

岩盤浸透流の支配方程式とその性質 Governing Equations of Flow Through Rock Masses and Their Characters

埼玉大学工学部 正会員 ○ 佐藤 邦 明

“ “ 大学院 飯 沢 雅 人

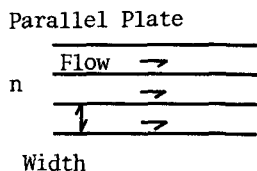
はじめに

浸透流の力学的取扱いは運動方程式としてDarcy則を用い、連続方程式から展開されるが、流れの場が粒状体から作られる多孔体の場合はMuskatの著書が世に出て後、多くの出版物・文献に見られるように研究が進んでいる。しかし、もともと浸透流の取扱いは流れの場に支配されるため、岩盤のような多孔体中の流れへ粒状多孔体に対して確立された考え方や解析法をそのまま適用することは不都合である。残念ながら、岩盤浸透流のモデル化、定式化、および力学的解析法に関しては問題の認識や研究対象の違いもあって、水理学の分解では必ずしも研究が進んでいるとは言え難く、油田工学、鉱山の分野が先行しているように思える。最近では、土木構造物が大型化し、岩盤の中に作られることが多くなり、岩盤の力学と共に岩盤の水理学の確立が必要とされている。こういった背景にあって、本論では沖積地盤における流れの支配方程式と岩盤におけるその違いを対比しつつ、新しく single joint modelを提案した上で岩盤浸透流のいくつかのモデルを紹介し、支配方程式とその性質を吟味して見たので報告する。

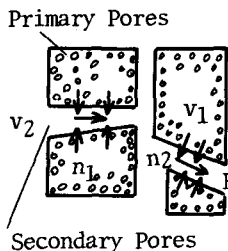
1. 流れの水理モデルと境界条件

岩盤中の水の流れは、通常岩盤中に存在する断層や割れ目の流れであると観察されており、断層の方向、密度、規模が問題とされ、割れ目の水理的異方性にも注目される。しかし、もともと地下水が力学的に考えて、非定常性が弱く、定常流として取扱い得るとすれば、岩盤浸透流は普通の粒状多孔体中の流れと比べて断層や割れ目の空間的異方性が強いだけであり、流れの場の空間的構造と境界条件をどうモデル化するかの難しさはあっても、つまるところ抵抗則の問題と流れの場の表現のそれに帰結する。従って、古くは岩盤浸透流と言え、抵抗則に力点を置き、直観的流れの類似性から図-1(a)のような平行板間の粘性流を用いて、岩盤中の割れ目の流れをモデル化しようとしたのである。しかし、このモデルによる流れの力学的支配方程式は従来のDarcy則と連続方程式から導入されるものと一歩も先行するものではなく、ただ割れ目幅をどう採ればよいか、つまり透水係数が粒状多孔体の場合とどう違うかを模索しているにすぎない。しかし、一方で岩盤浸透流に限らず、流れの非定常性を考慮しなければ説明し得ない現象はいくつもある。たとえば、被圧常水層における海岸地下水、揚水論、圧密現象など良く知られている。

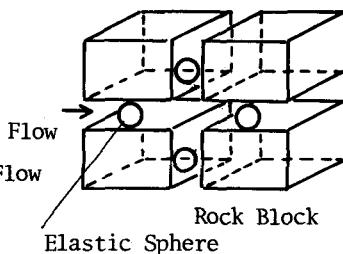
非定常岩盤浸透流では上述の現象をふまえてどう考えればよいであろうか。岩盤油田中から揚水したり、注水したような場合、予想以上に多量の揚水があったり、意外に注水効果が乏しかったりする現象は早くから注目されていたようであり、また、地震時の岩盤中の水圧伝播や水圧と岩盤の相互力学的作用にも従来の古典的な地下水理論では説明し得ないところがある。このような事をふまえ、Barenblattら(1960)は図-1(b)に示したような二重空隙モデル(double porosity model)を導入した¹⁾。つまり、もともと岩盤はその生成後、何らかの外的・内的力学・化学・熱作用によって、断層・割れ目・空洞が形成されたものと見られるから、岩盤の質中に元来含まれている一次空隙(primary porosity) n_1 と以後の外的・内的作用により作られた二次空隙(secondary porosity) n_2 に分けられる。一般に、多くの有限規模の岩盤塊をとった場合、 $n_1 > n_2$ であることが知られている。二重空隙モデルでは流体の運動は、一次空隙では空隙寸法が小さいはずであるから、緩慢で流速 v_1 は小さく、二次空隙である割れ目系中では流速 v_2 は大きいと考えられる。つまり、 $v_1 < v_2$ なのである。従って、当然、一次空隙と二次空隙系相互に流体運動に伴う流れの交換があり、 $n_1 > n_2$ 、 $v_1 < v_2$ であるから、別に一次空隙を貯留系空隙、二次空隙を流路系空隙と呼ぶこともで



