

開水路合流部の水面形計算接続法に関する研究
Study on Method of Computing Water Surface Profiles
at Channel Confluence

大阪大学工学部

正員 室 田 明

大阪府立工業高等専門学校 正員 ○多 田 博 登

1. はじめに

近年、流域の開発に伴う洪水流量の増加によって、水路連結点の多い河川網となっているのが一つの特徴である都市近傍の低平地河川における洪水災害が問題となっており、多くの研究がなされている。これらの研究における水面形計算では、従来簡単に、合流に伴う流れの損失、あるいは合流部での急変流的特性を無視している方法が用いられている。

しかし、昨今の摩擦抵抗係数の精度のよい見積り、および電子計算機による数値計算精度の向上によって従来無視されていた量による誤差が顕著となることが考えられる。すなわち、河川網における洪水流量の増加によって一箇所の合流による水位の堰上げが危険側として現われるばかりでなく、複数の合流による累積効果によって計算上現われてこないような水位が実際に現われることが予想される。このため合流部の正確な水面形計算法が必要であると考えられる。

本研究は、定常状態の常流において、合流部水路の幾何的な配置と関係する合流点上、下流側断面の水深の関係性を明らかにし、これによって合流部における水面形計算の接続法の提案を試みるものである。

2. 解 析¹⁾²⁾

合流部では横方向の流束によって合流点直下流部に渦の領域が形成され、流れの損失は局所的ではあるが摩擦によるものに比較して大きいと考えられる。このような現象に対し、合流部を含む Control volume を仮定して、特性が既知であると思われる断面をその両端にもってこることにより、運動量方程式の適用を行なう。

2・1. 合流部のモデル

図-1に合流部模式図を示す。図-1(a)は、右方の2本の水路1, 2が左方の水路0に合流する場合を表わしており、各水路は直線である。水路幅は水路0のBで無次元化して水路1, 2はそれぞれ k_1, k_2 である。水路1, 2の交点Cの位置は水路0の左岸壁からの距離をBで無次元化し k_3 、また合流角は水路0の側壁となす角でそれぞれ θ_1, θ_2 で表わす。破線または鎖線GH, BG, CD, B'CおよびD'Cをそれぞれ断面0, j_1, j_2, j'_1 および j'_2 とする。距離B'BおよびD'Dはせいぜい水路幅程度でそれぞれ $\delta s_1, \delta s_2$ である。C点が断面 j_1 または j_2 より下流側にある場合は図-1(b)のようになるが、次式の ℓ_1 または ℓ_2 が負になる場合である。

$$\left. \begin{aligned} \ell_1 &= k_1 \cos \theta_1 - k_3 \\ \ell_2 &= k_2 \cos \theta_2 - (1 - k_3) \end{aligned} \right\} (1)$$

水路1, 2の流量は水路0のQで無次元化してそれぞれ i_1, i_2 と

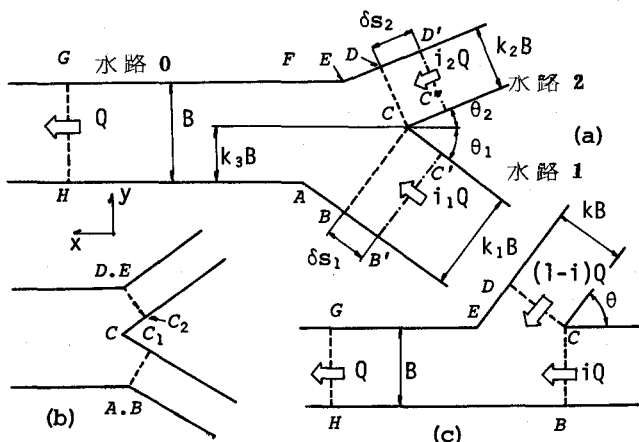


図-1. 合流部模式図

し、ここに $i_1 + i_2 = 1$ である。

断面 0, j_1, j_2 では流速分布のひずみは無視できる程度であり、単一水路における流れと相似であると考えるが、断面 0 の幾何的な位置は決められていない。このような各断面と各水路側壁および水平床で囲まれる体積を Control volume として仮定する。ここに x 軸は水路 O の流れ方向に、 y 軸はそれに垂直にとる。

