第25回水理講演会論文集　1981年２月

河道彎曲部の河床形状に関する Engelund 理論の改良

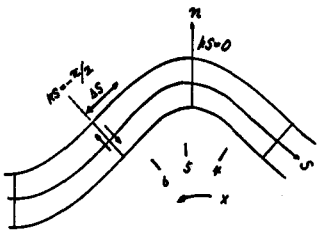
An Improvement of Engelund's Theory on Bed Topography in Channel Bend

北海道大学　正員　森　明　巨
北海道大学　正員　岸　　力

蛇行河道の河床形の推定は，河道計画を行う上に極めて重要な問題である。本研究は，Engelund[1]による蛇行河道河床形の計算理論を石狩川の河口より３～７ *km* の弯曲部に適用し，同理論の問題点を明らかにし，理論の改良を試みたものである。

1. Engelund 理論の概要

Engelund の理論では川巾Ｂは一定で側壁を固定壁とし，河道中心線を sine generated curve で与えている。座標軸を図－１の様にとるとｓとｓ軸の曲率半径 r_0 の間には(1)式の関係がある。



図－１　座標系の定義　1

$$\frac{1}{r_0}=\frac{1}{R}\cos ks \qquad (1)$$

こゝで，Ｒ：最小曲率半径，$k=2\pi/L$，Ｌ：波長である。河床形状を求める基礎式は(2)～(8)である。

ｓ方向の運動方程式
$$U\frac{\partial U}{\partial s}=-g\frac{\partial \xi}{\partial s}-\frac{fU^2}{2h_0}\frac{r}{r_0} \qquad (2)$$

ｒ方向の運動方程式
$$\frac{U_m^2}{R}\cos ks=g\frac{\partial \xi}{\partial n} \qquad (3)$$

流れの連続の式
$$r_0\frac{\partial Uh_0}{\partial s}+\frac{\partial}{\partial n}(rVh_0)=0 \qquad (4)$$

ｈの近似値
$$h_0=\bar{h}\left[\frac{r}{r_0(s)}\right]^{\gamma} \qquad (5)$$

流砂の連続の式
$$r_0\frac{\partial q_s}{\partial s}+\frac{\partial rq_n}{\partial n}=0 \qquad (6)$$

ｓ方向の流砂量 q_s
$$q_s=\bar{q}_s\left(\frac{U}{U_m}\right)^{\beta} \qquad (7)$$

ｎ方向の流砂量 q_n
$$q_n=q_s\left(\frac{V}{U_m}+\tan\psi\right) \qquad (8)$$

こゝで，Ｕ，Ｖ；それぞれｓ，ｎ方向の平均流速，ξ；水位，$f=2/\varphi_0^2$，$\varphi_0=U_m/U_*$，U_m；断面の平均流速，$U_*=\sqrt{g\bar{h}I_0}$，$\bar{h}$：平均水深，I_0：Ｓ軸にそった水面勾配，$r=r_0+n$，$\gamma=\alpha\mu$，$\alpha=7$，$\mu=\tan 30°$であり，(8)式における $\tan\psi$ は一様曲率弯曲流における砂粒のｓ方向とｎ方向の速度比で(9)式で与えられる。(9)式における $-\alpha h/r$ は，弯曲流にみられるラセン流の河床附近のｎ方向の流速とｓ方向の流速の比である。

$$\tan\psi=-\alpha\frac{h}{r}+\frac{1}{\mu}\frac{dh}{dr} \qquad (9)$$

(5)式で与えられる h_0 は，ｓにおける河床形を一様曲率 $r_0(s)$ の河道の河床形で近似したものであり，(9)式において $\tan\psi=0$ としたときのｈの解である。

これらの関係をもとに(2)～(8)式において $U = Um(1+u)$，$V = vUm$，$h = \bar{h}(1+\eta)$ とおき u，v，$\eta \ll$ として，これらの2次以上の項を無視し(2)～(8)式を線形化する。次に $f = const$ とし左右岸で $v = 0$，$qn = 0$ なる境界条件を用い，$h \approx ho$ として(2)～(4)式より u，v を求め，これらを(6)～(8)式に代入すると(10)式で h が与えられる。