(a) 平行間隙モデル



(b) Barenblatt の Double Porosity Model



(c) Snow の Rock Block Model

図-1 岩盤浸透流の基本モデル

きる。double porosity model の定義から、通常の粒状多孔体の流れを考えると、 $n_1 = 0$ 、 $v_1 = 0$ とするとそのまま適用される。

岩盤の岩質が硬岩の場合、二重空隙性が乏しく、岩盤中の割れ目を構

成する岩ブロックの接触面の凹凸の弾性変形が流体圧力変動に呼応して生じる、割れ目の水圧変動による呼吸 (fracture breathing) を重視して、Snow (1963) は図-1 (c) のように、岩ブロックの接触面の凹凸の弾性変形を弾性球を用いて岩ブロックモデル (rock block model) を導入した²⁾。つまり、割れ目中の流れは図-1 (a) に示した平行間隙中の流れでモデル化し、その圧力変動によってブロック自体と弾性球の変形が生じるとして、岩盤浸透流の水理モデルを作ったものであり、硬岩盤中の地震時水圧変動の解析には適切であろう。

流れのモデル化・定式化がなされると、岩盤地下水の解析に当たって (1) 流れの場の被圧・不被圧性の程度と空間構造、(2) (水理的・地質的) 境界条件、(3) 水理定数、をどのように決めるかが特に重要な事柄となる。

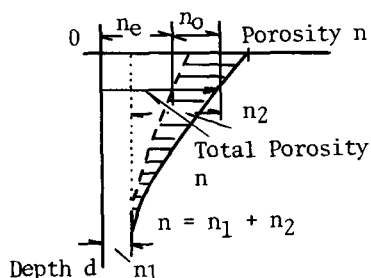


図-2 全空隙率 n と (動的) 有効空隙率 n_e の関係

る。岩盤浸透流を解析しようとする時、まず、ダム下部岩盤の流れのように、地下水の貯留タイプ現象と地下空洞開削に伴うような排水タイプのそれとでは若干違いますが、流れの場が被圧であると見て水理モデルを作るか、不被圧と考えるかによって、支配方程式は違ってくる。この事は流れの空間的構造を十分知る事と深い関係をもってくるわけで、岩盤中の割れ目の脈絡性からして、一般には被圧・不被圧の混在場と見るのが妥当であろう。つぎに、沖積地盤の場合は成層層序が基本となるため、地質境界も水理境界も割合に決め易いが、岩盤の場合、図-2 に示したように、よほど地質種の境界が明瞭でない限り、深さによって空隙率は小さくなるものの下方の境界は決めるににくいことが多い。また、岩盤の全空隙率 n に占る、いわゆる動的有効空隙率 n_e と無効空隙率 n_0 の区別がつけにくい。地質境界と水理境界が必ずしも一致しないのも岩盤中の流れの特色である。

2. 支配方程式

岩盤浸透流の場合も流れは Darcy 則に従うとして、運動方程式は式(1)を用い、連続方程式としては式(2)を用いて、支配方程式を導入するのが基本的な立場であるが、式中の各タームの評価が違ってくる。

$$\nabla = \left(-\frac{k}{\mu} \right) [\rho g \nabla z + \nabla p], \quad (1) \quad -(\nabla \cdot \rho \nabla) \delta V = \frac{\partial}{\partial t} (n \rho \delta V) + q, \quad (2)$$

ここで、 ∇ : 流速ベクトル、 k : 固有透水係数、 ρ : 流体密度、 μ : 粘性係数、 g : 重力加速度、 z : 座標 (上向正)、 p : 流体圧力、 n : 空隙率、 t : 時間、 δV : control volume、 q : 流入出量である。

2.1 Single Joint Model

いま、単一断層や割れ目中で水頭・水圧変動が伝播する場合をつぎの一次元流モデルによって考える。通常、岩盤中の割れ目の流れは図-3のように、流路はいくつかの壁面凹凸の接点で支えられている。流れに沿ってx軸をとり、運動方程式と連続方程式は、それぞれ、

