 $q(x_1, y_1, z_1, t+\tau)$ の条件付平均は次のように定義される⁸⁾

$$\langle q \rangle (x_1, y_1, z_1, \tau) = \frac{\int_T q(x_1, y_1, z_1, t+\tau) \cdot I(x_0, y_0, z_0, t) dt}{\int_T I(x_0, y_0, z_0, t) dt} \quad (1)$$

ここで、 $\int_T \dots dt$ は計測時間 T 内での時間平均を表わし、 $I \equiv 1$ のとき従来の無条件平均に一致する。

前述したように、検出閾値 $I(t)$ の合理的な決定が最大の課題であり、bursting の基本特性を組み込んで物理的にし

表-1 bursting 現象の検出方法とその比較

	手 法	発表者(発表年)	検出情報源	評価できる物理量	任意変数とその個数	欠 点
a	バンドパス・フィルター しきい値法	Rao ら (1971) Ueda・Hinze (1975)	$u(t)$	バースト周期 T_B のみ	フィルター値 しきい値	2 変数の選択に合理性なし
b	短時間自己相関法 (Second-mild-max.)	Kim ら (1971)	$u(t)$	バースト周期 T_B のみ	平均評価時間 T	1 T が長いとピークが消え、短いと計算精度が悪い
c	$u-v$ の四象限区分 しきい値法	Lu・Willmarth (1973) Nakagawa・Nezu (1977)	$u(t)$ $v(t)$	T_B とバースト構造	ホールサイズ H	1 H に対してバースト構造に停留値がない
d	可変区間移動平均法 (VITA 法)	Blackwelder・Kaplan (1976)	$u(t)$	T_B とバースト構造	平均評価時間 T としきい値 k	2 T と k に対してバースト構造に停留値がない
e	パターン認識法 (u の最大勾配法)	Wallace ら (1977)	$u(t)$	T_B とバースト構造	フィルター値 勾配値	2 実時間評価ができない
f	$u-v$ の四象限区分と 重み付け平均法	中川・福津 (1980)	$u(t)$ $v(t)$	バースト構造	なし	0 T_B が評価できない

かもできるだけ簡単に決めることが望ましい。これまでに提案された主な検出方法は表-1のように分類でき、それらの特徴が比較されている。まず、(a)は $u(t)$ あるいはその時間微分を適当なバンドパスフィルターに通し、あるしきい値を越えた波形を bursting と識別してこの周期 T_B を求め、フィルター値やしきい値は T_B が可視化観測結果に一致するように定める経験的なものである¹¹⁾ 同様に、(b)は自己相関関数の第2ピークの時間遅れが可視化観測で得られた T_B によく一致することから、逆にこの時間遅れを T_B の評価に使おうという便法である¹²⁾ しかし、平均評価時間 T の選び具合で第2ピークが消えたり、計算精度が悪いという批判があり、一般的な方法とはいえない¹³⁾ これら(a),(b)は bursting の基本特性を可視化結果において初期の検出方法と考えられ、しかも T_B しか評価できないから、以下では(c)～(f) のより優れた検出方法を対象にして、それらの特徴を比較検討する。

3. bursting 現象の各種の検出方法とその結果

水深 $h = 8 \text{ cm}$ 、平均流速 $U_m = 15 \text{ cm/s}$ の2次元開水路乱流場で検出ホットフィルムプローブを $y_0^+ = 38$ ($y_0/h = 0.05$) のbuffer層端に設置して得られた流速変動 $u(t)$ 、 $v(t)$ 及び瞬間レイノルズ応力変動 $-uv(t)$ の信号の一部が図-2の上段に示されている。なお、実験方法及び計測方法の詳細は文献4)、14)を参照されたい。 $-uv(t)$ は非常に間欠的に生起し、これが bursting の基本特性の1つであって、これに基づいた以下の検出方法が考えられる。

