第25回水理講演会論文集　1981年2月

段階的治水計画について
Staged Construction of Structures for Flood Control

近畿大学理工学部　正　員○江藤　剛治
大阪大学　工学部　正　員　室田　明
大阪大学　大学院　学生員　水野　雅光

1. はじめに

河川改修には通常長年月を要するので，段階的改修方式が取られる．よって改修後の河川の安全率のみならず，改修途中の洪水被害を効果的に低減させることもまた重要な課題である．このように現実の治水計画は段階的に実施に移されるにもかかわらず，治水計画の分野で，段階的に施策することの意義を統一的に論じた文献はほとんどみられないようである．本研究の最終目標は治水計画における段階的建設・施策がどのような意味を持つかを理論的にあきらかにすると同時に，段階的治水計画の方法論を具体的に提示することである．

本報告ではまず一般に段階的建設計画問題は数種のカテゴリーに分類できることを示す．このうち著者らが不足容量問題と呼ぶ問題は，著者らの知るかぎり，関連するどの分野においても今のところ理論的には解析されていないようである．不足容量問題とは，ある施設の建設に強い需要があるにもかかわらず，予算・原材料（土地を含む）供給に制約があるため，段階的建設方式を採用せざるを得ないというタイプの問題である．

一方段階的治水計画は，基本計画レベルから事業実施計画レベルの数レベルに階層化して論ずるべきであり，それぞれに対して方法論が全く異なることを示す．

以上の議論の具体例，また解析例として，長期計画レベル（治水水準を段階的に上げる）問題を，先述の不足容量問題として定式化した場合について解析例を示す．

2. 段階的治水計画の分類

段階的治水計画は，採用する政策の種類，計画期間などにより分類されるが，その方法論は計画の種別に対応しておのずから異なったものとなる．政策の種類としては，従来より用いられてきたハードな治水（河道改修，ダム・遊水池などの築造）と，最近総合治水で取り上げられつつあるソフトな治水（土地利用規制，各戸貯留，水害保険など）がある．

一般に土木計画は計画期間の大小により，表－1のように分類されている（吉川1978）． 表－1の各計画レベルに対して，段階的施策という観点から治水政策が具体的にどのようなものを意味するか考えてみる．以下では施設建設に限って話を進める．

表－1　計画期間に対応する計画の種別（吉川1978）

計画期間	区　分	計画の種別
20年以上	超長期計画	構想計画
10～20年	長期計画	基本計画 整備計画 事業化計画
5～10年	中期計画	
3～5年	短期計画	事業実施計画

a. 構想計画：治水のあるべき姿が描かれる．

b. 基本計画：実現性があり，当面の社会的要請にも見合う計画規模の設定と，それに対する各施設規模の決定．

c. 整備計画：目標計画規模に達するまでの中間的な計画規模の設定と，それに見合う各施設規模の設定．

d. 事業化計画：整備計画に対する各施設計画．

e. 事業実施計画：施設間の建設優先順位づけ，優先度の高い工事の実施計画等．

若干異論もあろうがおおむね上記のような解釈が可能であろう．次にa.～e.に現われる段階治水的側面をピック・アップする．

i. 1施設規模拡張問題：長期的に見れば基本計画自体が時代の要請にともなって段階的に変化している．

また基本計画を何段階に分けて整備していくかという見方をすれば，各整備計画が各治水段階を代表することになる．このような場合，1水系の治水問題を1施設の規模拡張問題としてとらえうる．

ii．多施設・多段階の費用配分問題：各整備段階で各施設にどれだけの資金を投入すべきかという費用配分問題．

iii．多施設間の建設優先順位づけ問題．

このように，一口に段階的治水計画といっても，数種の段階的建設問題に分類できることがわかる．実用的にも，i～iiiのごとく階層化してこの問題を論ずるべきであることは明らかである．

3．段階的建設の意義と分類

経済学においてはこの問題はかなり古くから理論的に研究されてきた（Chenery 1952，Manne 1961）．Sorensenらは水資源開発における段階的建設の意義とあり方を広範に論じている（Sorensen and Jackson 1968）．1970年代には段階的建設について多くの研究成果が発表されたが，中でも長尾らの段階的建設の意義を理論的に明らかにしようとした優れた研究がある（長尾・杉森・吉田 1976）．その他将来4車線暫定2車線供用とした高速道路の段階的建設（吉田 1969 a, b），水資源開発・下水処理設備の段階的配備・規模拡張問題（吉川・岡田・大内 1978，他外国文献で数件）などがこれまでに取り扱われている．