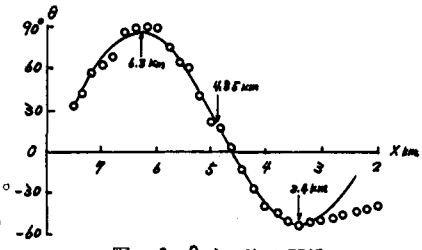
$$h = ho(1+\zeta),\ \frac{d\zeta}{dn} = \frac{\mu}{ho}\left[\frac{qn}{qs} - v\right] \qquad (10)$$

2. Engelund 理論の石狩川への適用

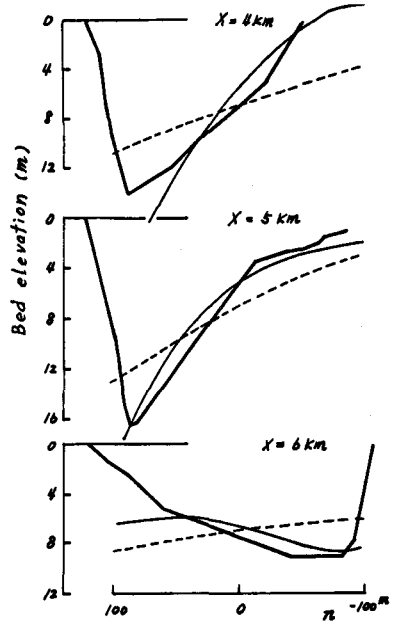
河道の平面形状　平面形状を(1)式及び $B = const$ で近似する。図－2は5km前後の河道中心線の偏角 θ をプロットしたものであるが，これを図中の実線で近似すると $L = 5.8$ km，$R = 0.78$ km である。ここで，河口からの距離を x とおくと S の原点は $x = 4.85$ km である。河巾は，$x = 4 \sim 6$ km において死水域と思われる部分を取り除いた平均的な巾を取り $B = 200$ m とした。

水理量　石狩川では融雪時の流量が多く，又，期間も長期間に及ぶので河床形は融雪出水に強く依存するものと考えられる。石狩川では昭和54年5月に融雪出水時の航空写真撮影が行なわれ表面流速が測定されており，又，超音波測深器により水深も測定されているので，この出水に対して Engelund の理論を適用してみた。主な水理量は，流量 $Q = 1{,}700\ m^3/sec$，$\bar{h} = 7.5$ m，$Um = 1.1$ m／sec，$I = 8.5 \times 10^{-5}$，$f = 0.0098$ である。

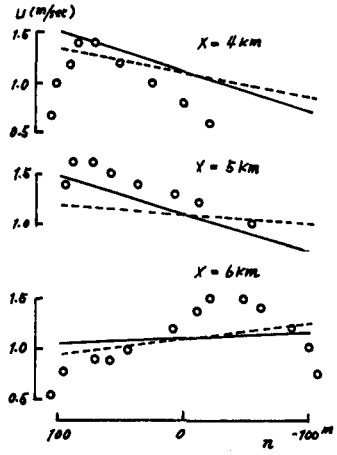
計算結果　図－3に $x = 4$，5，6 km における計算値(点線)と実測値（太い実線）の比較を示す。図によれば，計算値は実測値に比べ平坦であり，又，6 km 地点では傾向が異っている。図－4は流速分布の実測値と（○印），計算値（点線）を示したものであるが，理論値は実測値に比べ変動巾が小さく，流心部が右岸から左岸に移る地点は，測定値が $x = 5.7 \sim 5.8$ km であるのに対し計算値は 5.3 km となり両者の違がいが大きい。次節では，これらの原因を示し理論の改良について述べる。



図－2　θ と x の関係



図－3　河床横断形の理論値と実測値の比較



図－4　流速分布の理論値と実測値の比較

3. Engelund 理論の改良

3－1　一様曲率弯曲部の河床形

図－5は一様曲率弯曲部或いは，弯曲部の最大曲率部の河床の実測値（太い実線）と(5)式による計算値（点線）とを比較したものであるが，図からわかる様に両者の違がいは大きい。特に石狩川では大きく，図－4における計算値と実測値の違がいの原因になっているものと思われる。Engelund は(5)式において $\alpha = 7$，$\mu = \tan 30°$ としているが，Rozovskii[2] が示した多くの実験資料では $\alpha \approx 11$ である。又，砂粒は，河床剪断力が大きくなると saltaion 運動を行うため，μ は水理量により変化することが予想される。[3] これらのことから，本研究では $\alpha = 11$ とし，砂粒の移動が saltation によるものとして γ と水理量の関係を理論的に求めた。