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \left(\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{u}{K} \right), \quad (3)$$

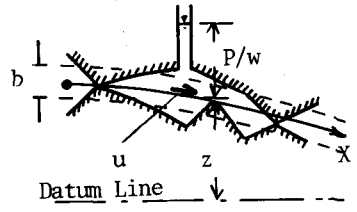


図-3 Single Joint Model

$$\frac{\partial u}{\partial x} = - \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial p} \right) \left(1 + \frac{u}{c} \right) \frac{\partial p}{\partial t}, \quad H = \frac{p}{\rho g} + z, \quad (4)$$

となる。ここで、 u ；流速、 A ；断面（ $=b$ ）、 c ；伝播速度、 K ；透水係数である。

もし、割れ目の流体圧力 p と岩盤割れ目の鉛直応力 σ_z の和が一定であるとすれば、式(3)、(4)から

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = \frac{1}{(\alpha + \beta)\rho} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - \frac{g}{K} \frac{\partial H}{\partial t}, \quad \beta = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p}, \quad \alpha = \frac{1}{b} \frac{\partial b}{\partial p}, \quad (5)$$

となる。ここで、 b ；割れ目の平均幅、 β 、 α ；それぞれ水、および割れ目の圧縮率、 $u \ll c$ である。

式(5)は割れ目の流れの基礎式となるが、割れ目幅 b が大きいと、加速度項が無視できず、波動方程式となり、水撃波の現象と類似となる。しかし、小割れ目の場合は $\partial^2 H / \partial t^2 \approx 0$ とみなし得るから、通常、粒状体の地盤の基本式と同形となってしまう。従って、実際の岩盤を対象とした時、規模の大きい節理や石灰岩空洞などでは、式(5)が成立つと考えてよからう。

2.2 Double Porosity Model

すでに、1.で述べたように、岩盤の岩質そのものが多孔質であり、多くの割れ目系を含む場合、浸透流は図-1(b)に示した、いわゆる二重空隙モデル中の流れとなる事を Barenblatt らは提案している。二重空隙モデルを用いた流れの基礎式は、①流れは二次空隙系（つまり割れ目系）で生じ、一・二次空隙系ともに運動方程式は Darcy 則で満足される、②一・二次空隙系の間で圧力差で生じる流量交換があり、貯留効果は一次空隙系で生じる、として質量保存則から導入される。岩盤が均質であるとする、一・二次空隙系において、運動方程式と保存式は、

$$\nabla_1 = -\frac{k_1}{\mu} \text{grad } p_1, \quad (6) \quad \frac{\partial}{\partial t} (n_1 \rho) + \text{div } \rho \nabla_1 + q = 0, \quad (7)$$

$$\nabla_2 = -\frac{k_2}{\mu} \text{grad } p_2, \quad (8) \quad \frac{\partial}{\partial t} (n_2 \rho) + \text{div } \nabla_2 - q = 0, \quad (9)$$

となる。ここで、添字 1, 2 はそれぞれ、一次、二次空隙系の諸量、 q ；交換流量であり、他の諸量は式(1)、(2)と同様である。

いま、式(6)~(9)に対して、上述の仮定①、②を用いて簡略化する。まず、一次空隙系（岩質ブロック）では、流れはほとんど生じないから、式(7)の第二項の $\text{div } \rho \nabla_1 \approx 0$ と考え、つぎに、二次空隙系（岩盤での割れ目系）では、式(9)の第一項の $\partial(n_2 \rho) / \partial t \approx 0$ とする。つまり、一次空隙系の流れを表わす式(7)は流れの貯留系を支配し、二次空隙系の式(9)は流れに関与するわけである。さらに、式(7)、(9)において、 $q = \rho \alpha (p_1 - p_2) / \mu$ と置いて、式(6)、(7)、および式(8)、(9)のそれぞれに対応して、

$$(\alpha'_{c1} + n_0 \beta') \frac{\partial p_1}{\partial t} + \frac{\epsilon}{\mu} (p_1 - p_2) = 0, \quad (10) \quad k_2 \Delta p_2 + \epsilon (p_1 - p_2) = 0, \quad (11)$$

を得る。ここで、 ϵ ：岩の比表面と固有透水係数に係る無次元量、 Δ ：ラプラス演算子、 n_0 ：標準圧力での岩質の空隙率、 β' ：水の圧縮に関する係数、 α'_{c1} ：岩質の圧縮に関する係数である。