(1) $u-v$ の四象限区分しきい値法 Lu-Willmarth は $-uv(t)$ を $u-v$ 平面の四象限に区分し、 $|uv(t)| \geq H$ なるしきい値 H を導入した¹⁵⁾ すなわち、

$$I_e(t) \equiv I_2 = \begin{cases} 1 : u < 0, v > 0 \text{かつ} |uv| \geq H_e \\ 0 : \text{その他の場合} \end{cases} \quad (2)$$

$$I_s(t) \equiv I_4 = \begin{cases} 1 : u > 0, v < 0 \text{かつ} |uv| \geq H_s \\ 0 : \text{その他の場合} \end{cases} \quad (3)$$

がそれぞれ低速部が浮上する ejection 運動及び高速部が降下する sweep 運動を判定すると考えた。この判定基準は可視化結果と一致するが、問題となるのは H の決め方である。図-2(d)の上段は $I_e(t)$ 、下段は $I_s(t)$ を、しきい値 H_e 、 H_s を変化させてそれぞれ比較したものである。当然、 H_e 、 H_s が大きくなれば ejection 及び sweep の発生個数は減少し、式(1)の条件付平均はこのしきい値の関数となる。 H を合理的に決定するために、中川・禰津は瞬間レイノルズ応力の内部構造を理論的に考察し、図-3のような結果を得た²⁾ RS_2 、 RS_4 はそれぞれ ejection 及び sweep 事象がレイノルズ応力 $-uv$ の発生に果たす寄与率であり、実験値と理論曲線とは