これらの各研究における段階的建設の意義づけ（なぜ段階建設が有利になるかという理由づけ）を抽出し，かつ筆者らの新たな見解を加えて分類・総括したものをモデル的に示したものが表－2である．

表－2　段階建設問題の分類　a．1施設規模拡張問題

<table>
<tr><td rowspan="2">タイプ</td><td rowspan="2">A－1：過剰容量問題</td><td rowspan="2">A－2：不足容量問題</td><td colspan="2">B：意志決定問題</td></tr>
<tr><td>B－1：見なおし作業問題</td><td>B－2：建設時期決定問題</td></tr>
<tr><td rowspan="2">成立条件</td><td colspan="3">規模の経済性の存在</td><td></td></tr>
<tr><td>①需要の増大
②割引率の存在</td><td>①単位期間当りの資金・原材料供給に上限　②施設容量不足</td><td colspan="2">①余裕（冗長部分）の存在
②不確実要因の存在</td></tr>
<tr><td>トレードオフ関係</td><td>過剰（遊休）容量小（割引率で有利になる）
↕
規模の経済性</td><td>施設の部分供用大
↕
施設の一括供用を急ぐ
規模の経済性</td><td>修正計画の取り入れ（不確実性減少）冗長部分の削減
↕
規模の経済性</td><td>不確実性の減少・冗長部分の削減
↕
供用開始を早める</td></tr>
</table>

b．多施設問題

タイプ	C－1：多施設直列工事	C－2：多施設平行工事
定式化	建設順位決定問題 整数計画問題	投資配分問題 非線形計画問題

その他の段階建設の理由

1. ニーズの質的変化 ── 計画の旧態化
2. 施設の耐用年数
3. 政府の認可や住民の同意にともなう困難
4. 治水投資と流域変化の相互干渉
5. そうせざるを得ない物理的制約，他

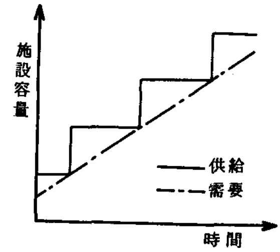
まず規模の経済性について説明する．規模の経済性とは施設規模によって定まる生産性の向上を意味する．狭義には施設規模によって施設容量が定まる場合で，たとえば4車線道路の交通容量が2車線道路の4倍となることなどが好例である．一方同一施設容量の施設を建設する場合，一括建設の建設費は，多段階で部分供用しつつ建設する場合よりも一般に小さい．これは，図－6に示すように，各段階ごとに手もどり費用や段取り費用が加算されることなどの理由による．本論文ではこの性質も規模の経済性に含めて考える．

つぎに表－2について説明する．タイプA，B－1はいずれも1施設問題であり，かつ広義の規模の経済性が支配的な役割りを演ずる場合である．

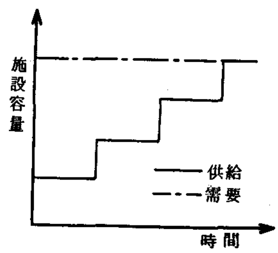
(1) A－1：需要が伸び，それを満たすように施設規模を拡張する場合である．割引率が小さいとき（たとえば0のとき）は，現在投資しても将来投資しても投資額の現在価値は変わらないので，最終需要に見合うだけの容量を持つ施設を初期段階で一括建設すればよい．割引率が大きいときは，できるだけ投資を遅らせるよう，需要の増分に対応するだけの容量の拡張を行う．本論文ではこれを追いかけ型建設と呼ぶ．この場

合，あまり小きざみに容量の拡張を行うと規模の経済性からの損失が多くなる．この点はA－2，B－1にも共通の性質である．すなわち割引率で代表される金利負担分と，規模の経済性を享受できないことによる損失のトレード・オフより最適な一回当りの拡張規模が定まる．すなわちこの場合①規模の経済性，に加えて，②需要の増大，③割引率の存在の条件のもとに，段階建設が経済的に意味をもつ（図－1a参照）．