2・2 基礎式

現象は定常であり、Control volume の各面での応力は圧力以外は無視できると仮定すると、 x 方向の運動方程式は次式で表わされる。

$$\rho \int \bar{u} \{ \bar{u} \cos(x, \nu) + \bar{v} \cos(y, \nu) \} dS + \int p \cos(x, \nu) dS = 0 \quad (2)$$

ここに ρ : 流体の密度、 $\bar{u}$ および $\bar{v}$: それぞれ x および y 方向の局所平均流速、 P : 圧力、 S : Control volume の表面積、 $\cos(x, \nu)$ および $\cos(y, \nu)$: それぞれ面 S の x および y 方向の方向余弦である。

Control volume の各面において平均量で表わすことができるとすれば式(2)は次式になる。

$$\begin{aligned} & \beta_0 U_0^2 B h_0 - \beta_{j_1} U_{j_1}^2 k_1 B h_{j_1} \cos \theta - \beta_{j_2} U_{j_2}^2 k_2 B h_{j_2} \cos \theta_2 + \frac{1}{2} g B \{ h_0^2 - k_1 h_{j_1}^2 \cos \theta - k_2 h_{j_2}^2 \cos \theta_2 + \ell_1 h_{\ell_1}^2 + \ell_2 h_{\ell_2}^2 \\ & + \frac{\delta s_1}{B} (h_{BB'}^2 - h_{CC'}^2) \sin \theta_1 + \frac{\delta s_2}{B} (h_{DD'}^2 - h_{CC''}^2) \sin \theta_2 \} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

ここに β : 運動量補正係数、 U : 断面平均流速、 h : 平均水深、 g : 重力加速度、および添字は断面または側壁の位置を示す。ただし添字 CC' は $\ell_1 < 0$ なら CC' 、 CC'' は $\ell_2 < 0$ なら CC'' となる。

ここで水路 1 および 2 の相対する側壁 BB' と CC' 、および DD' と CC'' における水深は、水路は直線でありそれぞれ等しいと考えられるから、式(3) 左辺最後の 2 個の括弧内は 0 となる。更に水路 1 および 2 においてそれぞれ δs_1 、 δs_2 流下間の水深変化は無視できると考えれば、Control volume の上流側断面はそれぞれ断面 j_1 および j_2 とすることができる。ゆえに式(3)は式(3')となる。

$$\frac{Q^2}{2g} (\beta_0 h_0 - \beta_{j_1} i_1^2 h_{j_1} \cos \theta - \beta_{j_2} i_2^2 h_{j_2} \cos \theta_2) + h_0^2 - k_1 h_{j_1}^2 \cos \theta - k_2 h_{j_2}^2 \cos \theta_2 + \ell_1 h_{\ell_1}^2 + \ell_2 h_{\ell_2}^2 = 0 \quad (3')$$

2 3 常流の場合の解とその特性

Control volume の区間において流れが常流である場合、down stream control であるから、断面 0 のフルード数を境界条件として、上流側の水深 h_a を h_0 で無次元化して $\chi = h_a / h_0$ で表わすことができる。ここに $F = \{ \alpha Q^2 / (g B^3 h_0^3) \}^{1/2}$ 、 α : エネルギー補正係数、および添字 a は式(3')のものと等しい。また補正係数の比は $\beta_0 / \alpha = \beta_{j_1} / \beta_0 = \beta_{j_2} / \beta_0 = 1$ として省略すると式(3')は次式となる。

$$2F^2 \left(1 - \frac{1}{\chi_{j_1}} \frac{i_1^2 \cos \theta_1}{k_1} - \frac{1}{\chi_{j_2}} \frac{i_2^2 \cos \theta_2}{k_2} \right) + 1 + k_1 \chi_{j_1}^2 \cos \theta - k_2 \chi_{j_2}^2 \cos \theta_2 + \ell_1 \chi_{\ell_1}^2 + \ell_2 \chi_{\ell_2}^2 = 0 \quad (4)$$