s軸を流下方向に取り，y，z軸を図－6の様に取る。砂粒のs，y，z方向の速度をそれぞれUd, Vd, Wd，砂粒と流れの相対速度差をqdとおき，砂粒の運動の方程式を(11)～(13)式で与える。

$$M\frac{dUd}{dt}=\frac{\pi\rho}{8}d^2C_Dqd(Ub-Ud) \tag{11}$$

$$M\frac{dVd}{dt}=\frac{\pi\rho}{8}d^2C_Dqd(Vb-Vd)+\frac{\pi}{6}d^3\rho sg\sin\theta_r \tag{12}$$

$$M\frac{dWd}{dt}=-\frac{\pi\rho}{8}d^2C_Dqd\,Wd-\frac{\pi}{6}d^3\rho sg\cos\theta_r \tag{13}$$

ここで，d：砂の粒径，$s=(\rho s-\rho)/\rho$，ρ，ρs はそれぞれ水及び砂粒の密度であり，$M=\pi d^3/6\cdot(\rho s+\rho/2)$である。本研究で扱かう平衡河道では$dVd/dt$の時間平均は0である。したがって，(12)式を時間平均しVdの変動量が小さいことを考慮すると(14)式が得られる。－は時間平均を表わす。

$$\frac{\pi}{8}\rho d^2C_D\overline{qd}(Vb-Vd)+\frac{\pi}{6}d^3\rho sg\sin\theta_r=0 \tag{14}$$

ここで，$qd\fallingdotseq Ub-Ud$，$C_D=\mathrm{const.}(=0.4)$として(14)式を変形すると(15)式が得られる。

$$\tan\psi=\frac{\overline{Vd}}{\overline{Ud}}=\frac{Ub}{\overline{Ud}}\left(\frac{Vb}{Ub}+\frac{\sin\theta_r}{m}\right) \tag{15}$$

ここで，$m=\frac{3}{4}Ab^2\left(1-\frac{\overline{U}d}{Ub}\right)$，$Ab=\frac{Ub}{\sqrt{sgd}}$

(15)式において，$\sin\theta_r\fallingdotseq dh/dr$，$Vb/Ub=-\alpha h/r$，$\tan\psi=0$とおき，$h=h_0$とすると$h_0$が(5)式と同じ形で求められる。ただし$\gamma=m\alpha$である。従がって，$\overline{U}d/Ub$及びAbと水理量の関係が与えられれば$h_0$が求められる。

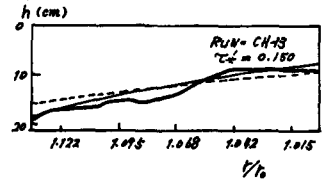
(11)，(13)式において，$Ud/Ub-1=\Delta U$，$Wd'=Wd/Ub$，$\tau=3/4[C_DUbt/(s+1.5)d]$，$K=4/3\cos\theta_r/C_DAb^2$とおき，$\tau=0$で$\Delta U=\Delta U_1$，$Wd'=Wd_1'$なる初期条件のもとに両式を解くと(16)，(17)式が得られる。

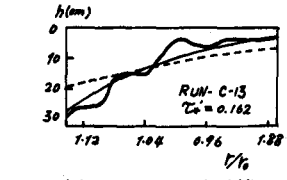
$$\Delta U=\frac{\Delta U_1}{1-\Delta U_1\tau} \tag{16}$$

$$Wd'=\frac{\Delta U}{\Delta U_1}\left[Wd_1'-K\left(1-\frac{\Delta U_1}{2}\tau\right)\tau\right] \tag{17}$$

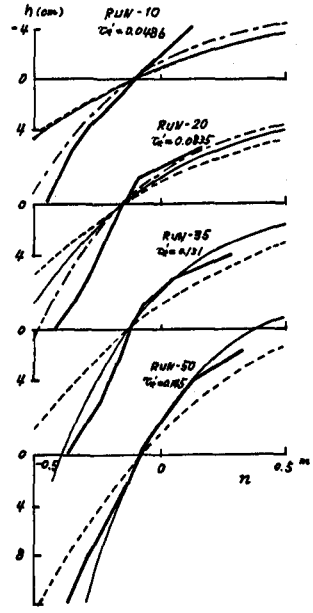
砂粒の無次元上昇高η_dが，(17)式を積分して(18)式で与えられる。

$$\eta_d=-\frac{Wd_1}{\Delta U_1}\ln(1-\Delta U_1\tau)+\frac{K}{2}\left[\frac{\Delta U_1^2\tau^2}{2}-\Delta U_1\tau-\ln(1-\Delta U_1\tau)\right] \tag{18}$$