(2) A－2：需要に対して施設容量が不足し，かつ資金・原材料（土地を含む）の供給が不足するとき生ずるタイプ．資金・原材料が十分供給されるならば，当然需要を満たすだけの施設をただちに一括して建設することが望ましい．逆に各期の予算が不十分であるときは，次の代替案のいずれかを選ばなければならない．①一括建設によりできるだけ早い時期に全面供用する．②部分供用しつつ段階的に施設容量を拡張する．前者では総工費が小さくなる．また年間の資金供給（予算）が一定であるから工期は最小となり，施設の全面供用はもっとも早い．しかし施設が完工するまで全く需用を満たすことができない．一方後者では需要の一部は当初よりカバーされるが，規模の経済性より工期・工費とも大となる．通常は最適な単位建設規模が定まるが，このような問題を筆者らは不足容量問題と呼ぶことにした（図－1b参照）．



図－1a　過剰容量問題



図－1b　不足容量問題

(3) B：将来推定における不確実性に対処するためにも，段階建設は大きな意義を有する．一般に不確実性に対処するためには何らかの冗長な手段（たとえば余裕容量など）を持つが，①意志決定を遅らす（B－2），②当初の計画を度々見なおす（B－1）などの手段により不確実度を減少させ，もって冗長部分を削減することができる．これも代表的な段階的建設問題である．

その他，段階的建設の裏付けとなりうる種々の要因を表中に記した．以上のうちA－2タイプの段階的建設問題について，既往の研究中で理論的に検討した例は筆者の知るかぎりでは見られない．一方，公共事業については非常に強い（潜在）需要に押された後追い行政になっている例が少なくない．この場合，予算・用地等が不十分であるために，抜本的な対策を講ずることが難しく，ある程度づつ住民の要望を満しつつ本来望ましい姿に近づけるという政策が取られる．これはA－2タイプの問題にほかならない．このようにA－2タイプについての理論的検討を行うことは大いに意義のあることであると考えられる．

4. 不足容量問題としての段階的治水計画

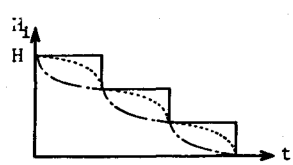
これまでの考察より段階的治水計画の方法論について，次のような枠組を考えることができる．

i. 長期計画レベル：水系全体の治水水準・質をいかに向上させるかを検討する．──A，B

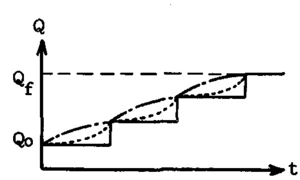
ii. 中期計画レベル：バランスのとれた整備を行うためには，長期計画のどの段階で各施設にどれだけの投資配分をするか検討する．──B，C－2

iii. 短期計画レベル：施設間の着工優先順位の決定など．－C－1

本論文ではこれら種々の問題のうち，長期計画レベルの問題をA－2問題として定式化してみる．まず極度に単純化した場合についてモデル化する．これは次のより現実的なモデルの理解を助けるためと，できるだけ周辺的な条件を省いて不足容量問題の一般的特性を把握するためである．次に水文量の確率特性や流域の氾濫被害特性などを組みこんだより現実的なモデルを示す．