図一 1(c) のような形状の模型実験によれば、図中の記号も D, DC, BC における水深はほとんど等しい。ここでこの結果を参考にして、断面 j_1, j_2 および AB (または CC_1)、 DE (または CC_2) における水深は全て等しいと仮定することができる。これを h_j とし、 $\chi = h_j / h_0$ とすれば、 $\chi \approx 0$ であるから式(4)は次のように簡単になる。

$$\chi^3 - (1 + 2F^2) \chi + 2\eta F^2 = 0 \quad (5)$$

$$\text{ここに、} \eta = i_1^2 \cos \theta_1 / k_1 + i_2^2 \cos \theta_2 / k_2 \quad (6)$$

式(5)におけるパラメータは F と η であり、それぞれ境界条件、および合流部水路の幾何特性と計算条件として与えられるべき流量比で構成される合流点条件である。それぞれ範囲は $0 < F < 1$ 、 $-\infty < \eta < \infty$ である。

式(5)の有意な解は以下のように分類できる。

i) $|\eta| \leq \eta_*$ の場合：

$$\chi = 2G \cos \{ \{ \pi - \cos^{-1} (\eta / \eta_*) \} / 3 \} \quad (7)$$

$$\text{ここに、} \eta_* = G^3 / F^2, \quad G = \{ (1 + 2F^2) / 3 \}^{1/2} \quad \text{それぞれ(8),(9)}$$

式(8)の η_* は境界条件 F に対応するパラメータで $\eta_* \geq 1$ である。すなわち式(7)は、 $|\eta| \leq 1$ であれば

0 < F < 1 の範囲において、1 < |η| なら境界条件に制限があり、0 < F < F* の範囲においてのみ成立する。ここに

$$F_* = |\eta| \left[\frac{1}{2} - \cos \left\{ \frac{2\pi - \cos^{-1} (2/\eta^2 - 1)}{3} \right\} \right]^{\frac{3}{2}} \tag{10}$$

またχの存在領域の境界は、η = -η*, η = -1, η = 1 および η = η* に対応してそれぞれ、

$$\chi = 2G, \chi = 2G \cos \left\{ \frac{\pi - \cos^{-1} (1/\eta_*)}{3} \right\}, \chi = 1, \chi = G \tag{11} \sim (14)$$

である。式(11)～(14)で囲まれる8領域をそれぞれ(Ⅰ), (Ⅲ), (Ⅳ)とする。

ii) η ≤ -η* の場合:

$$\chi = (-\eta F)^{\frac{1}{3}} \{ (1+I)^{\frac{1}{3}} + (1-I)^{\frac{1}{3}} \} \tag{15}$$

$$\text{ここに } I = \left\{ 1 - \left(\eta_* / \eta \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \tag{16}$$

式(15)の成立する領域を(Ⅰ)とすると、式(11)を境界として領域(Ⅱ)と接しており、境界上で式(15)と式(7)は滑らかに連続している。

iii) η > η* の場合: 式(5)において正の実根は存在しない。これは常流の仮定を満足しない場合であり Control volume の中に跳水が入ると思

われる。すなわち断面 j₁ および j₂ のフルード数はそれぞれ F_{j1} = i₁F/χ^{3/2}, F_{j2} = i₂F/χ^{3/2} であるから、両者が1より小さくなる条件はχ ≥ Gであり、こχは式(14)で示す境界値より大きいことによる。

以上をまとめ、各その値に対応するχとFの関係を図-2に示す。図中の実線は式(7)と式(15)であり、破線は領域の境界式(11)～(14)である。領域名を図中に示している。

領域(Ⅰ)～(Ⅲ)では、χはFの増加とともに増加し、χの大きさと増加の程度はηが小さい程大きい。領域(Ⅰ)と(Ⅱ)では用いる式形は異なるが滑らかに連続していることから、境界を示す式(Ⅱ)は水理学的には意味はないと考えられる。

