第25回水理講演会論文集　1981年２月

河川における移流分散実験データの解析

Analysis of Some Longitudinal Dispersion Experiments in Natural Streams

京都大学工学部　正　員　○綾　　史郎
京都大学工学部　正　員　　岩佐　義朗
京都大学大学院　学生員　　戸田　圭一

1. はじめに

開水路流れにおける移流分散係数を実験的に決定する方法として従来より慣用されてきたものの１つに，食塩水や，染料などの分散物質を瞬間面源として投入し，その後の分散雲の挙動，すなわち，１次，２次モーメントや，濃度～時間曲線より，移流分散係数を求める方法（以下パルストレーサーテストと呼ぶ）がある。パルストレーサーテストにおいては，観測される濃度～時間曲線は，室内実験水路におけるもの，および，実河川におけるものを問わず，立ち上がりが急で，後半部に長く尾をひくことが知られている。また，分散雲の２次モーメントは，非線形な成長を示し，後に，線形な成長となることが多い。このような分散雲の挙動は，流積，および，移流分散係数を一定とするときの移流分散方程式

$$\frac{\partial C}{\partial t}+v\frac{\partial C}{\partial x}=D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \tag{1}$$

の瞬間面源下における基本解

$$C=At^{-\frac{1}{2}}\exp\left[-\frac{(x-vt)^2}{4\,Dt}\right]$$

では，表現できない。ここに，C：断面平均濃度，v：断面平均流速，D：移流分散係数，x：距離，t：時間である。

原理的には，三次元乱流拡散基礎式を，流速分布，乱流拡散係数を与えて，瞬間面源の初期条件のもとに数値解析することにより，濃度～時間曲線を得ることができるが，実際問題としては困難であり，また，必要とされる情報もそこまで詳しいものが必ずしも必要でない場合も多いと考えられ，何らかの近似式があれば都合が良い。

Fischer[1]は，分散係数の測定を直接の目的とするこのようなパルストレーサーテストに対して，移流分散方程式の適用領域に制限を加えることを提案した。すなわち，

$$t\geqq 6T_F=0.180\,\ell^2/Ru_* \tag{2}$$

で(1)式が適用可能とした。ここに，ℓ：特性長（＝B/２），R：径深，u_*：摩擦速度，B：水路幅である。しかしながら，前述のように，濃度分布形は，歪んだ形をしており，$t\geqq 6T_F$において，(1)式が適用できても，初期条件が不明のため，濃度波形の予測は，困難である。

また，河川などの非一様な断面を有する流れにおいては，Taylor[2]が示したような移流分散機構とは，異なった，すなわち，死水域等の存在により分散物質が捕捉されるから濃度波形が歪み，また，みかけ上の分散係数が増大するという考え方が，Hayや，村本・道上・中川[3]らによって示された。この立場にたてば，死水域を有する一様な水路に対して，基礎方程式は，

$$\frac{\partial Ca}{\partial t}+u\frac{\partial Ca}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}\left(D_F\frac{\partial Ca}{\partial x}\right)=\frac{Q_E}{V}(Ci-Ca) \tag{3}$$

$$\Omega\frac{\partial Ci}{\partial t}=Q_E(Ca-Ci) \tag{4}$$

と書かれ，[4] (3)，(4)を瞬間面源の条件のもとに解けばよい。ここにCa：主流の断面平均濃度，Ci：死水域の

平均濃度，u：主流域の平均流速，D_F：移流分散係数，Q_E：死水域と主流域の単位長さあたりの交換流量，V：単位長さあたりの主流域の体積，Ω：単位長さあたりの死水域の体積である。Petersen[4]は，(3)，(4)式を用いて，分散雲の統計的分散の挙動を説明し，21の河川における観測例を用いて検証した。

本研究では，上述のような歪んだ濃度波形を近似する関数形として，ガンマ分布の確率密度関数

$$f(t)=\frac{1}{\Gamma(n)}\lambda^n(t-t_i)^{n-1}\exp[-\lambda(t-t_i)] \tag{5}$$

をとりあげ，パラメーターの推定法について考察するとともに，ピーク濃度の値，およびピーク濃度の生起時刻を中心に，(5)式による近似の適合性について，河川におけるパルストレーサーテストの実測値と比較することにより，検討を行なった。

また，河川におけるパルストレーサーテストの多くは，流心付近における濃度の1点測定であり，後述するようにパルストレーサーテストにおける分散雲は，断面内で非一様な濃度分布を有し，必ずしも流心部における測定値が移流分散モデルで扱うような断面平均濃度，あるいは，死水域モデルで扱うような主流域の平均濃度の挙動を代表しているとは考えられず，実験水路における詳細な計測結果を基礎として，断面平均濃度と断面中央測点における濃度の挙動との差違を明らかにした。

2. ガンマ分布

ガンマ分布は，パラメーターを適当に選ぶことにより，濃度～時間曲線をかなりよく表現することがすでに知られているが，[5)6)]Sayre[7)]，島田[8)]は，流速分布として対数則を有するような流れについて，断面平均濃度～距離曲線がガンマ分布型で示されることを理論的に示した。このことは，Taylor[2)]，Batchelor[9)]が言うように，Taylorの乱流拡散理論[10)]と，流れ方向に一様なせん断乱流場における移流分散理論との相似性を仮定すれば，流体粒子の取得する流れ方向のLagrange的乱れ速度の確率密度関数が指数分布型であることと同等である。

確率変数を，原点 $x=0$ から出発した粒子が，距離 x に到達するまでの時間 t として，ガンマ分布に従うと仮定すると，前述の(5)式となるが，再記すれば，

$$f(t)=\frac{1}{\Gamma(n)}\lambda^n(t-t_i)^{n-1}\exp[-\lambda(t-t_i)] \qquad (t\geqq t_i) \tag{5}$$