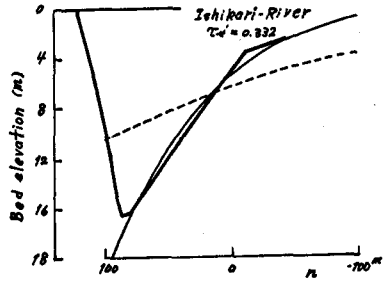




(a) Onishiの実験値



(b) Hookの実験値



(c) 石狩川

図－5 河床横断形の理論値と実測値の比較

砂粒が1 stepするのに要する時間 τ_s は $\eta d=0$ となる時間であるが，$\Delta U_1 \cdot \tau_s \ll 1$ とすると τ_s は(19)式で近似される。

$$\tau_s \fallingdotseq \frac{2}{K} W'd1 \tag{19}$$

$\tau=\tau_s$ で $\Delta U=\Delta U_2$ とおき(19)式を(16)式に代入すると(20)式が得られる。

$$Ab^2=\frac{2}{3\,C_D\,W'd1\,\Delta U_1}\left[1-\frac{\Delta U_1}{\Delta U_2}\right] \tag{20}$$

こゝで，$U_1=eU_2$, $Wd1'=\lambda Ud1/Ub$ とおき，土屋ら[4] の実験結果を参考に $e=0.8$，$\lambda=0.4$ とし，(21)式で与えられる様なUdの $\tau=0\sim\tau_s$ の平均値を$\bar{U}d$として用いると(19)～(21)式より $\bar{U}d1/Ub$ とAbの関係が得られる。

$$\frac{\bar{U}d}{Ub}=\frac{1}{\tau_s}\int_0^{\tau_s}\frac{Ud}{Ub}d\tau=1-\frac{1}{\tau_s}\,ln\,(1-\Delta U_1\cdot\tau_s) \tag{21}$$

流速分布に対数則を仮定し，UbとしてZ=$Z_0\sim Z_0+Zd$ の平均値を用いるとAbは(22)式で与えられる。

$$Ab=\frac{\sqrt{\tau_*}}{Zd}\int_{z_0}^{z_0+Zd}\left(8.5+2.5\,ln\frac{z}{ks}\right)dz \tag{22}$$

こゝで，$\tau_*=\bar{h}\,I_0/sd$，Z_0は砂粒が停止しているときの理論河床からの距離で $Z_0=0.5d$ とした。Zdは砂粒の上昇高で(23)式で与えられる。

$$\frac{Zd}{d}=\frac{4}{3}\,\frac{s+1.5}{C_D}\,\eta d\ (\tau=\tau_p) \tag{23}$$

τ_pは$W'd1=0$ となるτ で(24)式で与えられる。

$$\tau_p=\left[1-\sqrt{1-2\Delta U_1\cdot W'd1/K}\right]/\Delta U_1 \tag{24}$$

(22)式は(25)，(26)式に示すϕ，δ を用いて(27)式の様に変形される。

$$\phi=6.0+2.5\left[ln\frac{Z_0+Zd}{d}+\frac{Zo}{Zd}\,ln\left(1+\frac{Zd}{Zo}\right)\right] \tag{25}$$

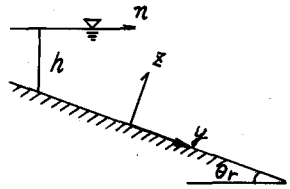
$$\delta\,(\tau_*)=\frac{2.5\sqrt{\tau_*}}{\phi}\,ln\frac{ks}{d} \tag{26}$$

$$\sqrt{\tau_*}=\frac{Ab}{\phi}+\delta\,(\tau_*) \tag{27}$$

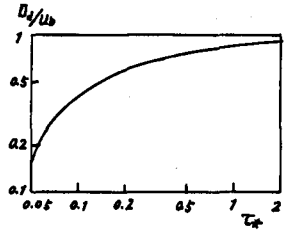
(27)式におけるδは，河床附近にsaltation Layerが形成されるための抵抗の増分であるが，$\delta\ll Ab/\phi$ であることからAb/ϕ を$\sqrt{\tau_*}$の一次近似と考えると τ_* と Ab の関係は近似的に(28)式の様に書ける。

$$\sqrt{\tau_*}=\frac{Ab}{\phi}+\delta\left(\frac{Ab^2}{\phi^2}\right) \tag{28}$$