領域(Ⅲ)は上とは逆に、χはFの増加とともに減少し、χの大きさと減少の程度はηが大きい程大きい。またFがF*に近づけば急な勾配を呈し現象は不安定であることを示している。

3. 実験³⁴⁾

2・1によって仮定した Control volume では、上流側断面は2・2において合流部の幾何形状のみで決められ断面 j₁ および j₂ であることを仮定できるが、下流側の断面0は単に合流の影響が

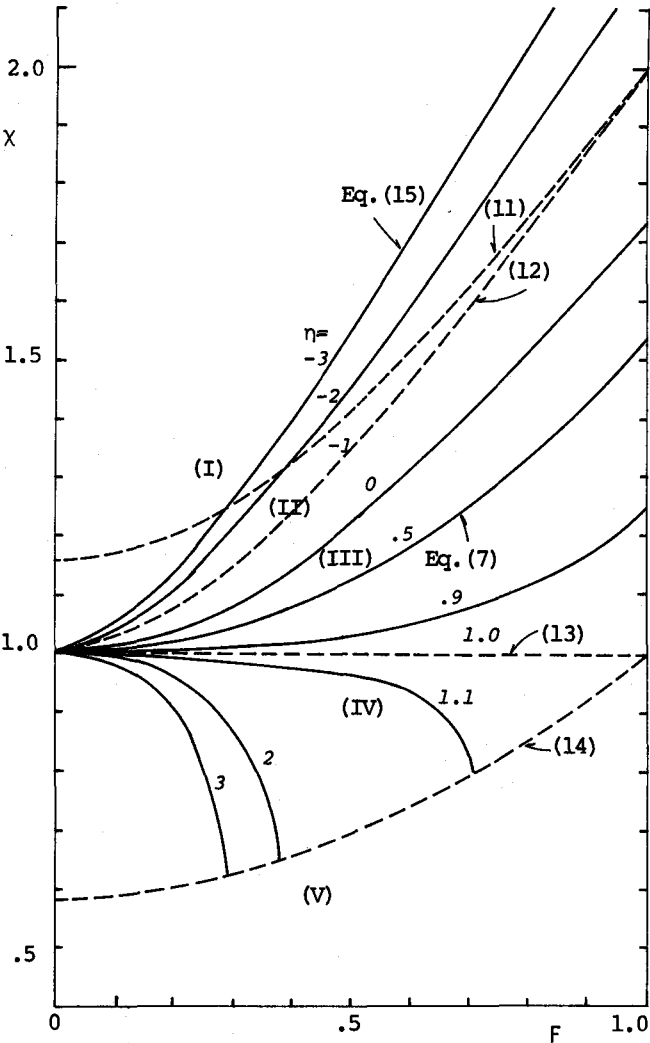


図-2. 水深比とフルード数 (常流)

無視できる断面であることを仮定しただけで、幾何的な位置を決めることはできない。

それゆえ模型実験によって、式(7)および式(15)が適用できると考えられる断面0の断面jからの距離の決定を試る。本来は、合流点近傍の流れの内部機構の知識によって Control volume の長さに関する物理的な意味を考察することによらねばならないが、ここでは実験水面形だけによるものとする。

3・1. 装置とケース

模型実験水路は、合流部の典型的な形状として図-1(c)に示すような、一定幅の直線の本川水路に横方向から支川水路が流入する形のものを用いた。水路はエンビ製で、本川水路は幅30cm、長さ8.9mである。支川の幅と合流角は変化させることができる。図-1(c)の断面jは、本川水路上流端から2.35m下流地点にある。水路床は水平である。本川水路の下流端に水位調節用の堰を設けている。