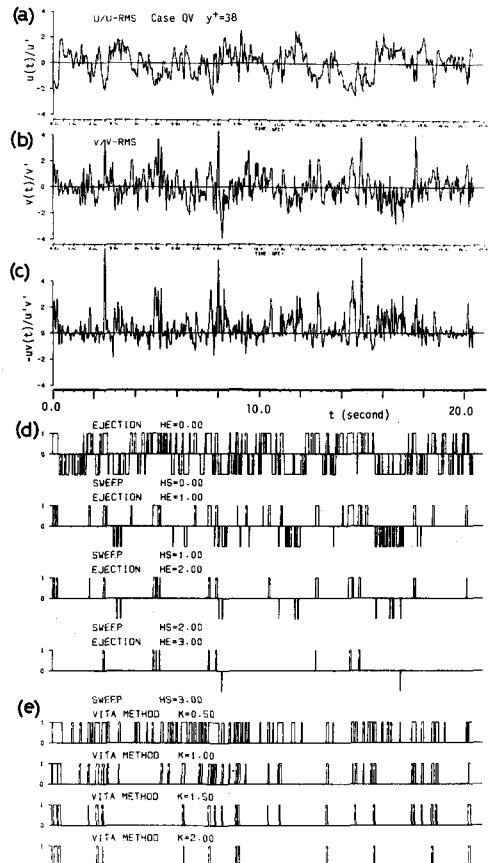


図-2 しきい値による検出関数の変化の例

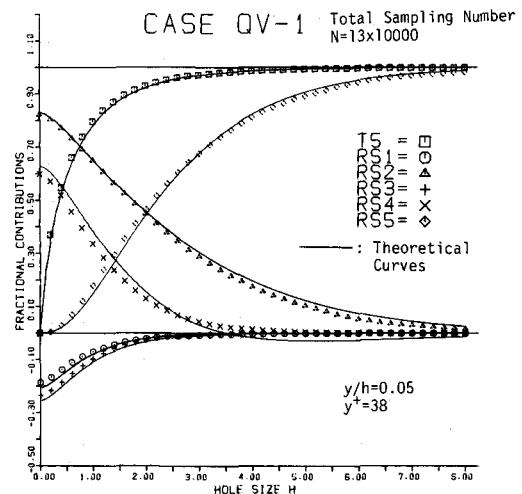


図-3 瞬間レイノルズ応力の内部構造

よく一致している。しかし RS_i ($i = 1 \sim 4$, なお添字 5 は $|uv| < H$ の hole 事象) は H に関して単調に減少し、その構造に何ら停留値をもたない。図-4 は $I_e(t) = 1$ となった個々の ejection に関する $|uv|$ が最大となる時刻を $\tau = 0$ にとった集合平均の結果であり、 $\tau = 0$ で発生した ejection のパターンを示している。ここで、 \hat{u} , \hat{v} はそれぞれ乱れ強度 u' , v' で無次元化されている。 $\langle u \rangle$ と $\langle v \rangle$ とは完全に逆位相で、その結果 $\langle -uv \rangle$ は $-uv$ より数倍大きく、bursting の基本特性を満足しているが、しきい値 H によってそのパターンは変化している。Liu らは、 $RS_4 \approx 0$ となる H を H_e に選んだが¹⁵⁾ その決定にはある幅をもち、例えば burst 周期 T_B に及ぼす水理量の影響を系統的に検討できない¹⁶⁾。そこで、著者らは ejection 事象から RS_1 , RS_3 の interaction 事象を消去すれば ejection の発生周期 T_e を一義的に決定できることを示し¹⁶⁾。また $H_{0.5} \equiv 0.5 RS_2 (H=0)$ と定義した半值しきい値を用いても T_e がともに可視化結果にはほぼ一致することを見出した¹⁷⁾。例えば、図-3 から $H_{0.5} \approx 2$ で、図-4 に示すように $T_e \cdot U_{max}/h \approx 3$ となる。しかし、これらのしきい値の決定にはかなり作為的な所があり、普遍的な方法とは断定できない。

(2) uv の重み付け平均法 上述のしきい値法の任意性を克服するために、著者らは、式(1)の検出閾値 $I(t)$ として $uv(t) \cdot I_e(t)$ (ここで、 $I_e(t)$ は $H=0$ とした四象限区分関数)を採用した^{4), 14)}。すなわち、しきい値を設定せずに ejection または sweep 事象に属するすべての時間で式(1)の q をサンプリングするかわりに、瞬間レイノルズ応力 $-uv(t)$ による重み付けを行い、相対的に強い ejection ほど条件付平均に大きな寄与を占めさせようとする手法である。このような重み付け平均法では個々の bursting 過程は追求できず、例えば burst 周期は求められないが、(i)後述するようにしきい値法よりサンプル総数が多いため周囲の乱れなどの偶然量が相殺されやすい (ii)任意変数が入らないから検出プローブ位置で bursting が生起したときの流体運動の時空間構造を十分客観的に解析できるという利点がある。図-5 は ejection が生起したときの自己相関構造であり⁴⁾、図-4 と同一の流速変動を解析した結果である。

これらを比較すると、ejection のパターンはほぼ同一で、重み付け平均法は $H = 1 \sim 2$ のしきい値法に対応する。sweep のパターンも両法でほぼ同じ結果が得られた。すなわち、 $\tau = 0$ 軸に關して bursting のパターンが非対称であることから、時間スケール (bursting の継続時間に相当する) を $\tau \leq 0$ で評価し、比較すると、ejection はゆっくり生起し、急激に終わり、sweep はこの逆であることが判明した⁴⁾。