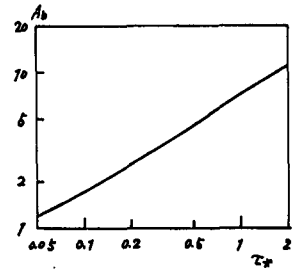
(26)式における ks は，芦田，道上[5]の用いたものを若干modefy して(29)式で与えた。



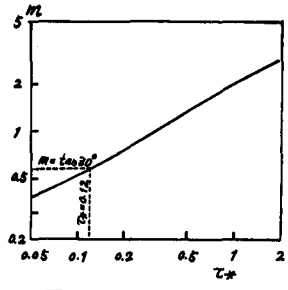
図－6 座標系の定義 2



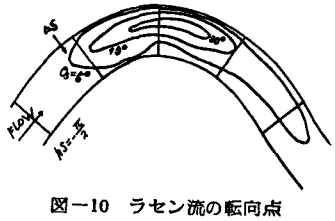
図－7 $\bar{U}_1/U_b$ と τ_* の関係



図－8 A_bと τ_* の関係



図－9 mと τ_* の関係



図－10 ラセン流の転向点

$$\frac{ks}{d} = 2\left[1 + 2(\tau_* - \tau_{*c})\right] \qquad (29)$$

以上の諸式より，$\bar{U}d/Ub$，Ab，m とτ_*の関係が得られる。図－7～9はこれらの関係を示したものである。図－5中の細い実線はこの様にして得られた ho の計算値を示したものであるが，図からわかる様に，Hook の実験の Run －10，20を除いて実測値と良く一致している。（こゝで，剪断力には有効剪断力τ_*'を用いている）Run －10，及び20ではτ_*'が小さく，砂粒の運動形式が転動又は滑動が主体となるために，実測値と計算値の違がいが大きくなったものと予想される。そこで，図－9中の点線で示す様に$\tau_*' < 0.12$に対し$m = \tan 30°$とした場合の ho の計算値を図－2中に点鎖線で示したが，図からわかる様に実測値と良く一致している。

3－2　ラセン流の転向点

図－3の$x = 6$ km において，計算値と実測値の傾向が異るのは，以下に述べる Engelund 理論におけるラセン流の取り扱かい方に問題があるためと考えられる。

Engelundは河床におけるラセン流の n 方向の流速 Vh と s 方向行の流速 Ub の比を$-\alpha h^{(s)}/r^{(s)}$で与えている。このとき Uh の向きは $ks = -\pi/2$を境に図－1中に示した矢印の様に変化するが，実際の流れでは $ks < -\pi/2$で発達したラセン流は $ks > -\pi/2$で徐々に減衰し，ある距離Δs流下した後にはじめて逆向きのラセン流が発達し始める。このため Engelund 理論では，ラセン流は $ks = -\pi/2$ 直下より外岸側が洗掘する様に作用し，実際の河床形状との違がいが大きくなるものと考えられる。本研究ではこの点を考慮して，Rozovskii[2] の方法を用いてΔsを推定し，Vh 及び ho を(30)，(31)式で与えた。

$$\frac{Vh^{(s)}}{Ub^{(s)}} = -\alpha \frac{h^{(s)}}{r(s-\Delta s)} \qquad (30)$$

$$ho^{(s)} = \bar{h}\left[\frac{r(s-\Delta s)}{ro(s-\Delta s)}\right]^{\gamma} \qquad (31)$$