流量は、本・支川のそれぞれの上流端の水槽に三角堰を設け、バルブで調節する。

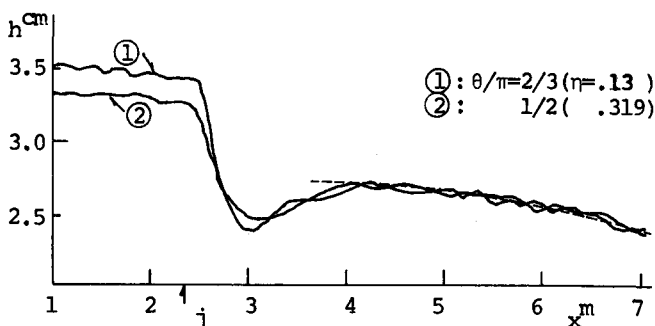
実験は定常状態の常流を対象とし、本川水路中心軸に沿う縦断方向の水面形、および合流点近傍では横断方向の水面の観測をポイントゲージおよびサーボ式水位計によって行なった。

実験ケースは、合流点の幾何特性すなわち θ および k 、および流量比 i によって η を変化させた。 θ/π は $1/6$ 、 $1/2$ 、および $2/3$ 、 k は $1/2$ 、 $2/3$ および 1 のそれぞれ3ケースである。また境界条件 F を変化させるよう下流端堰高 W を $0 \sim 4$ cmの間で変えた。 i の範囲は $0.05 \sim 0.9$ でそれに対応する η の範囲は、 $-0.74 \sim 1.175$ である。

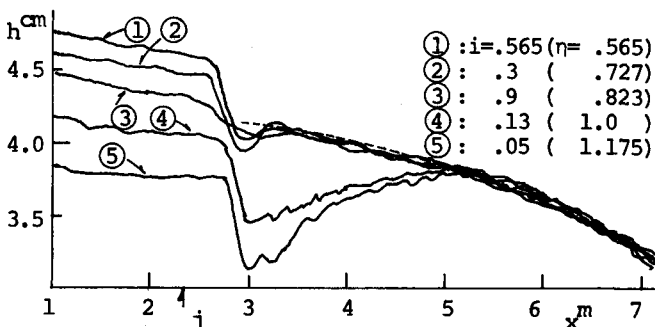
3・2. Control volume の長さ

本川水路中心軸に沿って計測した実験水面形の例を図-3(a)~(c)に示す。縦軸に水深をとり、横軸は本川水路の上流端を0とした x 軸で断面jは $x=2.35$ mに相当している。水面形は全般的に、合流部近傍で変化は大きい、その区間の上流側および下流側では滑らかであり、図では破線で示す不等流水面形計算曲線に一致している。

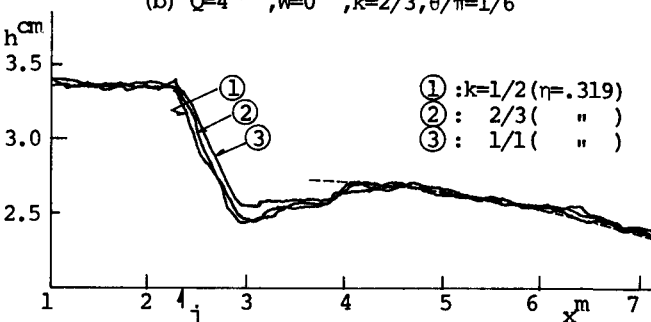
図(a)は、 Q 、 W 、 k および i は等しいが θ は異なるケースを同一図上に重ねて比較したものである。(b)は Q 、 W 、 k および θ が等しく i が異なる。また、(c)は $\theta=\pi/2$ で Q 、 W および i が等しく k が異なるケースである。(a)、(b)ではそれぞれ θ 、 i が異なるため η の値が異なり、図からわかるように η が小さい程上流側の水深は大きい。(c)は、 k を変化させても η は等しいため上流側の