図－2a　年想定被害額

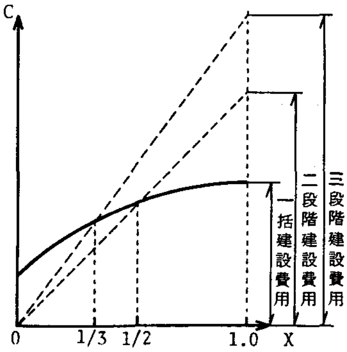


図－2b　治水水準

(1)単純化した不足容量問題

ここで述べるモデルは必ずしも現実的なものではないが，不足容量問題の原型的モデルである．図－2bに示すごとく需要は供給を上回って

いるものとする．治水工事では需要とは治水工事に対する要望の水準 Q_f，供給とは治水水準 Q_i である．ここで i は第 i 改修段階を示す添字である．Q_f は改修期間を通じて一定であるとする．すなわち流域の変化等はないものとする。治水レベルを，等規模 n 段階で Q_0 から Q_f まで上げるものとする．たとえば初期の治水レベルを 50 年確率洪水対応レベル，最終目標を 200年確率洪水対応レベルとし，これを段階にわけて，当面 100 年確率洪水に対応できるように全改修区間を改修する．次の段階で改修目標確率年を 150 年とするのごとくである．この場合治水レベルは時系列的に見て連続的に改善されるのではなく，図－2 a の点線または一点鎖線に示されるごとく，階段関数状に改善される．たとえば確率年を50 年から100 年に上げる場合，まず重要な改修区間の改修を行い，続いて残された区間の改修を行う．この期間を通じて洪水被害を受ける可能性が高いのは，それほど流域資産・人口の密集していない周辺地域（都市域から見れば）である．最終的にこのような地域の改修が終了するまでは，これらの地域を中心にして 50年確率洪水に対する被害が生ずる可能性は存在しつづける．よって年平均想定被害額が急減するのは 100年確率洪水対応改修工事が完了する直前あるいは直後となろう．以上の考察より，治水レベルの変化を図－2 a の実線のような階段関数で近似する．



図－3　建設費用曲線

年平均想定被害額 H_i が治水水準 Q_i の線形関数で表わされる場合を考える．当然現実的にはこの関数は非線形関数であり，同時に確率評価を持ち込む必要があるが，これらの一般化は後に行う．このとき現在の年平均想定被害額を H とすると，各改修段階で被害額が H/n づつ減少することになる。年予算 b は一定とする．各段階での治水工事規模を x とする．すなわち　$x = (Q_f - Q_0)/n$　…………（4．1）

各段階の改修費用 c は規模 x の関数である．たとえば先述の例で，各改修区間の工費を考えるとき，まず 100 年確率改修工事を完了し，次に 150 年……と進めて行くよりは，一段階で200 年対応改修工事をする方が工費的には安くつく．ただしこの場合割引率は考慮されていない．また全改修区間で200年対応改修工事が完了するまでは，いずれかの区間で50年確率洪水による被害がおこる可能性がある．この規模の経済性を Manne（1961）と同様に次式で表示する（図－3 参照）．

$c = k x^a$　　（$k > 0$，$0 \leqq a \leqq 1$）…………（4．2）

$a = 1$ のとき規模の経済性はきかず，a が 0 に近いほど強く影響する．このとき各段階の工期 $\varDelta T$ は，

$\varDelta T = c/b = k x^a/b$ …………（4．3）　　　　また工期　$T = n\varDelta T$．

割引率を r とする．このとき各段階での被害総額 H_i は，

$$H_i = \int_{T_{i-1}}^{T_i} \{ n - (i - 1) \} / n \cdot H \cdot e^{-rt} dt \cdots\cdots\cdots (4.4)$$

総被害額 H_T は，

$$H_T = \sum_{i=1}^{n} H_i = \frac{H}{r} \cdot X \cdot \left[\frac{1}{X} + 1 - e^{-\theta X^{a-1}} - \frac{1 - e^{-\theta X^{a-1}}}{1 - e^{-\theta X^a}} \right] \cdots\cdots\cdots (4.5)$$

総工費 C_T は，$C_T = \int_0^T b e^{-rt} dt = (b/r) \cdot [1 - e^{-\theta X^{a-1}}] \cdots\cdots\cdots (4.6)$

経済評価のみで治水目的を評価するときは，目的関数 Z として，総工費 C_T と総被害額 H_T の和を取ればよい．この場合 $-H_T$ が便益 B となっている．式（4。5），（4．6）は X，θ でパラメータ化されている．さらに α，β 等の無次元パラメーターを導入して，目的関数を無次元化して示すと，

$$\frac{Z}{\alpha C} = \left[1 - e^{-\frac{X^{a-1}}{\alpha}} \right] + \beta X \cdot \left[\frac{1}{X} + 1 - e^{-\frac{X^{a-1}}{\alpha}} - \left(1 - e^{-\frac{X^{a-1}}{\alpha}}\right) \Big/ \left(1 - e^{-\frac{X^a}{\alpha}}\right) \right] \cdots\cdots\cdots (4.7)$$

ここで，　$\theta = \frac{r}{b} \cdot C$，$C = k\,(Q_f - Q_0)^a$，$X = x/(Q_f - Q_0)$，$\alpha = \frac{1}{C} \cdot \frac{b}{r}$，$\beta = \frac{H}{b}$