である。ここに，$\Gamma(n)$：ガンマ関数である。ガンマ分布のパラメーターは，n，$1/\lambda$，t_i であり，おのおの形状母数，尺度母数，原点母数と呼ばれており，これら3つの量が決まれば，分布形は決定される。周知のように，λ＝定数とするとき，ガンマ分布は $n=1$ で指数分布型であり，$n\to\infty$ で正規分布に収束する。またパラメーターと，積率の関係は，

$$\mu_t=\bar{t}-t_i=n/\lambda \tag{6}$$

$$\sigma_t^2=n/\lambda^2 \tag{7}$$

$$S=2/\sqrt{n} \tag{8}$$

である。ここに，μ_t：1次積率，σ_t^2：2次中心積率，S：歪度である。原点母数 t_i は，分布型の原点を移動させるパラメーターである。

また，分布の最頻値 t_p とその確率密度の関数値 f_p との関係は

$$t_p-t_i=\frac{1}{\lambda}(n-1) \tag{9}$$

のとき，

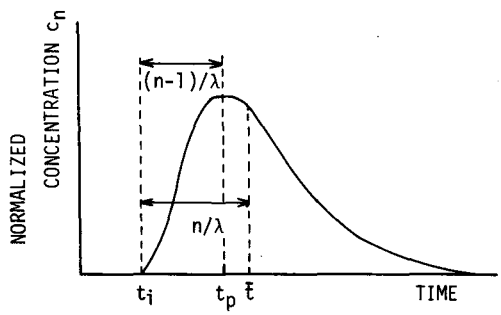


Fig. 1 Gamma Distribution

$$f_p(t_p)=\frac{\lambda}{\Gamma(n)}(n-1)^{n-1}\exp[-(n-1)]\ (n\geqq 1) \qquad (10)$$

であり，(6), (9) 式より

$$\bar{t}-t_p=1/\lambda \qquad (11)$$

となる。したがって，(6), (7) 式より

$$\lambda=\frac{\mu_t}{\sigma_t^2}=\frac{\bar{t}-t_i}{\sigma_t^2} \qquad (12)$$

$$n=\frac{\mu_t^2}{\sigma_t^2}=\frac{(\bar{t}-t_i)^2}{\sigma_t^2} \qquad (13)$$

となるから，$\bar{t}$, σ_t^2, t_i を知れば，分布形を決定することができる。あるいは，また，(11)式を用いるものとすれば，

$$\lambda=(\bar{t}-t_p)^{-1} \qquad (14)$$

$$n=\sigma_t^2\lambda^2=\frac{\sigma_t^2}{(\bar{t}-t_p)^2} \qquad (15)$$

$$t_i=\bar{t}-n/\lambda \qquad (16)$$

として，$\bar{t}$, σ_t^2, t_p を知ることによっても分布形は決定される。(12), (13)式を用いるものとすれば，濃度～時間曲線の立ち上がりの時間，1次モーメント，統計的分散を用いて波形を決定していることになる。一方，(14)～(16)式を用いるものとすれば，(8), (15)式より，

$$S=2(\bar{t}-t_p)/\sigma_t \qquad (17)$$

の関係となるから，濃度～時間曲線の1次モーメント，統計的分散，および歪度を与えて，分布形を決定していることと同等となる。

Fig. 2は，筆者らの実験値(Run 4)について，水路側壁近傍，断面中心，および断面平均の濃度～時間曲線について，それぞれ観測された $\bar{t}$, σ_t^2 を与え，また t_i を適当に与えることによって，(5)式によって計算された値(1点鎖線－側壁近傍，破線－断面中心，実線－断面平均)と実測値とを比較したものであるが，いずれにおいても良い一致をみていると言ってよい。

Fig. 3は，同様に実測された σ_t^2, $\bar{t}$, t_p を用いて，河川における断面中心濃度について，(14), (15)式を用いて(10)式に従って計算されたピーク濃度と観測値とを比較したものである。$C_{np}<0.1$ の領域で計算値と観測値とは良い一致をしている。また，$C_{np}>0.1$ の領域では，河川により，その適合度は異なってくるが，概して，計算値は小さめの値を与えている。

