

断面の一樣でない開水路に於ける淡塩二層流について

Two Layered Flow in a Non-uniform Open Channel

東洋大学	工学部	正員	福井 吉孝
早稲田大学	理工学部	正員	吉川 秀夫
早稲田大学	理工学部	学生員	鷺見 元宏
早稲田大学	理工学部		阿部 達也

はじめに

多くの研究者による多年にわたる研究の積み重ねの結果、密度流現象は定性的のみならず、定量的にも解明されようとしてきている。平均量としての取り扱い（例えば、一樣水路で、平均流速・平均密度等を用いて解析を進めた場合）であるならば、工学的な用途へと充分に応られる位に解析が進展してきている。しかしもう一步踏み込み、密度流現象のメカニズムの詳細な把握となると、流れの場に存在する密度分布により容易なものではない事は良く知られている事である。であるから、現時点に於いては密度と流速との相関関係の表示法を確立する事が当面の目標となるであろう。と同時に、一義的ではないという事で考慮を余り払われていなかった種々の項目、例えば断面の非一樣性の密度流現象への影響をも組み込んだなら、更に意義も深まる事であろう。そういった観点に立ち、我々は先に示した密度・流速の表示法¹⁾が断面の変化に対しどの位の適応性があるのかを調べつつ、非一樣断面に於ける特有な現象を見るべく実験を行った。今回は波形床水路、狭窄水路に於ける流れについて若干の検討を行う。現象が場所的にも時間的にも大きな変動を有する為に計測が非常に難しく、それ故、明確な結論は引き出し得なかった。

1. 波形床水路

河床の変化が密度流（塩水楔）に如何様な影響を及ぼすかを探る為に、波形床水路を用いた実験を行った。流れは下層流であり、水路床の波形は波長は同じだが波高の異なる二種の形を採用した。（ $y = a \cos kx$ の形をしており、 $k = \frac{\pi}{25}$ 、 $a = 1.25$ 、 2.5 cmである。）

1. 一層の場合

平坦な水路床の場合に比して、流れが複雑さを増す事は当然であり、流況は Fig. 1 に示す様に谷部で水面の盛り上がる傾向にあり、また、Re数の増加につれて、水路床波形と水面形との位相のずれが顕著になっていく。山部通過後、跳水をおこし水面の動揺が激しさを増す。二層流とは流速分布の形が異なり、数値的な一致はみられないが、傾向は判るという事で底面に沿ったセ断面力を求めてみる。T.B.Benjamin²⁾による式を使う。

直交曲線座標表示で $\xi = x - iae^{-k(y-ix)}$ であり、

$$\tau_s = 1.372 V_\infty^2 k a \alpha \cdot \cos(kz + \frac{1}{3}\pi) \quad (1)$$

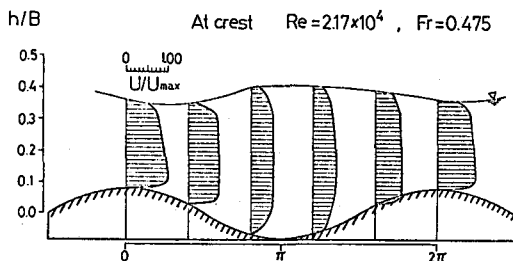


Fig.1 一層流の流況

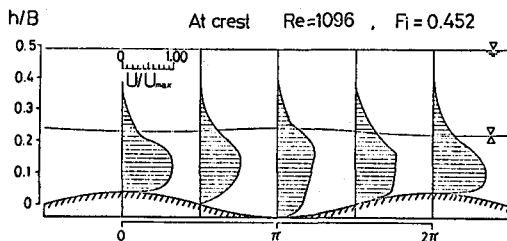


Fig.2 二層流の流況

α は、層流境界層に対しては $\alpha = 1.45 k^{2/3} \nu^{1/2}$ $X^{5/6} V_{\infty}^{-1/2}$ となり、乱流境界層に対しては $\alpha = 3.23 k^{2/3} X^{2/3} R_x^{-1/5}$ を使う。計算の結果は Fig. 3 に示す。山と谷との間でセン断力の絶対値が最大となる。即ち、流速の最大値はこの部分に現われる。この様なセン断力の場所による変化（勿論、圧力も静水圧分布とはならず、場所毎に変化する。）は二層流に於ける混合現象に大きな影響を及ぼすであろうという事は容易に考えられる。我々の実験の結果は若干のずれを示しているが似た様な傾向を示した。