各パラメーターの物理的意味を説明する。C は全改修工事を一気に行ったときの費用，ただし割引率を考慮

しない場合。θ は全改修工費Cと割引率を考慮した総投資額の比，α は θ の逆数，β は年平均被害額と年平均投資額の比，Xは各段階の改修規模を全改修規模で無次元化したものである．α，β ともに常識的に1以上の値となる．おおむね1～10程度の値となろう．$0 \leqq X \leqq 1$ で，$X=1$ のとき一括型改修（建設）となる．式（4.7）で変数はXのみであるから，Zを最小とするようなXを求めれば，これが無次元化された最適改修規模 X_* となる．

解の性質を見るために，やや特殊なケースについて検討してみる．まず割引率が十分小さく，無視できる場合について考える．このとき

$$\min Z = \min\left[\frac{1}{2}H\cdot\frac{k}{b}(Q_f-Q_0)^a X^{a-1}\left\{X+\left(1+\frac{2b}{H}\right)\right\}\right] \quad \cdots\cdots\cdots(4.8)$$

（4.8）をXで微分し，Xの最適値 X_* を求めると，

$$X_* = \begin{cases} \bar{X} & 0 \leqq \bar{X} \leqq 1 \\ 1 & 1 < \bar{X} \end{cases} \qquad \text{ここに } \bar{X} = \frac{1-a}{a}\left(1+\frac{2b}{H}\right) \quad \cdots\cdots\cdots(4.9)$$

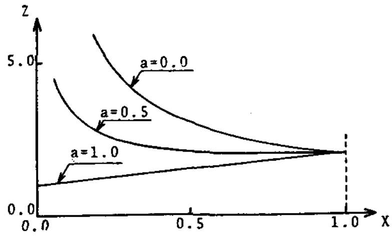
$\bar{X} \leqq 1$ の条件を書きかえると，

$$a \geqq (1+2b/H)/\{2(1+b/H)\} \quad \cdots\cdots\cdots(4.10)$$

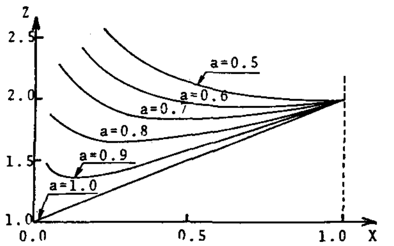
よって規模の経済性の指標aが，おおむね $\frac{1}{2} < a \leqq 1$ のときは段階改修が最適となる可能性がある．一方 $0 \leqq a \leqq 1/2$ では常に一括建設が有利となる．目的関数の概形を見るために，$b/H \fallingdotseq 0$，すなわち年想定被害額に比べて年投資額が小さい場合について，Z～X関係を図示したものが図－4 a,bである．ただし

$$Z' = X^{a-1}(X+1)$$

の形に無次元化して示している．aが1に近づくときは，できるだけ小さなステップで治水水準を上げて行くことが望ましいことなどがわかる．



図－4a　目的関数（その1）



図－4b　目的関数（その2）

(2)　段階改修問題

以上の考え方を段階治水計画に導入するための一般化と現実的な関数形について検討する．検討項目は次のようなものである．　①　洪水災害の確率特性，②　費用関数形，③　被害関数形，④　流域の変化，⑤　規模の拡大方式，など．いまA－2問題を考えているので不確実性は考慮しない．

目的関数は総費用と総想定被害額の和とし，これを最小とする．

$\min Z = \min(C_T + H_T) \cdots\cdots(4.11)$　　ここに　$C_T = \int_0^T b(t)D(t)dt$, $H_T = \int_0^\infty h(t)D(t)dt$

$D(t)$：割引率関数，$h(t)$：想定被害関数．

$H_T = H_W + H_R$　　ここに　$H_R = \int_T^\infty h(t)D(t)\,dt$，　$H_W = \sum_{i=1}^{n} H_i = \sum_{i=1}^{n}\int_{T_{i-1}}^{T_i} h(t)D(t)\,dt = \int_0^T h(t)D(t)dt$

すなわち H_W は計画完成前の総被害額で，H_R は完成後の総被害額．

$T = \sum_{i=1}^{n} \Delta T_i$，$\Delta T_i = c(x_i, Q_{i-1})/\bar{b}_i$，　$\bar{b}_i = \frac{1}{\Delta T_i}\int_{T_{i-1}}^{T_i} b(t)\,dt$