式(10)、(11)は、 p_2 に関して、

$$\frac{\partial p_2}{\partial t} - \eta \frac{\partial}{\partial t} (\Delta p_2) = \kappa \Delta p_2, \quad \eta = \frac{k_2}{\epsilon}, \quad \kappa = \frac{k_2}{\mu(\alpha'_{c1} + n_0 \beta')} \quad (12)$$

となる。ここで、 η は $D^2 \frac{k_2}{k_1}$ に比例する値、 D ：岩質ブロック寸法である。

式(12)において、左辺第二項が0であると、通常多孔体の流れの場合に相当するから、左辺第二項が二重空隙モデルの特徴であると言える。Barenblattらは式(12)のさらに一般形をも提案しており、二重空隙モデルの概念を用いて式(12)が発表されて以後、別の研究者に多大な興味を呼び起こした経緯が認められる。

2.3 Rock Block Model

1.でのべたように、比較的硬質岩盤が破碎され、帯水していると、岩盤は間隙水の水压変動と呼応し合体変形、変動をして、あたかも fracture breathing のごとき現象を生む事を Snow は提唱した。この事は帯水した岩盤中に注水したり、水压変動が生じた際（地震現象によるものを含めて）、水理の支配方程式に水の圧縮性、岩質の弾性変形、水压変動と岩質変形による透水係数の動的変動・変化を考慮して解析する必要がある事を強調している。岩盤は図-1(c)に示したように、方形ブロックで構成され、各ブロックの間には、割れ目系流路をモデル化した弾性球を介在している平行間隙がある。この弾性球は2.1で述べられた single joint model において、凹凸をもった割れ目壁の支持接点をモデル化したものであり、間隙水压の変化によって、岩盤は岩質ブロックとこの弾性球の変形を生むと考えるのである。

岩ブロックモデルによる Snow の基本式は式(1)、(2)から出発するわけで、直交座標系で式(2)の右辺は $q=0$ と置き、 $\partial V = \Delta x \Delta y \Delta z$ において、 Δx 、 Δy は一定と考え、

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho n \Delta x \Delta y \Delta z) = (\rho n \frac{\partial \Delta z}{\partial t} + \rho \Delta z \frac{\partial n}{\partial t} + n \Delta z \frac{\partial \rho}{\partial t}) \Delta x \Delta y$$

となる。ここで、 Δx 、 Δy 、 Δz ； x 、 y 、 z 軸に沿うボリューム辺長であり、右辺第一項を固体の圧縮率 $1/E$ 、第二項の割れ目のそれを $1/C$ 、および第三項の流体のそれを β で流体圧力 p_f 、fracture spacing d と関係づけて表わすわけである。

ボアソン比 M を用いて、直交座標系で初め違った spacing をもつ場合は、

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho n \Delta x \Delta y \Delta z) = \left\{ \frac{n+1}{C d_h} + \frac{nM+1}{E+C d_{v1}} + \frac{nM+1}{E+C d_{v2}} + n\beta \right\} \rho \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial p}{\partial t}$$

とかける。ここで、 d_h 、 d_{v1} 、 d_{v2} ；それぞれ水平、鉛直 spacing である。

他方、式(2)の左辺は、

$$-\rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \left(u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \right)$$

となるから、 x 、 y 軸方向の透水係数 K_x 、 K_y として Darcy 則を用いて、

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \rho g \left\{ \left(\frac{\partial K_x}{\partial p} + \beta K_x \right) \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial K_y}{\partial p} + \beta K_y \right) \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right\} = \rho g \left\{ \frac{n+1}{C d_h} + \frac{nM+1}{E+C d_{v1}} + \frac{nM+1}{E+C d_{v2}} + n\beta \right\} \frac{\partial h}{\partial t}, \quad \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\rho g}{1-\beta p} \frac{\partial h}{\partial t}, \quad h = z + \frac{p}{\rho g} + \text{const.} \quad (13)$$

となり、Snowは式(13)の各項のオーダー比較を行なって、次式が支配的に成立つ事を示した。

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \rho g \left\{ \frac{n+1}{C d_h} + \frac{nM+1}{E+C d_{v1}} + \frac{nM+1}{E+C d_{v2}} \right\} \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (14)$$