Rozovskii は一定曲率半径の弯曲部におけるラセン流の変化を求める式を(32)式で与えている。

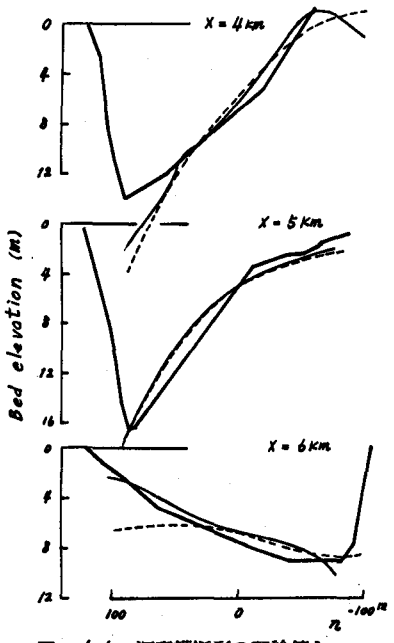
$$U\frac{\partial q}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon\frac{\partial q}{\partial z}\right) \qquad (32)$$

こゝで，$q = V_* - V$，V_*；ラセン流が充分発達したときのV，$\varepsilon = \text{const.} = u_*\bar{h}/15$である。

いま，$q = q_{s(s)} \cdot F(z/\bar{h})$と仮定し，これを(32)式に代入すると(33)式が得られ，これを積分して(34)式が得られる。

$$\frac{q_s'}{q_s} = \frac{\varepsilon}{U\bar{h}^2}\frac{F''}{F} = \text{const.} = -C \qquad (33)$$

$$q = V_* - V = (V_* - Vo)\,e^{-cs} \qquad (34)$$



図－11　河床横断形の理論値と実測値の比較

Engelundの理論では河道平面形状を(1)式で与えているが，これを一様曲率の弯曲部が交互に連ったもので近似すると，Δsは(34)式において，初期値$Vo = -V_*$，$V = o$，$s = \Delta s$とおいて(35)式で与えられる。

$$\Delta s = -\ln 0.5/c \qquad (35)$$

(33)式において，$U = Um$とおけば$c = -1/15 \cdot (F''/F)/(\varphi_o h)$であり，Fに一様曲率の弯曲部でラセン流が充分発達したときの Engelund の解を与え，$z = h$とおくこと次式が得られる。

$$\frac{\Delta s}{h}=\frac{1}{15}(-l_n 0.5)\frac{J}{1-p}\varphi_0 \approx 10.4\frac{J}{1-p}\varphi_0 \tag{36}$$

こゝで，$P=\dfrac{1-\chi+0.6\chi^2-\chi^3/7}{1-\chi/3}$

$$\chi=6.5/\varphi_0\ ,\ J=\frac{1-p}{6}-\frac{\chi}{30}+\frac{\chi^2}{210}$$ である。

Hook[6]は，河道の平面形が(1)式で与えられる模型水路で移動床実験を行い，水面と河床での流向の差 θs を測定しているが，これはラセン流の強度を表わすものと考えられる。図－10は河床に発生したSand wavesを平らにならして河床を固定した後の蛇行流の θs のコンター図であり，図中の矢印の位置は(28)式による Δs の計算地点を示したものである。図からわかる様に計算値と実測値は良く一致している。

3－3　Sand wavesによる抵抗の分布

石狩川での超音波測深器の測定記録をみるとSand wavesが発生しているのが認められる。これは，流れに大きな抵抗をもたらし，その大きさは水理量に依存する。岸、黒木[7]によるとこのときの河床波はdune Iであり，dune Iのfは(37)式で与えられる。

$$f=\frac{2}{2.4^2}\left(\frac{d}{h}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{hI}{sd}\right)^{\frac{2}{3}}=\frac{2}{2.4^2}d^{-\frac{1}{3}}s^{-\frac{2}{3}}h^{\frac{1}{3}}I^{\frac{2}{3}} \tag{37}$$

(37)式は等流に対するものであるが，不等流に対しても近似的に成立するものとしてIを(38)式で与え，d＝const.とし，fの平均値をf_0とおくと，fが局所的に変化する場合(37)式は(39)式の様に書ける。

$$I=I_0-\frac{\partial\xi}{\partial s}-\frac{1}{2g}\frac{\partial U^2}{\partial s} \tag{38}$$

$$f=f_0\left[1+\frac{1}{3}\eta-\frac{2}{3}\left(\frac{\partial\xi}{\partial s}+\frac{U_m^2}{g}\frac{\partial u}{\partial s}\right)/I_0\right] \tag{39}$$

以上，3－1，2，3に示した修正を行った場合の流速の計算値が図－4に実線で示されている。図からわかる様に，実測値と計算値の傾向は比較的良く一致している。又，流心部が右岸から左岸に移る地点も，実測値がx＝5.7～5.8 kmであるのに対し，計算値はx＝5.9 kmでほゞ一致している。