(3) 可変区間移動平均 (VITA) 法

Blackwelder らは $u(t)$ の T 区間の移動

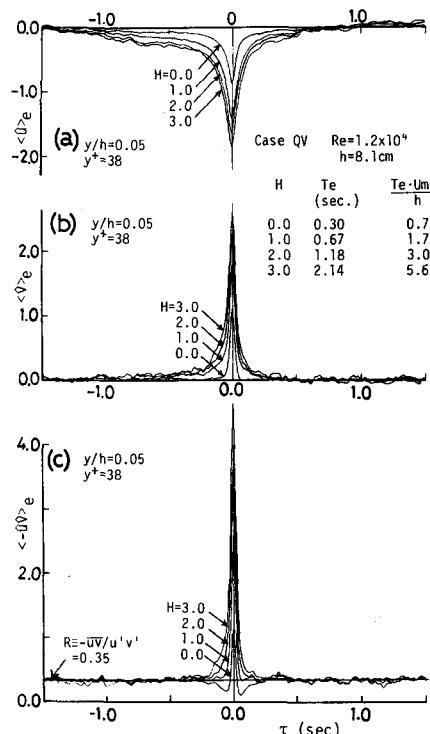


図-4 $u - v$ の四象限区分しきい値法による ejection の自己相関構造の解析

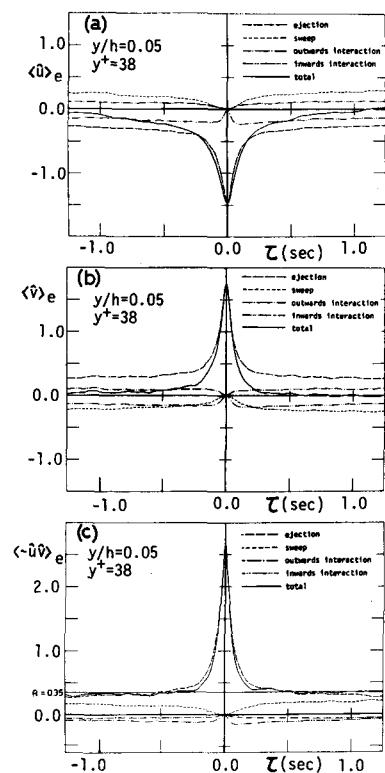


図-5 uv の重み付け平均法による ejection の自己相関構造の解析

平均を $\widehat{u(t, T)}$ と定義し、次の検出関数を提案した¹⁸⁾

$$I(t) = \begin{cases} 1 & : (\tilde{u}/u')^2 > k \\ 0 & : \text{他の場合} \end{cases}, \text{ここで } \tilde{u}^2 \equiv \widehat{u(t)^2} - \{\widehat{u(t, T)}\}^2 \quad (4)$$

T 区間の移動平均操作は $(\sin \pi fT/\pi fT)^2$ なるフィルター関数を掛けたことに相当するから、 \tilde{u}^2 はほぼ $0.2/T < f < 1/T$ なるバンドパス信号となり、表-1の(a)を合理化した方法と考えられる。図-2(e)はbursting の継続時間程度の $T^+ = 10$ とし、式(4)を表示したが、しきい値 k によってかなり変化している。図-6(a)は、 $T^+ = 10$ 、 $k = 1.2$ とおき、Blackwelder が境界層流で得た結果であり、集合平均個数は 300 である。この方法では ejection, sweep 等を(1), (2)の方法のように分離できないが、 $\langle u \rangle$ の緩慢な減速に続く急激な加速特性は先述の bursting パターンとよく一致する。しかし、 T 及び k の決定がかなりあいまいで、普遍的な方法とはいえない。

(4) パターン認識法 bursting 現象の個々のスケールはかなりランダムであるから実時間で平均するとずらし時間 τ を大きくとれば長時間平均値に近づいてしまう(図-4, 5 参照)。そこで、bursting のある相が検出されてから次の相が検出されるまでを一サイクルとし、その継続時間で規格化すればスケールを合わせることができ、bursting のパターンを明瞭に認識できる。基準となる相はいろいろ考えられるが、図-6 で示したように ejection から sweep への移行が急激であるから $\partial u / \partial t$ の極大値を検出基準とした Wallace らのパターン認識法に従って解析し¹⁹⁾ その結果が図-7 に示される。任意変数は微分に伴う平滑化と勾配条件であるが、スケールが規格化されているためパターン自体に及ぼす影響は比較的小さく、ここでは $|(\partial u / \partial t)_{\max}| > |(\partial u / \partial t)_{\min}|$ の条件をつけている。 $\langle u \rangle$ と $\langle v \rangle$ とは逆位相で、ejection の方が sweep よりレイノルズ応力への寄与は大きく、図-3 の結果と一致する。bursting のパターンは比較的単純となるが、実時間評価でないため次節の空間構造の解明には障害となる。