3. 単純解による基礎式の性質の吟味

上述の基礎式の性質を知るため、図-4に示したような地盤モデルを用いて single joint model と double porosity model の両者を調べてみる。地盤モデルは水平不透水層上に単位厚さの被圧帯水層があり、初め一定水頭 $h_0 = \text{const}$ であったものが時間 $t=0$ で急に両端水頭 h_a 、 h_b となる場合、水頭の時間変化を計算してみる。

3.1 Single Joint Model による場合

式(5)は図-4の記号を用いて、つぎのように無次元化方程式に書き変えることができ、

$$m \frac{\partial^2 H}{\partial T^2} = \frac{\partial^2 H}{\partial X^2} - \frac{\partial H}{\partial T}, \quad m = \frac{K^2}{S h_0^2 g}, \quad S = \rho g (\alpha + \beta), \quad (15)$$

となる。ここで、 $T = Kt / S h_0^2$ 、 $H = h / h_0$ 、 $X = x / h_0$ であり、 m がパラメータと考える。

いま、 $H_a = h_a / h_0 = 0.5$ 、 $H_b = h_b / h_0 = 1.0$ 、 $L = \ell / h_0 = 5$ と仮定し、差分計算によって、 $m = 0$ 、 0.1 、 1.0 の場合、 $H \sim X$ 関係を無次元時間によって示したものが図-5である。図中、 $m = 0$ の場合は通常の沖積地盤の場合と同じであり、いわゆる被圧帯水層中の水頭は時間と共に徐々に低下する。一方、 $m = 1.0$ の時は波動性が明らかに表われている。實際上、 $m = K^2 / S h_0^2 g = 1.0$ において、比貯留量 S は岩盤ではもともと $10^{-6}/m$ 以下の値であるから、透水係数 K の値が m の値を2乗で支配することになり、岩盤中の流れの波動性は joint 幅が大きく関与することとなる。

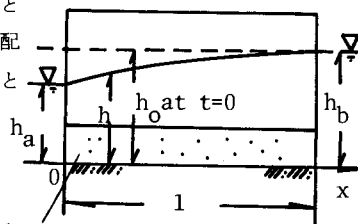


図-4 地盤モデル

3.2 Double Porosity Model

すでに、2.2で述べたように、二重空隙モデル中で一次空隙は水の貯留系と考え得るわけで、水の流れは二次空隙で決まるといえる。そのことから、式(12)は、

$$\frac{\partial^2 H_2}{\partial X^2} = \lambda_1 \frac{\partial H_1}{\partial T} + \frac{\partial H_2}{\partial T}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial H_1}{\partial T} = -\lambda_2 (H_1 - H_2), \quad (17)$$

と近似化することができる³⁾。ここで、 $H_1 = h_1 / h_0$ 、 $H_2 = h_2 / h_0$ 、 $\lambda_1 = S_1 / S_2$ 、 $\lambda_2 = K_1 h_0^2 a / \lambda_1 K_2$ 、 $T = K_2 t / S_2$ 、 $S_1 = \rho g n_1 C_1$ 、 $S_2 = \rho g n_2 C_2$ 、 K_1 、 K_2 ；それぞれ第一、二次空隙系の透水係数、 C_1 、 C_2 ；それぞれ水と岩盤の圧縮性に関する定数 a ； $1/\text{面積}$ の次元をもつ定数である。

さらに、式(16)、(17)は $\lambda^2 = \lambda_1 \lambda_2$ とおいて、

$$\frac{\partial H_2}{\partial T} = \frac{\partial^2 H_2}{\partial X^2} - \lambda^2 (H_2 - H_1), \quad (18)$$

とかける。

いま、 $H_1 = \text{const}$ とすると、条件、 $t=0$ 、 $H_2 = f(X)$

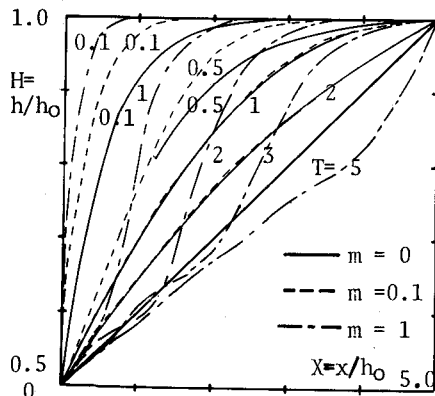


図-5 $H_2 \sim X = x / h_0$ の関係

$X=0$ 、 $H_2=H_{20}$ 、 $H_2=H_{2L}$ の下で解くため、 $H_2=h+H_1$ とおき、 $X=0$ で $h_0=H_{20}-H_1$ 、 $X=L$ で $h_L=H_{2L}-H_1$ と書けば、解は