(a) $Q=2^{1/s}$, $W=0^{cm}$, $k=1/2$, $i=0.565$



(b) $Q=4^{1/s}$, $W=0^{cm}$, $k=2/3$, $\theta/\pi=1/6$



(c) $Q=2^{1/s}$, $W=0^{cm}$, $\theta/\pi=1/2$, $i=0.565$

図-3. 実験水面形例

水深はほぼ等しい。これらの定性的な傾向は前節で述べた等しい F における χ の特性と一致する。

そこで断面 0 の位置を決めるについて上のこと、また、式(7)または式(15)が成立するような体積として Control volume が仮定されたものであること、および合流によって発生した横方向の大規模な擾乱は合流後の水路幅によって規制されることを考慮すれば、断面 j と 0 の距離は水路の横方向のスケール B に関係すると考えることができる。

そこで、0 断面の j 断面からの距離をいま仮に水路幅 B の λ 倍であると仮定し、その地点の水深 h_0 を式(7)に代入して得られる計算値 h'_j と、実験値 h_j の比較を行ない、最も $h'_j \approx h_j$ に近い λ の値によって Control volume の長さの推定を行なうことを試た。このとき h_0 は実験水面形に適合させた不等流水面形計算値から求めた。 λ の値は 1 ~ 10 の範囲にとった。また可視化実験によれば渦領域による再付着点の位置、全ての表面流線が本川水路軸と平行になる地点等は i や θ に関係し各ケースによって相違があるが、このような各ケースによって異なる λ による比較も行なった。

その結果、 $h_j \approx h'_j$ となるのは λ が 3 または 4 の一定値とした場合であり、また 3 と 4 によるものの間にほとんど差は見られないことがわかった。それゆえ断面 0 の断面 j からの距離、すなわち、Control volume の長さは大実験の範囲では本川水路幅の 3 ~ 4 倍程度であることがわかる。

また、 $\lambda = 3$ とした場合の式(7)と実験値の比較を図-4(a)~(c)に示す。(a)~(c)はそれぞれ $\theta = \pi/6, \pi/2, 2\pi/3$ におけるものである。図中、実線は各 η に対応する式(7)であり、プロットは実験値である。実線には対応するプロット記号を矢印で付す。各図からわかるように実験値と理論値はよく合っている。

この結果を参考にして、図-1(a)のような一般的な幾何形状の合流部に応用すると、断面 0 は点 C より水路 0 の水路幅の 3 ~ 4 倍下流の位置にあると考えることができる。

4. 水面形計算接続法

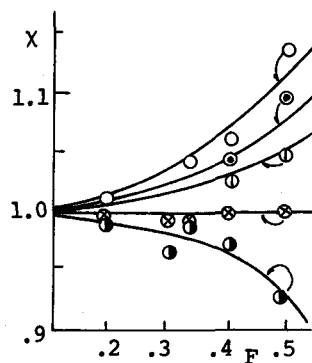
流れが常流の場合の水面形計算では、合流点下流側の水路の上流端断面を、合流点より水路幅の 3 ~ 4 倍下流の地点にとれば、

式(7)または式(15)から、合流点上流側水路の下流端断面における水深を得ることができる。それゆえ、図-5の流れ図に従って以下のような合流点での水面形計算接続法の提案を行なう。水路名は図-1(a)に従う。

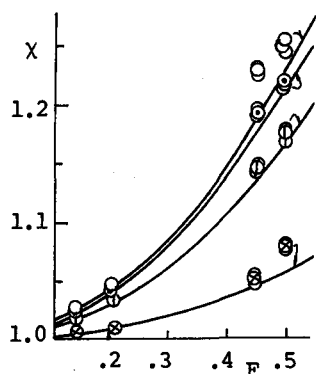
(1) 水路 0 における下流端の条件から上流に向って水面形を求めて行き、C 点より水路幅 B の 3 ~ 4 倍下流の断面 0 における水深 h_0 、 F および式(8)によって η_* を求める。

(2) 式(6)によって合流部条件 η を求めておく。

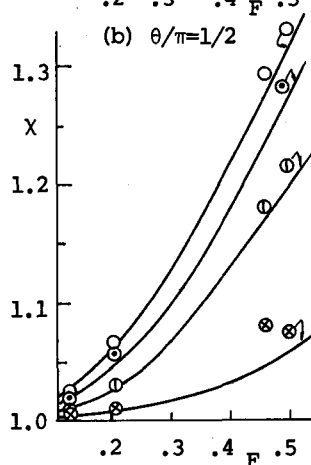
(3) $|\eta|$ と η_* 、次いで η と -1 の大きさの比較から式(7)あるいは式(15)によって水路 1 と 2 の断面 j_1 と j_2 の水深 h_j を求める。