4. bursting 現象の空間構造の解析法

これまでの議論は検出プローブとサンプリングプローブの位置が一致した特種なケースであり、組織的な構造を解明するにはその空間構造を明らかにせねばならない。Lagrange 的プローブ計測が現在困難であるから、式(1)の Euler 的な時空間構造が以下検討される。図-8 は、 $y_0/h = y_1/h = 0.05$ で流下方向にサンプリングプローブを $\Delta x \equiv x_1 - x_0$ だけ移動させ、 $u - v$ の四象限区分しきい値法を用いて解析された条件付平均の例である。しきい値として RS_2 , RS_4 の半値しきい値、すなわち $H_e = 2$, $H_s = 1$ が使われた。図-8 の左図及び右図は、検出プローブ位置で $\tau \equiv T_L = 0$ に ejection 及び sweep がそれぞれ生じたときの $\langle u \rangle / u'$, $\langle v \rangle / v'$ の時空間構造であり、それぞれの集合平均個数 N_e 及び N_s が併示されている。この構造に関する詳細な考察は割愛するが¹⁴⁾ Δx の増加に従って $\langle u \rangle$, $\langle v \rangle$ のピークは減少し、かつ平坦な分布となり、ピークの位置も下流に移流されることがわかる。平均個数 N が少ないためデータはかなりばらついているが、このばらつきの中に ejection(e) → sweep(s) → (e) という周期的な bursting パターンが明瞭に検出できる点は特に注目に値する。このとき、(e) → (s) への移行は(s) → (e) より急激で先述の bursting の基本特性に一致し、決して無意味なばらつきではないことがわかる。図-4 の自己相關構造にこのような周期性が現われなかったのは、個々の bursting スケールのランダム性によるもので、 $\Delta x \neq 0$ になれば小スケールの bursting はすぐに減衰して空間的にフィルターされ、より大規模な bursting 構造が検出されるためと考えられる。例えば、図-2(d)で $I_e(t) = 1$ の波形が密接した ejection 群は移流に伴って一つの大規模な ejection として検出され、このため図-8 の (e) → (e) や(s) → (s) の 1 周期は検出プローブで評価された burst 周期 T_B よりかなり大きくなっている。図-9 は uv の重み付け平均法で得られた結果である。解析データ数 N は 10000 個すなわち式(1)の T は 100 秒であり、しきい値法と同一のデータ長である。図-8 と比較してその基本的なパターンはほぼ同じであるが、データのばらつきははるかに少なく、より優れた解析法といえる。これは、重み付け平均法では例えば ejection 事象の全時間占有率 $T_2 \approx 0.32$ すなわち $NT_2 \approx 3000$ 個のサンプルデータを平均するのに対し、しきい値法では $N_e \approx 70$ であるから、前者の方が周囲の乱れを相殺しやすいためである。通常の実験水路での burst 周期は 1 秒程度であり、120 秒間以上の連続計測をホットフィルムで高精度に行うことには困難な現在、水流計測に重み付け平均法を適用することはきわめて有利といえる。