$$\begin{aligned} h = & \frac{1}{\sinh \lambda L} \{ h_0' \sinh \lambda (L-X) + h_L \sinh \lambda X \} \\ & + \frac{2}{L} e^{-\lambda^2 T} \sum_{s=1}^{\infty} e^{-\frac{s^2 \pi^2}{L^2} T} \sin \frac{s \pi}{L} X \int_0^L f(\zeta) \sin \frac{s \pi}{L} \zeta d\zeta \\ & - 2\pi h_0 e^{-\lambda^2 T} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{s e^{-\frac{s^2 \pi^2}{L^2} T}}{s^2 \pi^2 + L^2 \lambda^2} \sin \frac{s \pi}{L} X \\ & - 2\pi h_L e^{-\lambda^2 T} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s s e^{-\frac{s^2 \pi^2}{L^2} T}}{s^2 \pi^2 + L^2 \lambda^2} \sin \frac{s \pi}{L} X \\ & + \frac{4}{\pi} H_1 e^{-\pi^2 T} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{e^{-\frac{(2s+1)^2 \pi^2}{L^2} T}}{2s+1} \sin \frac{(2s+1)\pi}{L} X, \quad (9) \end{aligned}$$

となる4)。

いま、式(8)と式(16)、(17)の直接差分計算($H_1 \propto \text{const}$)を比較したものが図-6、7であり、一次空隙中の水頭 H_1 に比べ二次の H_2 は低下速度が大きく、近似式(9)は T が小さい範囲と λ が小さい時は実用上有効であるといえる。つまり、 T が小さい間は流れの性質は、二次空隙中の流速が一次空隙中のそれに比べ十分大きいから、二次空隙中のそれで支配されると考えてよい。

むすび

近年の岩盤浸透流のモデルと支配方程式を導入し、それらの性質を吟味した。また、岩盤中の流れの解析を行なう際には境界条件の決め方が支配方程式をどういったモデルによって導入するかと同様に難しい問題となることも述べた。岩盤地下水を地下空洞やダム岩盤に関連させて考えようとなると、工学的には湧水量、間隙水圧、漏水量などを何らかの方法で推定しなければならないことになるが、その際、基になる地山の水理地質、境界条件やパラメータの決定は、結局一連の現地調査・試験によるわけである。そういった意味で常識的ではあるが、現地の調査・試験の密度、精度が水理解析の精度と信頼性を支配することになる。

参考文献

- 1) Barenblatt, G. I., et al; Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks, PMM, Vol 24, No 5, 1960, p p 852~864
- 2) Snow D. T; Fracture deformation and changes of permeability and storage upon changes of fluid pressure, Qual. Colorado School. Mines, Vol 63, No 1, Jan. 1963, p 201 ~
- 3) Warren, J. E. and P. J. Root; The behavior of naturally fractured reservoirs, Soc. Eng. J., Sept. 1963, p 246 ~
- 4) 小平吉男; 物理数学(第二巻)、岩波、昭和18年

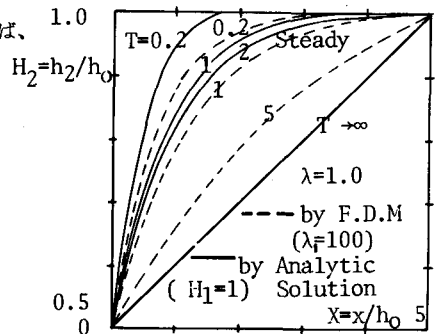


図-6 二次空隙系中の水頭経時変化

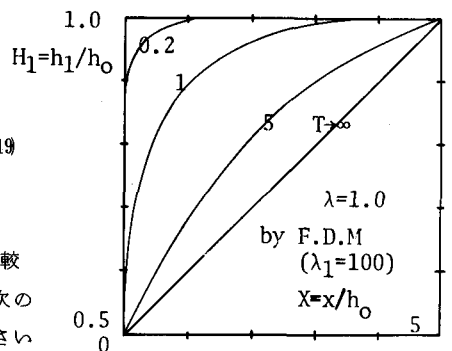


図-7 一次空隙系中の水頭経時変化