図－3中に示されている細い実線は以上の修正を行って得られた河床形の計算値である。図からわかる通り，Engelund理論による計算値と比較すると，修正の効果は明らかである。しかし，x＝4 kmの左岸では計算値は実測値に比べ洗掘深が大き目であり，近似度は充分でない。そこで，次節に示す様に(10)式の近似度を上げて計算を行ってみた。

3－4　(10)式の計算近似度の向上

(10)式の右辺をXとおくと，Xはhの関数であるが，これを(40)式に示す様に$h=h_0$のまわりに展開する。

$$\frac{\partial\zeta}{\partial n}=(X)_{h=h_0}+\left(\frac{\partial X}{\partial h}\right)_{h=h_0}h_0\zeta+\left(\frac{\partial^2 X}{\partial h^2}\right)_{h=h_0}\frac{(h_0\zeta)^2}{2}+\cdots\cdots \tag{40}$$

Engelundの理論では(40)式の右辺第一項のみを取っているが，こゝでは第二項まで取る。　$X_{h=h_0}=X_0$とおき

$$\left(\frac{\partial X}{\partial h}\right)_{h=h_0}\fallingdotseq\frac{\partial X_0}{\partial h_0}=\frac{\partial X_0}{\partial n}\Big/\frac{\partial h_0}{\partial n}$$

$$\frac{\partial h_0}{\partial n}=\gamma\frac{r_0}{r}h_0\approx\gamma h_0$$

とすれば，(41)式の微分方程式が得られ，その解は(42)式で与えられる。

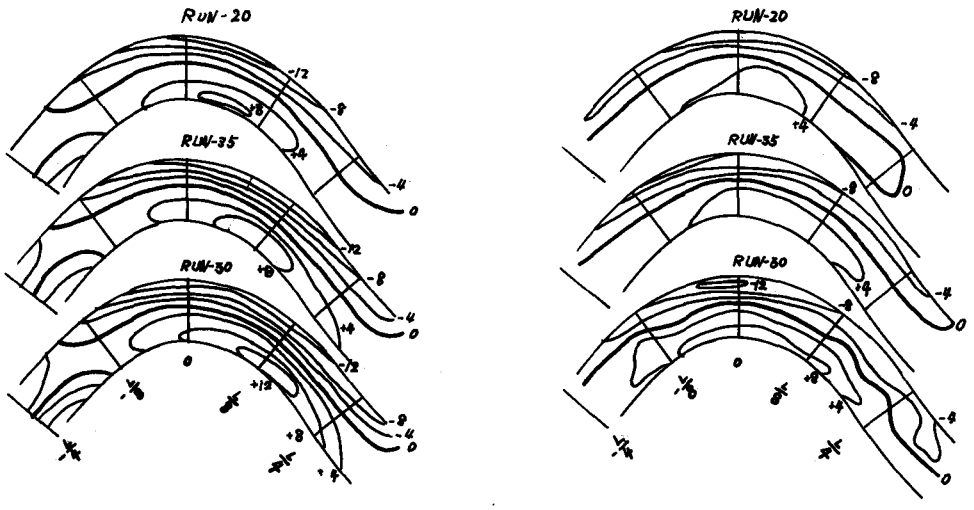
$$\frac{\partial\zeta}{\partial n}-\frac{r_0}{\gamma}\frac{\partial X_0}{\partial n}\zeta=X_0 \tag{41}$$

$$\zeta = \exp\left[\frac{r_0}{\gamma}X_0\right]\cdot\left[\int X_0 \exp\left(-\frac{r_0}{\gamma}X_0\right)dn - C\right] \tag{42}$$

（４２）式を用いて得られた結果が，図－１１に細い実線で示されており，（４０）式右辺の第一項のみ取った場合の計算値が点線で示されている。図からわかる通り，上述の方法により近似度が，かなり向上しているのがわかる。

4　今後の課題

以上示した様な Engelund 理論の改良により蛇行河道の河床形をかなり良く推定出来ることがわかった。しかし，外岸側の最深部の位置については，計算値は実測値より下流側となる傾向が認められる。図－１２はＨｏｏｋ の実験による河床高の等高線の実測値と修正理論による計算値の比較を示したものである。図によれば両者のおおよその形状は良く一致しているが，石狩川の場合と同様に最深部の計算値は実測値より下流となっている。