一方、図-6(b)は、図-9 の水理条件とほぼ同程度の風洞条件で、VITA 法によって得られた $\Delta x / \delta = 1$ における

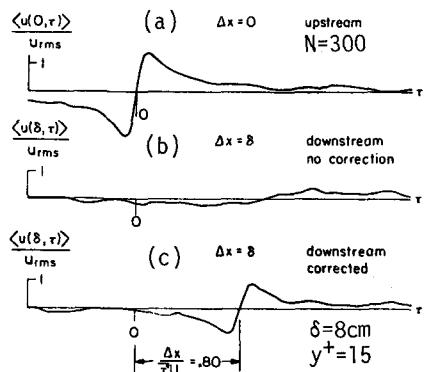


図-6 可変区間移動平均(VITA)法による
境界層乱流のbursting構造の解析例¹⁸⁾

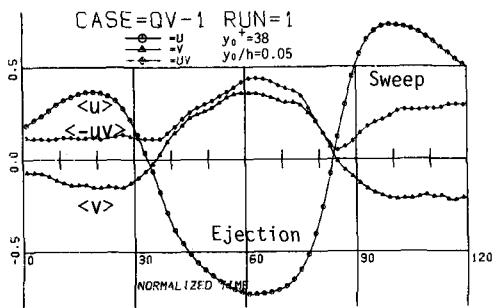


図-7 パターン認識法によるbursting構造

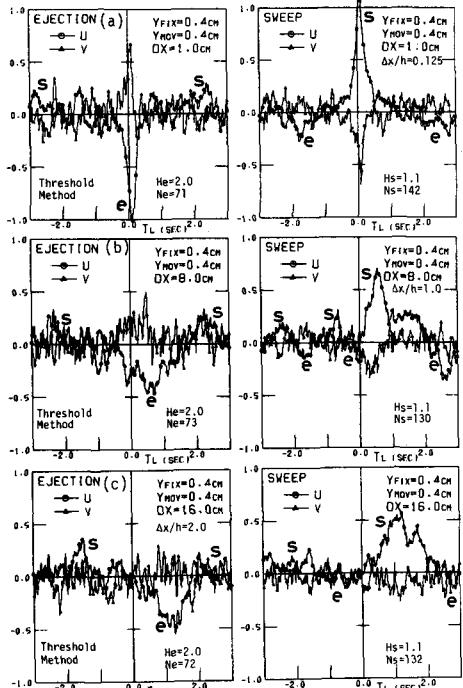


図-8 しきい値法によるburstingの空間構造

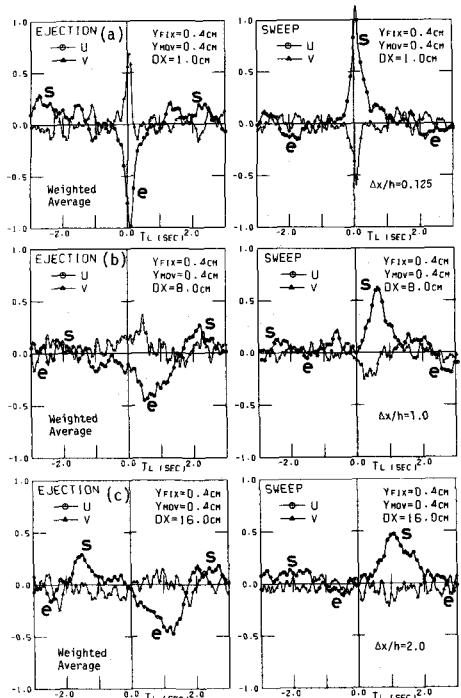


図-9 重み付け平均法によるburstingの空間構造

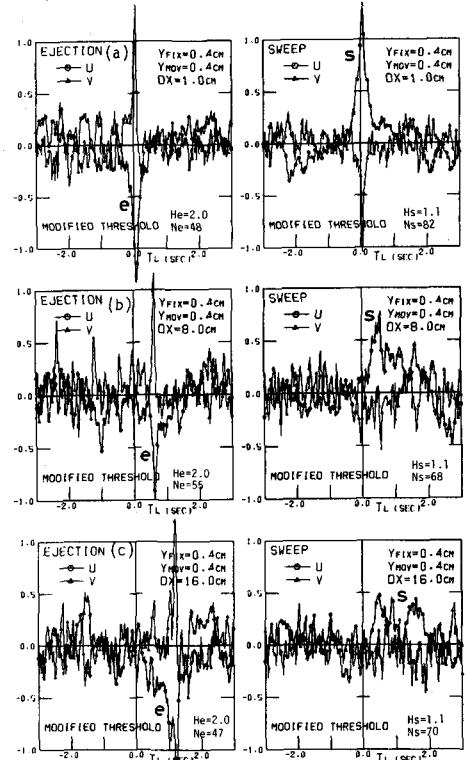


図-10 修正しきい値法によるburstingの空間構造

結果である。図-9(b)の $\Delta x/h = 1$ の場合と比較して, bursting パターンがほとんど検出されない。これは、VITA 法の検出基準が $u(t)$ の急激な加速という高周波成分においているから、移流に伴う bursting スケールのランダム性が強く現われたためと考えられる。この点を改良するために、Blackwelder は検出プローブで検出された一つ一つの bursting 波形をサンプリングプローブの出力波形から両者の相関が最大になるように探し出し、これを集合平均するという繁雑な手法を提案し、その結果が図-6(c)である。¹⁸⁾ この修正方法は個々の bursting の移流速度 U_c を同一に規格して集合平均するという内容であり、パターン認識の 1 種といえる。図-6 で明らかなように、 $\Delta x/\delta = 1$ まで移流しても bursting のパターンは認識され、図-9 の結果と一致するようになる。重み付け平均法では個々の bursting は検出できないからこの修正方法は適用できないが、図-8 のしきい値法には応用でき、この結果が図-10 に示される。個々の bursting 波形の相関が最大になるように遅れ時間 τ_i ($i = 1 \sim N_e$)を決め、集合平均しているから、図-10 は図-8 と比較して $\langle u \rangle$, $\langle v \rangle$ のピークが大きく、特に図-10(c)に見られるように sweep より空間スケールの小さな ejection の方がそのパターン認識度は高い。しかし、bursting スケールのランダム性を、 τ_i を合わせることで改善したため $\langle u \rangle$, $\langle v \rangle$ のピーク位置から離れるとデータのばらつきは図-8 より大きく、先述した理由によりもはや bursting の周期パターンは検出しにくくなる。図-11 は、 τ_i の平均値 $\bar{\tau}$ とその変動係数 $\tau'/\bar{\tau}$ を示す。sweep の移流速度の方が ejection より大きく、ほぼ局所平均流速 U に等しいことがわかり、この結果は重み付け平均法からも最適遅れ時間を比較して得られている。¹⁴⁾ プローブ干渉が無視できる $\Delta x = 4 \text{ cm}$ 以上では $\tau'/\bar{\tau} \approx 0.3$ と一定で、 T_B の変動係数より小さいことが注目される。¹⁶⁾