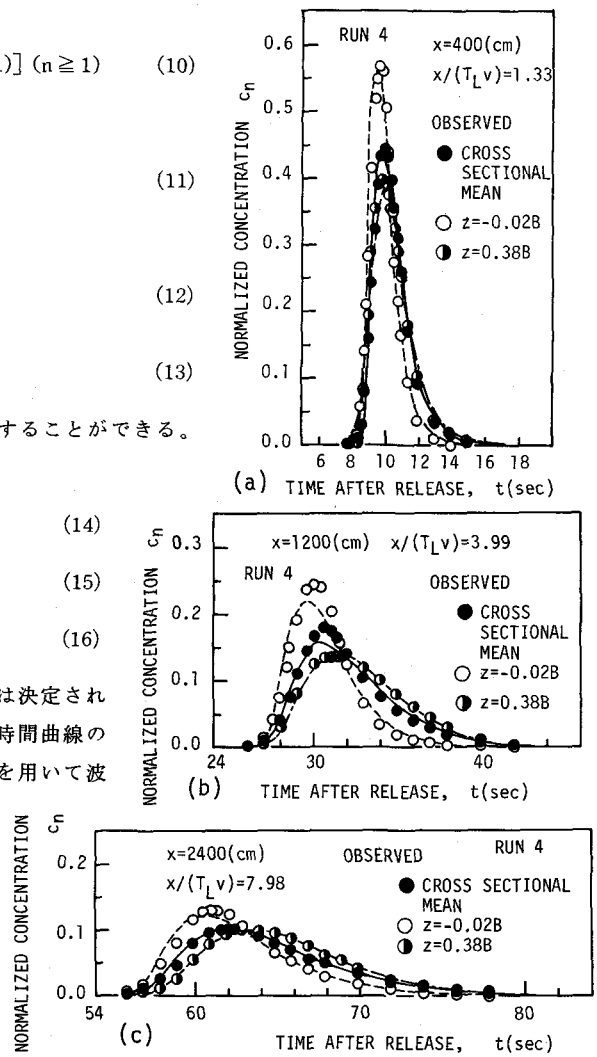


Fig. 2 Calculated and Observed $C_n \sim t$ Curve

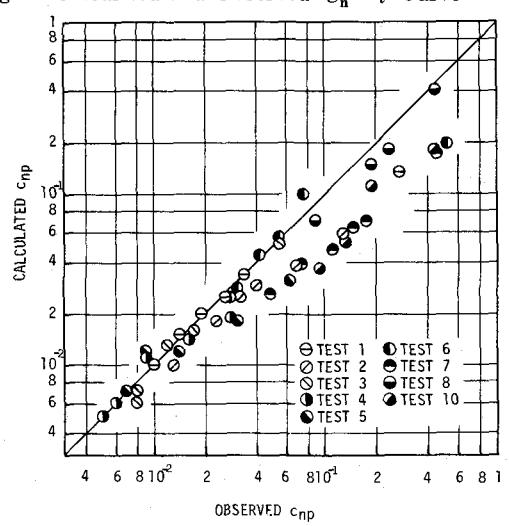


Fig. 3 Calculated and Observed Peak Concentration

3. 分散雲の挙動

距離 x における濃度～時間曲線の近似波形を得るためには，$\bar{t}$，σ_t^2，t_i，t_p 等と距離の関係が与えられればよい。Godfrey, Frederick[11] により観測された米国の６つの河川，人工水路における９ケースのパルス・トレーサーテストの実験結果を解析した。実験方法は，いずれも水表面に分散質を線源として投入し，下流側の５～６断面の水路中心部１点で濃度～時間曲線が計測されている。また断面中心の測定値が断面平均濃度の挙動をどの程度代表しているのかを調べる目的で，矩形断面の滑面開水路において食塩水をトレーサーとするパルストレーサーテストを行ない，濃度～時間曲線を測定して，分散雲の挙動が調べられている。本実験では，１断面で５～25 点の濃度測定が行なわれ，断面平均値が求められている。実験，および河川における水理量，および実験結果の主要を，Table－1 に示している。

3.1　１次モーメント

Fig. 4 (a), (b) に１次モーメント $\bar{t}$ と距離の関係の例(Run 4，Test 1）を示した。図中には，断面平均流速を単純平均して得られた流速で移流すると仮定したときの重心の移動速度（実線）も記入してある。実験水路における断面平均濃度の移流速度 u_c は断面平均流速に極めてよく一致し（Fig. 4 (a)）

$$u_c = x/\bar{t} = v \tag{18}$$

で全区間において表示されるのに対し，実河川における例（Fig. 4 (b)）では，かなり早い到達となっている。実験水路においても，断面中心濃度 $C_c(t : x)$ は，断面平均濃度 $C_n(t : x)$ よりも，いくぶん小さめの１次モーメントを与えるが，その時間差 $(\bar{t}_c - \bar{t})$ と距離の関係は Fig. 5 のようで