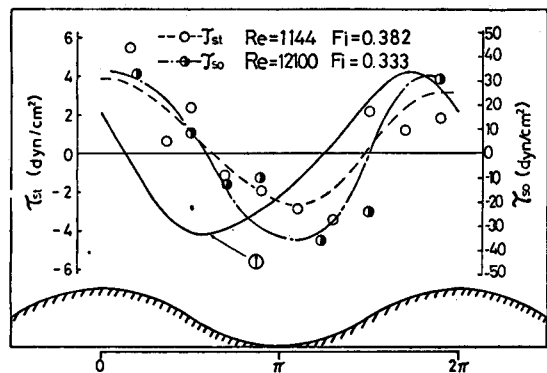


Fig.3 セン断力分布

2. 二層流の場合

縦断方向水面形及びセン断力、水圧等場所毎に変化する流れを下層流として流下させた場合上下層間の混合、セン断抵抗がどの様になるかをみる。

実験は幅15cm、水路長3.0m、上下流端に貯水槽を備えたアクリル樹脂製水路を使用した。平坦床の場合に比較して、小流量の時でも混合が短時間に起こり、上層の水を取り込む結果、界面の上昇が大きく、一定状態に保持しておく事は非常に困難であった。界面が或る程度上昇すると落ちつくので、その状態の維持につとめ測定を行った。測定は一波長間にわたる界面の変化、中間層厚の変化に注目して、密度・流速の測定を一波長間6~7ヶ所で行った。流量は先に行った平坦床の場合に準じた。尚 h_{20} ($y=0$ 点よりの水深) は4~12 cm、 Re_0 は、600~1200である。当然、局所 Re 数は山の上では大となる。

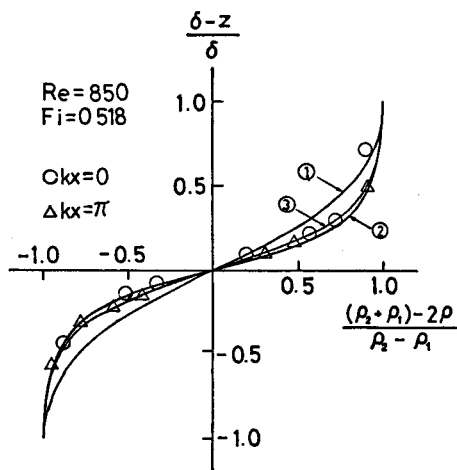


Fig.4 中間層内密度

2. 1 密度分布

二次元の拡散方程式に於いて、 $u \gg w$ 、 $\frac{\partial C}{\partial z} \gg \frac{\partial C}{\partial x}$ とみなして

$$u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad D: \text{拡散係数} \quad (2)$$

をたて $x = x_0$ (混合仮想原点) で $C=0$ 、 $Z=0$ で $C=0$ の条件により

$$C = \frac{-2C_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^\theta e^{-\theta^2} d\theta \quad \text{但し } \theta = \frac{z\sqrt{u}}{\sqrt{4D(X-X_0)}} \quad (3)$$

として求めた密度分布 (Fig. 4) に対して、平坦床の場合にはかなり良い適合を示したが、波形床の場合には Re の増加につれて、平坦床の場合と同流量にもかかわらず、理論式よりずれてきている。これは谷から山へ、山から谷へと向かう流れがあり、それが基準面と平行にならない故である。(2) で無視した w の項の効

果を考慮に入れなければならない事を示している。しかし、 w の項を加えるとともに乱れの影響をも加えると解析的に解を求める事が困難となる。そこで、拡散係数を z 方向に変化させる。つまり、混合の場所による強弱の度合を拡散係数に代表させて(2)式を今一度検討してみる。ここでは界面より離れる程混合しやすいと考え

$$Dk = D + D' \left(\frac{z}{\delta} \right) \quad (4)$$

但し、 $z = 0$ が界面

とおくと

$$\theta = \frac{\sqrt{1 + \frac{D'}{D}}}{\sqrt{1 + \frac{D'}{D_0} \left| \frac{z}{\delta} \right|}} \left(\frac{z}{\delta} \right) \theta_0 \quad (5)$$

θ_0 は $C = 0.99 C_0$ となる点より求められて、 $\frac{D'}{D}$ の値が与えられれば計算できる。今、 $\frac{D'}{D} = 5.0$ と置いてみると結果はFig.4の②となる。Fig.4には $\tanh \left(3 \frac{z - \delta}{\delta} \right)$ で表わした結果③も示した。今回のデータは②に乗る傾向が強い様である。

次に中間層について考えてみる。界面($\rho_m = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$ となる位置)及び中間層の一波長間での変化は Re 数の小さい間は水路床が平坦な場合とそう変わらないが、 Re 数が増すにつれて、界面の位置は谷部で上昇する様になる。中間層も谷部で厚みをます。界面に於ける Ri 数

$$Ri = - \frac{g}{\rho_m} \left(\frac{\partial \rho / \partial z}{\partial u / \partial z} \right)_m$$