図-7 のパターン認識法を流下方向の空間構造の解明にそのまま適用しても τ_i すなわち移流速度の変動のためパターンがすぐに消えてしまう。一方、横断方向の空間相関計測に適用すると高速・低速縞構造がある程度解析できるが²⁰⁾ やはりパターンの減衰がはやく、何らかの改良が必要と考えられる。

5. 結論

組織立った乱流構造の解明にはこの基本特性の輪郭をまず明らかにし、その検出基準を順次改良して最も合理的な検出方法を確立せねばならない。開水路乱流の組織立った構造である bursting の基本特性がほぼ明らかになったから、本論文はこの検出方法の優劣を相互に比較検討した。その結果、水流での乱流構造の解明には uv の重み付け平均法が当面最良なものと考えられる。

参考文献

-
- | $\Delta x/h$ | $\bar{\tau}$ (sec) | $\tau'/\bar{\tau}$ |
|--------------|--------------------|--------------------|
| 0.5 | ~0.35 | ~0.35 |
| 1.0 | ~0.55 | ~0.35 |
| 2.0 | ~1.0 | ~0.35 |
- 図-11 bursting の移流速度とその変動係数
- 中川博次 (1980), 第 30 回応力連講演会, 31.
 - Nakagawa,H.& Nezu,I (1977), JFM, 80, 99
 - 禰津, 中川 (1978), 第 22 回水理講演会, 29.
 - 禰津, 中川 (1980), 第 24 回水理講演会, 293.
 - Matthes,G.H.(1947), AGU, 28, 255.
 - 中川, 禰津ら (1980), 第 8 回可視化シンポ, 103.
 - ICHM/T / IUTAM Symp. (Hemisphere から出版予定)
 - Kovasznay,L.S.G.(1978), Dynamic Flow Conf., 133.
 - 佐藤浩 (1980), 第 30 回応力連講演会, 13.
 - 宇民, 上野 (1977), 京大防災研年報, 20, 331.
 - Rao,K.N.ら(1971), JFM, 48, 339.
 - Kim,H.T.ら(1971), JFM, 50, 133.
 - Lu,S.S.ら(1973), Phys.Fluids, 16, 2012.
 - Nakagawa,H.& Nezu.I., (JFM に出版予定)
 - Lu,S.S.& Willmarth,W.W. (1973), JFM, 60, 481.
 - 中川, 禰津 (1978), 京大工学部紀要, 40, 213.
 - 中川, 禰津 (1979), 京大工学部紀要, 41, 240.
 - Blackwelder,R.(1977), Phys.Fluids, 20, S232.
 - Wallace,J.M.ら (1977), JFM, 83, 673.
 - 富永, 中川, 禰津 (1980), 土木学会年講, II - 210.