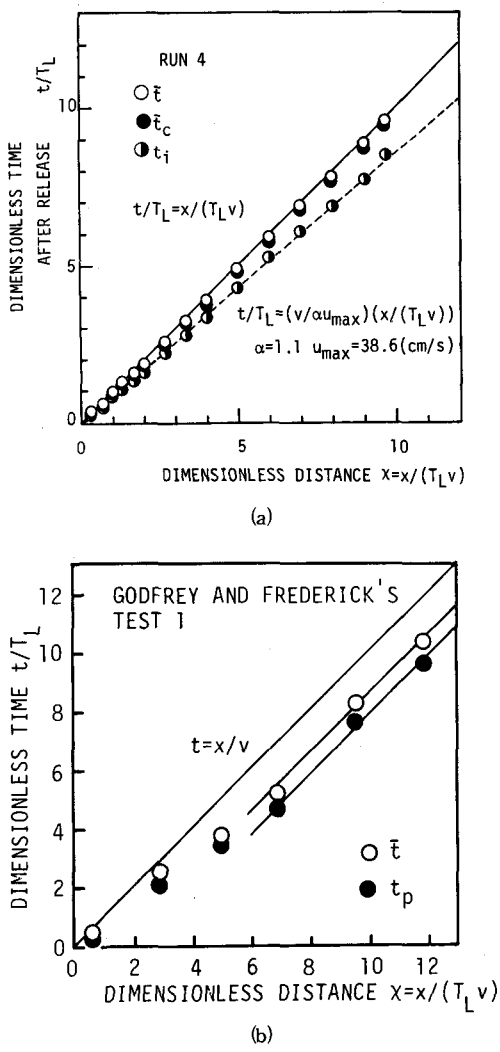


Fig. 4　Convective Velocity of Tracer Cloud

Table. 1　Summary of Experimental Results

Investigator	(1) Run -Number	(2) Velocity v(cm/s)	(3) Width B(m)	(4) Depth d(cm)	(5) Shear -Velocity u_*(cm/s)	(6) Re. x10³	(7) Fr.	(8) B/d	(9) v/u_*	(10) J_A x10⁻²	(11) D/du_*	(12) T_L[3] $/(d/u_*)$	(13) A/Ā	(14) River
(1)	Run-1	32.2	0.10	3.12	1.94	9.56	0.58	3.21	16.6	5.57	28.9 [1]	1.88	1	Lab. Flume (St.)
(2) Author	Run-3	27.4	0.10	2.05	1.69	4.70	0.71	4.88	16.2	5.23	47.6 [1]	3.47	1	
(3)	Run-4	36.5	0.25	2.69	2.18	8.38	0.71	9.29	16.7	2.46	46.0 [1]	6.68	1	
(4)	Test-1	21.9	15.94	44.80	7.83	99.00	0.11	35.6	2.80	25.5	555.9 [2]	277.9	1.385	Copper Creek (St.)
(5)	Test-2	22.2	48.46	93.30	6.71	222.0	0.08	51.9	3.31	18.8	222.0 [2]	107.9	1.688	Clinch River (St.)
(6) Godfrey	Test-3	14.1	18.65	38.40	11.46	54.80	0.07	48.6	1.23	12.8	211.1 [2]	1089.0	1.026	Copper Creek (Cr.)
(7) -Frederick	Test-4	13.2	35.36	86.90	5.18	124.0	0.05	40.7	2.55	10.1	210.7 [2]	321.4	1.119	Powell River (Cr.)
(8)	Test-5	13.5	29.57	69.50	4.88	221.0	0.11	42.6	2.77	19.0	238.3 [2]	163.8	0.644	Clinch River (St.)
(9)	Test-6	53.3	18.29	80.80	10.27	329.0	0.19	22.6	5.19	45.1	258.0 [2]	21.2	1.079	COpper Creek (St.)
(10)	Test-7	82.3	59.43	216.70	9.84	1171.0	0.18	27.4	8.36	14.1	252.7 [2]	25.5	1.379	Clinch River (St.)
(11)	Test-8	65.8	24.69	157.30	3.96	1052.0	0.17	15.7	16.6	2.34	153.7 [2]	23.8	1.037	Coachella Canal (St.)
(12)	Test-10	65.5	51.21	251.20	10.15	1633.0	0.13	20.4	6.45	15.4	182.0 [2]	28.4	1.784	Clinch River (St.)

Note　[1]:By means of moment method　[2]:By means of routing method by Fischer
[3]: $T_L = D/(J_A \cdot v^2)$

Abbreviations: Lab.,Laboratory; St.,Straight; Cr.,Crooked

あり，流下が進むとともに，一定値に落ちつくことが知れる。

河川においても，Test 1 (Fig. 4 (b)) の例のように，流下が進むと $u_c = v$ とみなせる例もあったが，一般的な議論は困難であった。河川においては，断面平均流速自身も流下方向に変化しているので，$\bar{t}_c$ と $t = x/v$ との単純な比較から結論は出せないが，9ケースのうち，7ケースで，$\bar{t}_c < \bar{t}$ であり，その差はかなり大きいことがみられ，実験水路におけるように，その差を無視することは，不適当であると考えられる。測量より求められる断面積の全区間における平均値 A と，分散雲の平均伝播速度 ($u_c = x/\bar{t}_c$) および流量 Q より求められる仮想的な断面積 ($= Q\bar{t}_c/x$) の平均値 $\bar{A}$ の比 $A/\bar{A}$ は，Test 5 を除き，1.03～1.78 と非常に大きくなる (Table 1，第13欄)。(Godfrey Frederick らは，断面内において，100点以上の流速測定を行なっている。流量の決定法は明らかではないが，著者らが，$Q = \int u dA$ として数値積分した値は，彼等の与えた流量とよく一致しており，また，流量は，全区間において同一とみてよい。)

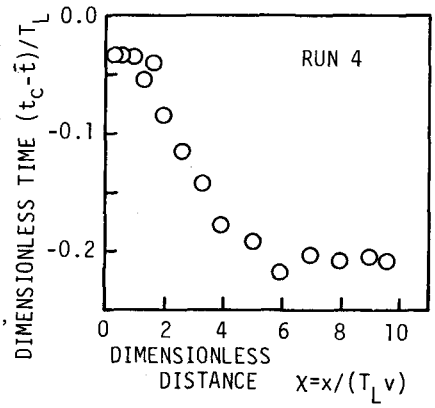


Fig. 5 Mean Arrival Time

3.2 統計的分散

Fig. 6 (a) (b) に $C_n(t:x)$ と $C_c(t:x)$ の統計的分散 ($\sigma_t^2(x)$) と距離の関係を示した。1次モーメントと異なり，統計的分散は，断面平均濃度と断面中心濃度で相当異なった挙動を示す。すなわち，$C_c(t:x)$ の方が非線形な挙動を示す区間が著しく長くなり，分散値自体もかなり小さなものとなり，小さな距離スケールでは，その差を無視することは不適当であるが，流下が進むにつれ，その勾配は，両者とも同一になるとみてよい (Fig. 6 (a))。この傾向は，Yotsukura[12] らの数値解析結果と同一である。