(a)　理論値　　(b)　実測値

図－１２　河床の等高線の理論値と実測値の比較

いま，（４０）式において右辺第一項のみを取り，$u/n = u'$，$\eta/n = \eta'$ とおくと外岸における ζ は（４３）式で与えられる。

$$\zeta(n=n_0)=\int_{-n_0}^{n_0}\frac{m}{h_0}\frac{r_0}{r}\left[\frac{\bar{U}d}{Ub}\beta\frac{\bar{q}s}{qs}\frac{du'}{ds}-\frac{\bar{h}}{h_0}\left(\frac{du'}{ds}+\frac{d\eta'}{ds}\right)\right](n_0^2-n^2)dn \tag{43}$$

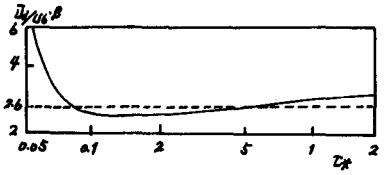
ここで，$n_0 = B/2$．上式の被積分関数は $n \approx 0$ 近傍で絶対値が大きくなるので，この部分の積分への寄与率は大きい。$n \approx 0$ では $h_0 \approx \bar{h}$，$qs \approx \bar{q}s$，$r \approx r_0$ である。これらのことを考慮すると ζ の近似値は（４４）式の様に求められる。

$$\zeta(n=n_0)\approx\frac{4mn_0^3}{3\bar{h}}\left[\left(\frac{\bar{U}d}{Ub}\beta-1\right)\frac{du'}{ds}-\frac{d\eta'}{ds}\right] \tag{44}$$

ここで $\bar{U}d/Ub\cdot\beta$ は τ_* の関数であるが，流砂関数にMeyer－Peter－Müller の式を用い（このとき $\beta=3\tau_*/(\tau_*\sim\tau_{*c})$，$\tau_{*c}$：無次元移動限界判断力），$\bar{U}d/Ub$ に３－１で得られた値を用いると，図－１３に示す様に $\tau_*=\tau_{*c}$ 近傍を除いて約 2.6 である。

石狩川及びHook の実験では η' の振巾は u' の振巾の3～4倍であり，$\bar{U}d/Ub\cdot\beta-1$ が1.6程度であるから ζ は $d\eta'/ds$ の影響をより強く受けるものと思われる。

このため，(44)式からわかる様に，$d\eta'/ds<0$ の領域では洗掘が起こり計算による最深部は実測値より下流となり，上述の実測値と計算値の違がいの原因になるものと考えられる。



図－13 $\frac{\bar{u}_d}{u_b}\beta$ と τ_* の関係

以上のことから，(44)式の $\partial\eta/\partial s$ の項が二次流に関する項であることを考慮するとEngelund の理論では，二次流が河床形に与える影響が過大に評価されている様に思われる。同理論では二次流の成分を，ラセン流によるものと平均流によるものに分けているが，それらが相互に独立であるとしている。又，正味の横断方向の流量を平均流で扱かっているため，この成分の水面と河床での流向は同じと仮定されている。

この様な仮定は，二次流のおおよその強度は推定出来るが，蛇行河道の河床形をより正確に求めるには不充分であり，流れの三次元的特性をより正確に把える必要があると考える。弯曲流れの三次元的構造の解明は困難なことであるが，この様な問題に対し，数値計算法によるアプローチは一ツの有力な手法と考えられる。

参考文献

1) F. Engelund：Flow and Bed Topography in Channel Bends, A.S.C.E HY11, 1974

2) Rozovskii, I. L. ：Flow of Water in Bends of Open Channel Academy Sciences of the USSR, 1957

3) 中川博次・辻本哲郎・細川泰廣：移動床における掃流砂れきの不規則運動性状について，京大防災研究所年報 第22号B－2，1979

4) 土屋義人・青山俊樹：水流による砂れきのSaltation の機構(2)，京大防災研究所年報第13号B,1970

5) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集第206号 1972

6) Hook, R. L. ：Shear－Stress and Sediment Distribution in a Meander Bend, Ungi Report 30, University of Uppsala, Sweden, 1974

7) 岸力・黒木幹男：移動床流れにおける河床形状と流体抵抗（Ⅰ），北大工学部研究報告，1972