を測点毎にみても、測点の山から谷への移動につれて値が下って行く。即ち山の上より、谷へ向って混合拡散が大きくなっていくのが判る。

次に述べる流速分布形からも山の上の方が、 Ri 数が大きいという事を見れる。

2. 2 流速分布

底面から U_{max} の生ずる位置までの流速分布の一例がFig.5である。一波長内の各点で、常数部が異なるものの対数則に従っている。しかし、山から谷への間の点では、はく離を生ずるため、その様な対数则表示の可能性は薄い。

中間層内の流速分布(Fig.6)で実線は平坦床に適合する分布直線である。波形床になると、

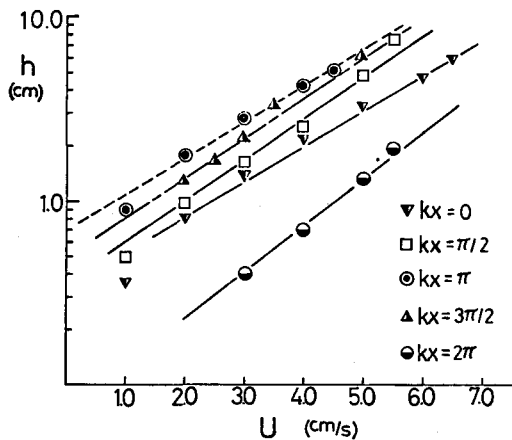


Fig.5 流速分布測定結果(底面より U_{max} 点まで)

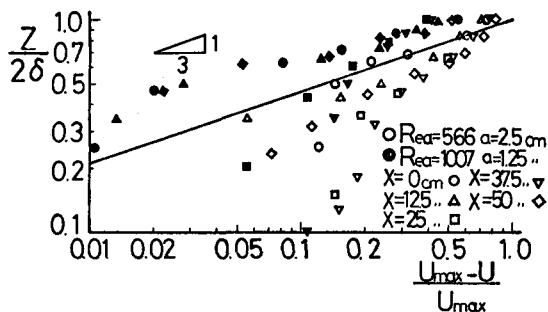


Fig.6 中間層内流速分布

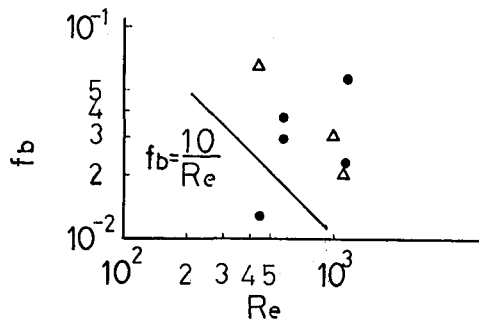


Fig.7 抵抗係数; f_b

平坦床と異なる分布を示す。とりわけ、中間層上下端縁に於ける値が分布直線からはずれる傾向が強い。なかでも山の上の中間層でその様な傾向が顕著である。これは、山の上では曲率により、流速分布は水深方向に様な形に近ずき従って中間層下端縁附近での速度欠損量が少ないという結果になる為である。Fig.6 に示された分布直線は Re の小さい、乱れの少ない流れに対してのものである。本ケースは流量では平坦な場合と同等でも、乱れが充分に考えられる訳であるから、分布直線と合致しないのも当然であろう。速度分布形が測点毎に異なるので一種類の線での表現は困難であるという事になる。従って、局所 Ri 数を求めるには実測値よりの読みとりに頼らざるを得ない。

2. 3 抵抗

判り易い目安である抵抗(底面、界面)係数をみてる。下層流であるから f_b の値をみておく必要がある。二断面での全水深にわたる運動量の差より求めた f_b が Fig.7 である。図中の大実線は平坦床に於いて、先に求めておいた値である。セン断力(τ_b)の一例を Fig.3 に加えておく。

次に界面の抵抗について考える。境界面における抵抗は

$$\tau_i = \tau_{iu} + \tau_{iw} + \tau_{im}$$

抵抗係数で書くと $f_i = f_{iu} + f_{iw} + f_{im}$

即ち、粘性による抵抗、界面波による抵抗、界面混合による抵抗の加算で表わされる。今、扱っているケースは、 $y=0$ を基準にした Re_a

($= VaRa/\nu$) が比較的小さいにもかかわらず波形床の影響を受け、 τ_{iw} 、 τ_{im} を生ぜしめ、より大きな抵抗を示す様になっていると思われる。今回は、クーリガン数・ Ψ ($= ReFi^2$) の値が 100 ~ 200 の近辺であり、従って f_i の値も 0.03 の囲りに集中している。