Taylor[2] に従い，乱流拡散理論と移流分散理論の相似性を仮定すると，

$$\sigma_x^2(t) = 2J_A v^2 \int_0^t (t-\tau) R(\tau) d\tau$$

であり，Lagrange 相関関数を，$R(\tau) = e^{-\tau/T_L}$ と仮定し，確率変数 x を $x = vt$ で t に変換すると

$$\frac{\sigma_t^2(x)}{2J_A T_L^2} = \exp(-\chi) + \chi - 1 \qquad (19)$$

を得る。ここに

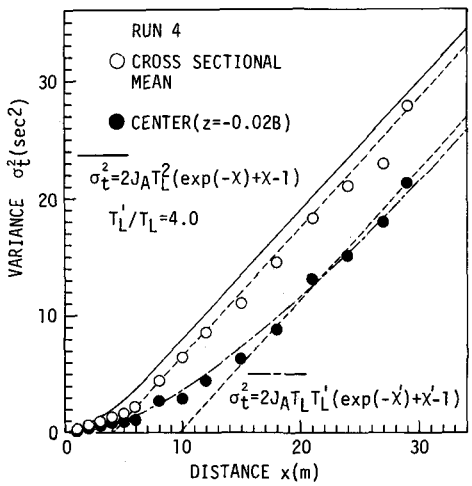
$$J_A = \frac{1}{A}\int\left(1-\frac{u}{v}\right)^2 dA \qquad (20)$$

$$T_L = \int_0^\infty R(\tau) d\tau \qquad (21)$$

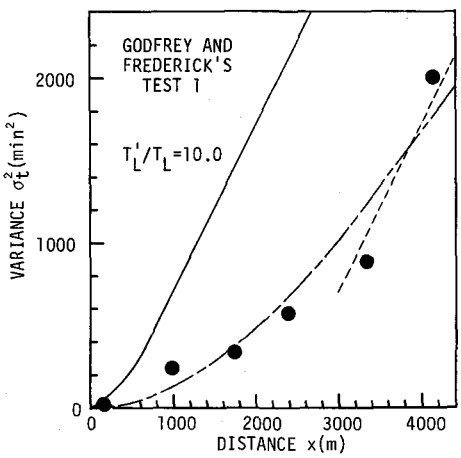
$$\chi = x/T_L v \qquad (22)$$

であり，J_A は，流速分布の非一様性を示しており，T_L は移流分散に関する Lagrangian Integral Time Scale である。

移流分散係数を，モーメント法



(a)



(b)

Fig. 6 **Behaviour of Variance**

$$D=\frac{1}{2}v^3\frac{d\sigma_t^2}{dx} \tag{23}$$

で定義すれば，Dは，距離の関数として変化するが，σ_t^2の成長が線形となれば，Dを定数として扱うことができ，(19)，(23)式より，$\chi>3$で，

$$D_\infty \fallingdotseq J_A v^2 T_L \tag{24}$$

となり，J_A，D，v^2を知れば，(24)式よりT_Lが求まることとなる。Fig. 6 (a)には，このように決定されたD_∞，流速分布より求められたJ_A，T_Lを用いて(19)式により計算された値が実線で記入されている。計算値は実測値より少し大きめの値を与えている。これらを両対数紙上に示せば，Fig. 7のようであり，統計的分散の挙動をよく近似するものと言えよう。

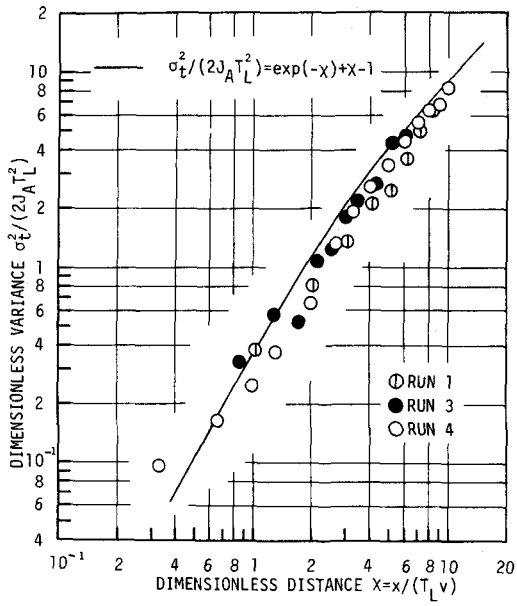


Fig. 7 Behaviour of Variance

一方，$C_c(t:x)$については，(19)式の近似は明らかに不適当であって，$x\to\infty$で，2つの統計的分散の成長率が同一になることを考慮して

$$\frac{\sigma_t^2(x)}{2J_AT_LT_L'}=\exp(-\chi')+\chi'-1 \tag{25}$$

$$\chi'=x/T_L'v$$

で近似することが考えられよう。Fig. 6 (a)の一点鎖線は，試行錯誤的にもっともよく近似されるT_L'を定めたものである。T_L'は，T_Lのような物理的意味を持たないが，$C_c(t:x)$の統計的分散値の挙動の断面平均値よりの遅れを示すパラメーターと考えられる。

河川のデータに対して，(19)，(25)式の適用を試みると，Fig. 6(b)のようであり，(19)式との差は，著しく大きくなる。ただし，分散係数Dとしては，モーメント法((23)式)による場合，断面平均流速vの評価の影響が大きいので，ここでは，Fischer が Routing 法で求めた値を用いている。

先に，著者らは[2]，Table 1に示した移流分散実験の結果，および，多くの室内実験水路，河川における移流分散観測結果を整理し，次元解析により

$$D=5.0\left(\frac{v}{u_*}\right)^{-0.5}\left(\frac{B}{d}\right)^{1.5}du_* \tag{26}$$

$$J_A=1.5\left(\frac{v}{u_*}\right)^{-1.5} \tag{27}$$

および，(24)式に従って求められたLagrangian Integral Time Scale T_Lを用いて

$$T_L=3.4\left(\frac{v}{u_*}\right)^{-1.0}\left(\frac{B}{d}\right)^{1.5}\frac{d}{u_*} \tag{28}$$

を得た。ここに，u_*：摩擦速度，B：水表面幅，d：A/Bである。Fischer が行なったのと同様に，$T_E=(B/2)^2/e_z$でEuler Scale を表現し，T_LとEuler Scaleの比を求めると，

$$T_L=\frac{1}{18.4}T_E$$

となる。ただし，横拡散係数としては，

$$e_z = 4.0\times10^{-3}\left(\frac{v}{u_*}\right)\left(\frac{B}{d}\right)^{0.5} du_*$$