(a) $\theta/\pi=1/6$



(b) $\theta/\pi=1/2$



(c) $\theta/\pi=2/3$

図-4. 実験値の比較

(4) h_j によって、水路1, 2の上流側に向けてそれぞれ水面形を求める。

$\eta > \eta_*$ の場合は、流量比条件が系における常流の条件と矛盾する場合であり計算不能である。このときは系における射流の場合であるかまたは合流する一方の水路が射流であり、断面 j_1 または j_2 と断面0の間で跳水していることになるから、本研究による方法では計算できず適用範囲外である。

しかし一方の支川が射流であっても、共役水深が h_j より小さければ適用範囲内であり、この場合支川水路において跳水がある。

5. おわりに

本研究の結果を以下に要約する。

(1) 合流点を含む Control volume を仮定すると、運動量方程式の適用と適当な仮定によって、上、下流側断面の水深比は解析的に得られる。(第2節)

(2) Control volume の流れ方向の長さは合流点下流側の水路幅に関係し、実験によれば、水路幅の3~4倍程度である。(第3節)

(3) 以上から、合流部における水面形計算接続法の提案を行なった。(第4節)

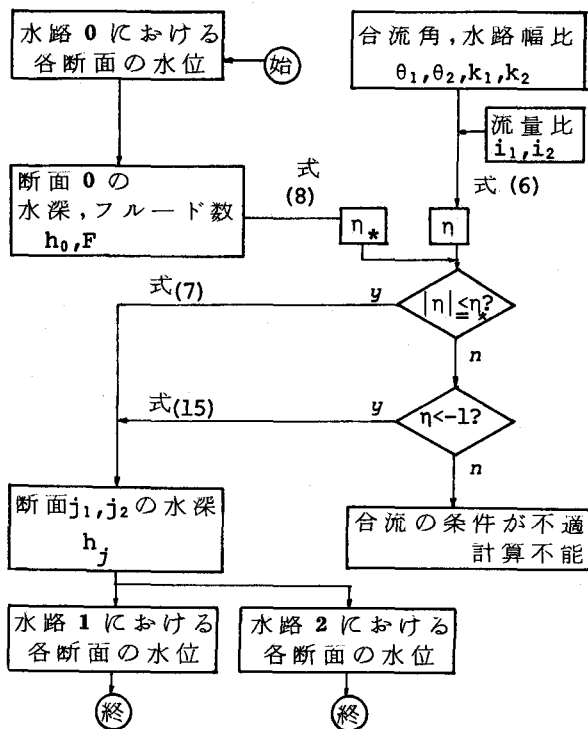
本研究の問題点と今後の課題は以下のように考えられる。

- (1) Control volume の中で跳水がある場合の処理法の検討。
- (2) 流れの内部機構の知識による Control volume 長さの物理的意味の把握。

本研究は、文部省科学研究費、自然災害特別研究(1)「河川段階改修計画における氾濫規模の予測と最適化手法に関する研究」(代表者:神戸大学, 神田徹助教授)の補助を受けた。また同研究メンバーの先生方に多くの助言を賜った。実験およびその解析においては、大阪府立工業高等専門学校土木工学科学生, 福岡正雄, 森川一弘両君に多大の援助を受けた。以上記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 多田博登: 開水路合流部の水深特性について, 第34回年講, 昭54, 10.
- 2) 多田博登: 開水路合流部の水理特性について, 関西年講, 昭55, 6.
- 3) 多田博登: 開水路合流部のコントロールボリュームの長さについて, 昭55, 9
- 4) 多田博登: 河川の合流に伴う水位の上昇について, 第17回災害シンポ, 昭55, 10



図一5. 水面形計算接続法の流れ図