2. 4 流れの抵抗と中間層厚との関係

流れの抵抗が中間層の厚さの増減にどの様なかわり合いをもつかをみる為、 τ_b と中間層厚さとの関係をプロットしたのが Fig.8 である。一波長当りの τ_b 、中間層厚さを扱っている。波形床が混合を助長しているのうかがえる。 τ_b と 2δ (中間層厚)の間には、一次の関係が見出される。これは $\tau = whI$ から類推できる事である。ここに狭窄水路での実験結果も同時に書いておく。(狭窄部は幅 5 cm 長さ 20 cm で角は丸味をつけ木片を水路壁に取り付ける事によってつくられている。従って狭窄部では 10 cm の通水幅になっている。)狭窄による混合の方が波形床による混合より大なる事が本実験からは考えられる。

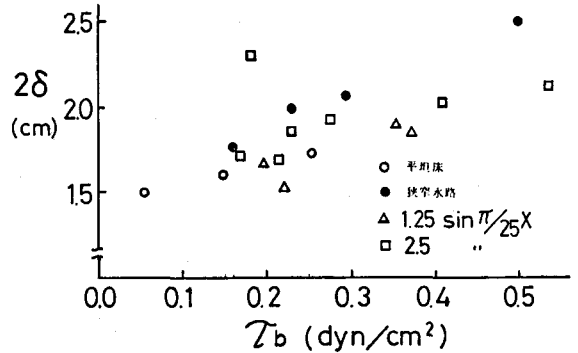


Fig. 8 中間層厚とセン断力

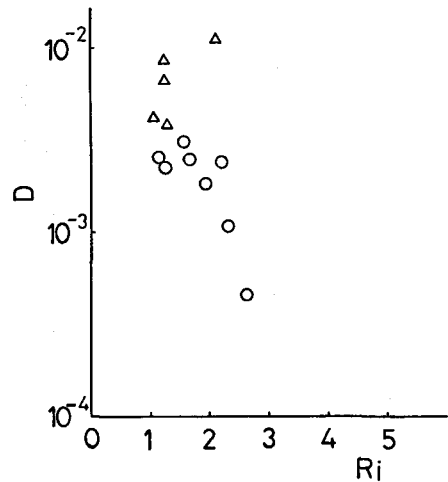


Fig. 9 Richardson 数 (Ri) と拡散係数 (D)

2. 5. 拡散係数とリチャードソン数

拡散係数もリチャードソン数も混合を表わす指標である。両者の対応をみたのが Fig 9 である。

Ri は層平均リチャードソン数で

$$Ri = - \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho / \partial z}{(\partial u / \partial z)^2} \approx g \frac{\Delta \rho}{\rho} \frac{2\delta}{um^2} \quad (6)$$

で求める。um は下層平均流速。

また拡散係数 D は式 (3) で $C = 0.99 C$ 。となる θ を選び、 $u = um/2$ とすると

$$\delta = 5.15 \sqrt{\frac{D(x-x_0)}{um}}$$

実験値より δ , um を与えて求めた。

波形床になった事で Ri は減少し、拡散係数は増加した。この拡散係数の増加分は (4) で D' とおいた分に相当するといえる。

II 結語

今回の実験では、波形床及び狭窄水路での密度流現象に於いて、混合の促進の程度を示す中間層の挙動(増加・変動)をみる事ができた。即ち、底の波形により混合は助長されるし、それよりも狭窄の方が混合をより促進する。しかし、理論的には未だ不明な部分が多い。

本実験の様な時間的にも場所的にも変化の大きい現象を、定量的に、実験により解明しようとするならば精緻さを要求される。この種の現象の適切な表現指標である Ri 数の綿密な検討の為にも、密度・流速測定 of 正確・迅速さが要求される。

その様な条件を満たす様、努力しつつ、更に、大きい Re の領域の流れについて検討を加えると共に、横断、縦断方向に断面が変化する場合の密度流現象の機構解明を目ざして行く所存である。

本報告は、長沼宏一、坪田恵介君との共同研究によるものである。

参考文献

- 1) 斉藤稔・吉川秀夫・福井吉孝：淡塩境界面に於ける拡散現象，第 35 回土木学会年講概要集，1980
- 2) T.B.Benjamin：Shearing flow over a wavy boundary, J. of Fluid Mech., 6, 1959
- 3) K.Lofquist：Flow and Stress Near an Interface between Stratified Liquids, The Phy. of Fluids, Vol.3, 1960
- 4) 江頭進治：密度成層場の流れと混合機構に関する基礎的研究，1980