を用いている。[12] (26)～(28)式を実測値と比較すると，いくらかのバラツキが生じることは否めないが，室内実験水路，および河川において成立することが確認されている。

前述したように，T_L'を試行錯誤的に定め，中央測点における統計的分散と距離の関係を両対数紙上にプロットするとFig. 8のようであり，分散の挙動をよく表現していることが知られる。

河川におけるこのような統計的分散の成長の遅れが，Petersen[4]の考えるような死水域の存在によるものか，あるいは，滑面開水路におけると同様，断面平均濃度と，中央濃度の挙動の相違によるものか，河川における断面平均濃度の測定値がないので不明であるが，後者の考え方をとり，アスペクト比B/dとの関係をみると，Fig. 9のようであり，

$$\frac{T_L'}{T_L} = 0.3\left(\frac{B}{d}\right) \tag{29}$$

を得る。T_Lとして(28)式を用いれば，

$$T_L' = 1.02\left(\frac{v}{u_*}\right)^{-1.0}\left(\frac{B}{d}\right)^{2.5}\left(\frac{d}{u_*}\right) \tag{30}$$

となる。

3.3 ピーク濃度の生起時刻とピーク値

断面平均濃度における平均到達時間$\bar{t}$とピーク濃度の到達時間t_pの差をFig. 10に示した。ピーク濃度の伝播速度u_pは，分散雲の平均移流速度u_cよりも早いことが知られるが，流下が進むとともに，ほぼ同一となることがわかる。Fig. 4(b)よりは，河川の断面中心濃度についても同様の傾向があることがみられるが，その時間差は大きい。Fig. 11は，河川の実測データより求められた$(\bar{t}-t_p)$とxの関係を両対数紙上に示したものである。

濃度～時間曲線がガンマ分布で近似されるものと仮定すると，ピーク濃度の到達時間t_pと平均到達時間$\bar{t}$の間には，

$$\frac{1}{\lambda T_L} = \frac{\bar{t}}{T_L} - \frac{t_p}{T_L} \tag{31}$$

の関係がある。σ_t^2が，(25)式で近似されるものとすると，(11)，(12)式より，

$$\frac{1}{\lambda T_L J_A} = \frac{2}{\beta}\,\frac{-1+\chi'+\exp(-\chi')}{\chi'} \tag{32}$$

の関係を得る。ここに，

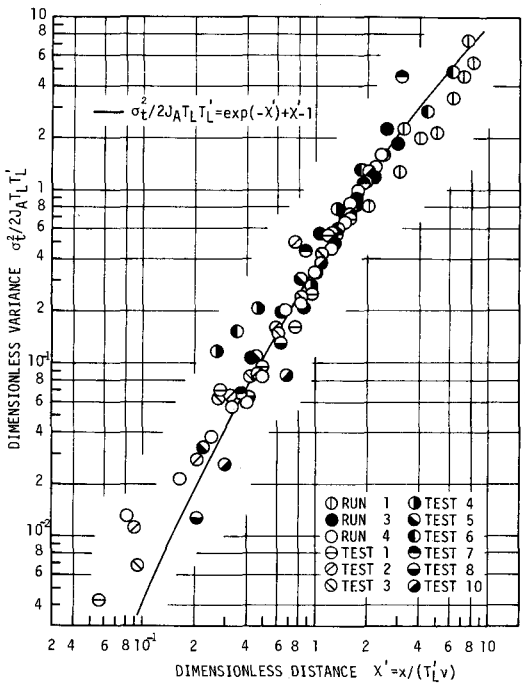


Fig. 8 Behaviour of Variance of $C_c(x:t)$

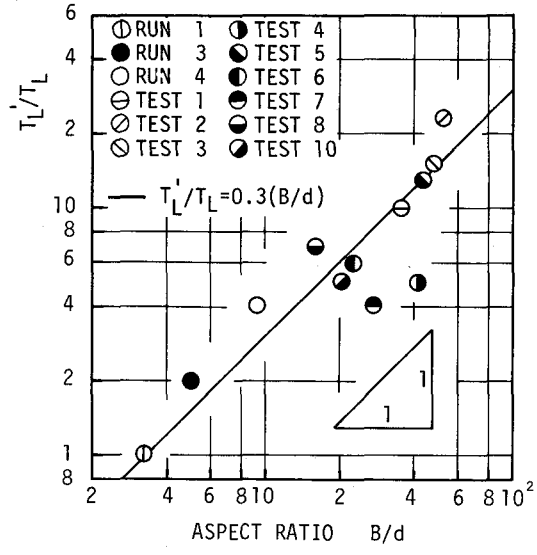


Fig. 9 Relation betweon T_L'/T_L and B/d

$$\beta = \frac{v}{u_c}\left(1 - \frac{u_c}{\alpha u_{maxc}}\right) \qquad (33)$$

であり，u_c は，濃度波形より得られる平均伝播速度 αu_{maxc}は，濃度波形先端の伝播速度である。一様水路における断面平均濃度については，著者らの検討では，$u_c = v$，$\alpha u_{maxc} = 1.1\, u_{max}$（$u_{max}$：測定された最大平均流速）とでき，濃度波形は，ガンマ分布で良く表現されることが確認されている[6]。

河川における断面中心濃度については，断面平均流速自身も流下方向に変化し，かつ u_c は v と一致しないので，u_c，u_{maxc} を確定することは困難であり，β を与えて，(32)式と実測値との適合性を検討することにより，β の概略値を求めることにした。Fig. 11 には，(32) 式が実線で示されているが，β は，(33)式にみられるように断面中心濃度の先端の伝播速度，平均伝播速度に依存するから，流速分布形に依存し，各河川によって異なるものと考えられるが，おおよそ，$\beta = 0.10 \sim 0.30$ の値となっている。もちろん，ガンマ分布によってすべての濃度波形が近似されるものでもなく，u_c，αu_{maxc} が必ずしも定数ではないので，(32) 式が成立しないものもある。

距離 x と統計的分散の関係が (25) 式で，また分散雲の先端の到達時間 t_i と平均伝播時間 $\bar{t}$ の関係が，(33) 式と同一の

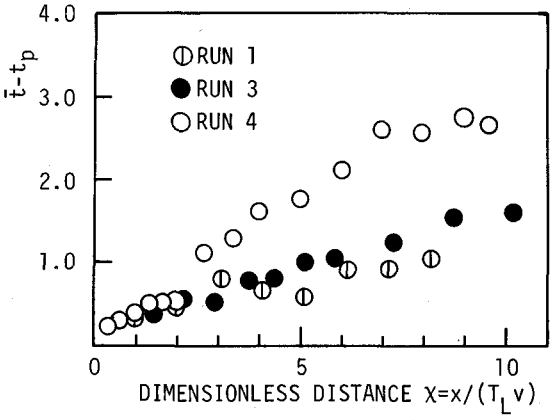


Fig. 10 $(\bar{t} - t_p)$ and $x/T_L v$

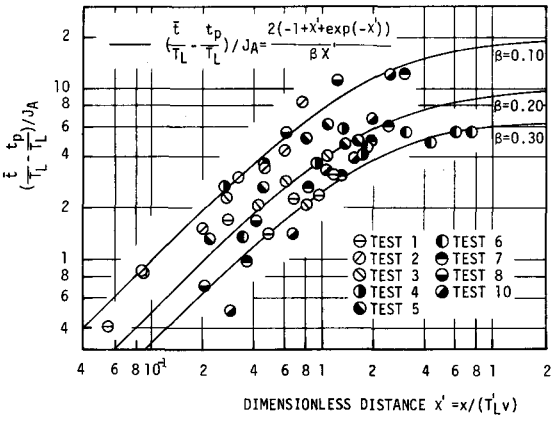


Fig. 11 $(\bar{t} - t_p)$ and $x/T_L' v$

$$\bar{t} - t_i = \left(\frac{1}{u_c} - \frac{1}{\alpha u_{maxc}}\right)x = \frac{v}{u_c}\left(1 - \frac{1}{\alpha u_{max}}\right)\frac{x}{v} = \beta T_L' \chi' \qquad (34)$$

の形で表現されるものとすると，

$$\lambda T_L = \frac{\beta}{2J_A}\ \frac{\chi'}{-1 + \chi' + \exp(-\chi')} \qquad (35)$$

$$n = \frac{\beta^2}{2J_A}\left(\frac{T_L'}{T_L}\right)\frac{\chi^2}{-1 + \chi' + \exp(-\chi')} \qquad (36)$$

であり，規格化されたピーク濃度は (10) 式で表わされることとなる。

$\chi' \ll 1$ のとき，(35)，(36) 式より

$$\frac{1}{\lambda T_L} = \frac{\bar{t}}{T_L} - \frac{t_p}{T_L} = \frac{J_A}{\beta}\chi'$$

$$n = \frac{\beta^2}{J_A}\left(\frac{T_L'}{T_L}\right) \quad (n \geqq 1)$$

であり，

$$C_{np} = \frac{\beta}{J_A T_L}\left(\frac{T_L' v}{T_L u_c} - \frac{J_A}{\beta}\right)\frac{(n-1)^{n-1} e^{-(n-1)}}{\Gamma(n)} \quad \left(\frac{t_p}{T_L}\right)^{-1}$$

であり，$(\bar{t} - t_p)$ は距離に比例するとともに，ピーク濃度 C_{np} は，(t_p / T_L) に反比例して減衰していく。

また，$\chi' \gg 1$ のとき

$$\frac{1}{\lambda T_L} = \frac{2J_A}{\beta}$$

$$n = \frac{\beta^2}{2J_A} \quad \frac{T_L'}{T_L}\chi'$$

$$C_{np} = \frac{1}{2\sqrt{\pi J_A T_L^2}} \left(\frac{v}{u_c}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{t_p}{T_L}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

であり，$(\bar{t} - t_p)$は一定値をとるとともに，C_{np}は$(t_p/T_L)^{-\frac{1}{2}}$に比例して減衰していくことが知れる。Fig. 12 に実測値（Run 4）の断面平均濃度に対して，β，J_A，T_Lを実測値より定め，(35)，(36)式よりλ，n を求めて，(10)，(11)式より計算されるC_{np}とt_pの関係を示したが，$t_p/T_L > 1$で，極めて良い一致をみている。

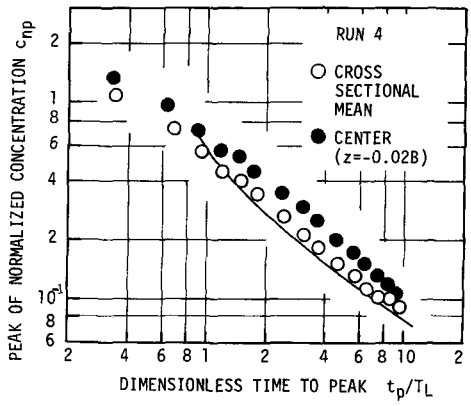


Fig. 12 Peak Concentration and Time to Peak

4. ガンマ分布による波形の予測

河川における断面中心濃度について，前節までの結果より，波形をガンマ分布により近似計算した結果をFig. 13 に示す。すなわち，平均到達時間$\bar{t}$を与え統計的分散σ_t^2，ピーク濃度の生起時刻t_pを与えて計算した結果を実線で，σ_t^2を(25)式で近似し，t_pは，(32)式より$\beta = 0.2$，0.3として与えた場合の結果を各々，一点鎖線，破線で実測値と比較して示している。必ずしも，すべての点で，良い近似とは言えないが，良く近似している例もある。

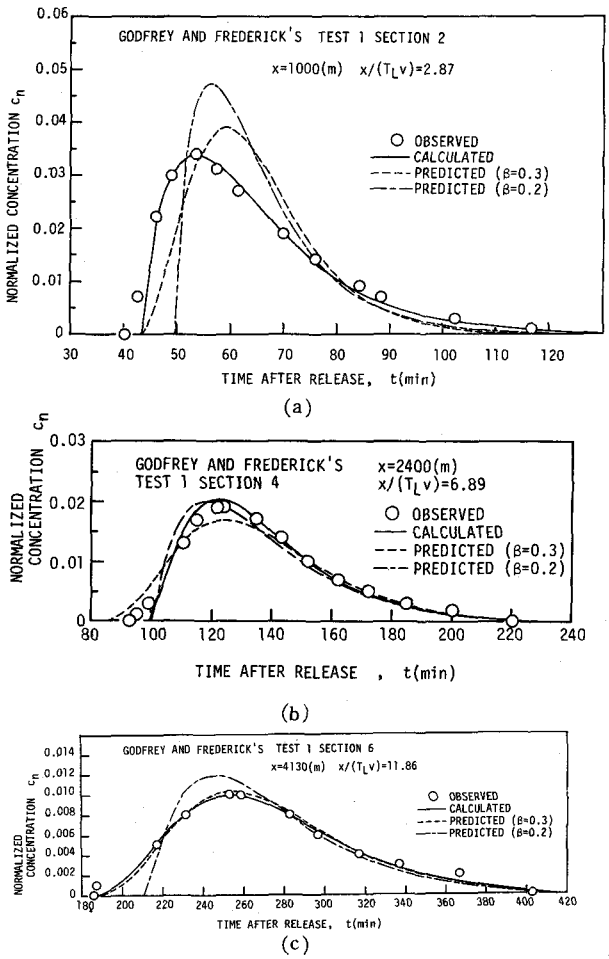


Fig. 13 C ～t Curve

5. 結　論

パルストレーサーテストにおける分散雲の挙動を，断面平均濃度，断面中心濃度のモーメントを中心に論じた。

断面平均濃度の１次モーメントより求められる移流速度は，断面平均流速に一致するとしてよいが，断面中心濃度より求められるそれとは，特に河川における場合，その差異が著しい。

断面平均濃度の統計的分散は(19)式で表現される。断面中心濃度の統計的分散は，断面平均濃度のそれと異なり，(25)式で表現される。

ピーク濃度の生起時間と平均到達時間の差は近似的に(32)式で表現される。

濃度波形は，パラメーターを適切に選ぶことにより，ガンマ分布で広い範囲にわたって近似できる。パラメーターの選び方として，本研究で示した方法が挙げられる。

最後に本研究を行なうにあたって協力して頂いた，京都大学学生，薬師寺公文君に心よりの謝意を表します。

参考文献

1) Fischer, H. B.: Longitudinal Dispersion in Laboratory and Natural Streams, Report No. KH–R–12, California Institute of Technology, 1966.

2) Taylor, G. I.: The Dispersion of Matter in Turbulent Flow through a Pipe, Proc. Royal Society of London, A223, No. 155, 1954, pp. 446～448.

3) 村本嘉雄，道上正規，中川芳一：開水路流れの縦分散に関する考察，第20回水理講演会論文集，1976, pp. 133～139.

4) Petersen, F. B.: Prediction of Longitudinal Dispersion in Natural Streams, Series Paper No. 14, Institute of Hydrodynamics and Hydraulic Engineering, Technical University of Denmark, 1977.

5) Sayre, W. W.: Dispersion of Silt Particles in Open Channel Flow, J. Hydraulic Division Proc. ASCE, vol. 95, No. HY3, 1969, pp. 1009～1039.

6) Iwasa, Y. and Aya, S: Transfer Processes in Open Channel Flows, Proc. 3rd Int'l Sympo. on Stochastic Hydraulics, IAHR–Tokyo, 1980, pp. 539～550.

7) Sayre, W. W.: Discussion on Convective Model of Longitudinal Dispersion, J. Hydraulic Division, Proc. ASCE, Vol. 102, No. HY10, 1977, pp. 1409～1424.

8) 島田　晋：移流分散現象の確率論的解析，第24回水理講演会論文集，1980, pp. 1～7.

9) Batchelor, G. K. and Townsend, A. A.: Turbulent Diffusion, in Survey in Mechanics, by G. K. Batchelor and R. G. Davis, Cambridge Univ. Press, 1956, pp. 352～399.

10) Taylor, G. I.: Diffusion by Continuous Movements, Proc. London Mathematical Society, A20, 1921, pp. 196～214.

11) Godfrey, R. G. and Frederick, B. J.: Stream Dispersion of Selected Site, Professional Paper 433–K, U.S. Geological Survey, 1970.

12) Yotsukura, N. and Fiering, M. B.: Numerical Solution to a Dispersion Equation, J. Hydraulic Division, Proc. ASCE, vol. 90, No. HY5, 1964, pp. 83～104.

13) Iwasa, Y. and Aya, S.: Dispersion Coefficient of Natural Streams, Proc. 3rd Int'l Sympo. on Stochastic Hydraulics, IAHR–Tokyo, 1980, pp. 527～538.