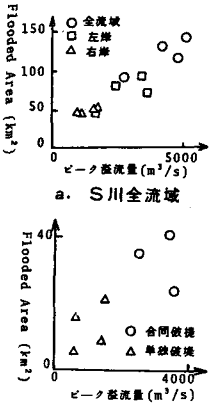
$c(x_i, Q_{i-1})$ はi段階改修工費，$\bar{b}_i$ はi段階改修中の年平均予算．

以上において最適単位改修規模は，一括改修が最適となる場合を除いて $dZ/dx=0$ を満たす x の値である．ここで次の点に注意すべきである．上記の表式は通常の治水経済分析となんら変わるところはない．若干異なるように見えるのは，費用関数cの中に規模の経済性に関する考慮を含める点であるが，これも河川改修計画においては，実際の改修の進め方の比較分析において，手もどり工費などの形で考慮に入れられている．通常の分析では，最適（最終）計画規模 Q_f を定めることが第一目的であるが，この場合は $dZ/dQ_f = 0$ を満たす Q_f を求めること，あるいは $dZ/dQ_f = 0$，$dZ/dx = 0$ をともに満足する Q_f，x の組を求めることになる．次に具体的な関数形について検討する．

Ⅰ．規模の指標：洪水ピーク流量の確率分布形が指数的であるとすると，確率年を等比級数的に上げると

き，ピーク流量は等差的に増加する．実際の河川改修計画では，確率年を等比的に（50年，100年，200年のごとく）上げる方が現実的であろう．このとき以後の取り扱いの容易さを考えて，ピーク流量を段階改修規模の指標とする．よって　$x = x_i = (Q_f - Q_0)/n$．河道改修では x_i は疏通能の増分を表わす．

ii. 被害関数：洪水による被害は湛水深・湛水時間・氾濫水流速などの水理特性と，氾濫原の人口・資産状況などの流域特性によって定まる．このうち水理特性はピーク溢流量（ピーク流量－疏通能力）で代表できそうである．表－3に示すごとく湛水深は洪水規模により多少変わるが，一度溢水したという条件下ではあまり大きく変化しない．湛水時間についても同様の傾向がある．一方氾濫面積（図－5 a, b, c）を見ると，流域全体としての氾濫面積とピーク溢流量の総量の間には強い相関が見られる．地点別に見ると図－5 bのごとく両者に多少相関が見られる場合と，図－5 cのごとく破堤点のみの関数で決まり，ほぼ一定となる場合がある．以上総合すると被害関数Φは，ある程度大きく分割した各改修区間に対して，



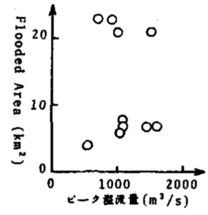
a. S川全流域

b. S川地点A

表－3　平均湛水深

地区	Return Period			
	50	100	200	300
A	1.93	2.08	2.16	2.18
B	1.44	1.56	1.55	1.77
C	1.35	1.36	1.39	1.09

(m)

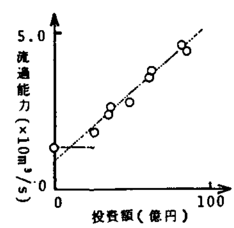


c. S川地点B

図－5　ピーク溢流量と湛水面積との関係

$$
\Phi = \Phi(q, Q_t, P) \begin{cases} = \gamma (q - \alpha Q_t)^m & (q \geqq \alpha Q_t) \cdots\cdots (4.12) \\ = 0 & (q < \alpha Q_t) \end{cases}
$$

ここにP：氾濫原資産状況（ダメージ・ポテンシャル），q：ピーク流量，Q_t：疏通能，$\gamma = \gamma(P)$：定数，m：定数で地形で決まる，α：破堤係数で，$\alpha = 1$（無破堤），$\alpha = 0$（完全破堤）．またP，Q_t は時間の関数．図－5 cの場合は$m = 0$．



図－6　流過能力と投資額との関係

iii. 費用関数：S川のある改修区間について，洪水疏通能Q_tと改修費用との関係を試算したものを図示したのが図－6である．この場合は一括改修の場合に相当するので規模の経済性の効果は厳密には入っていないが，費用が，いわゆる set-up cost kと施設規模に比例する成分からなっていることがわかる．すなわち $c = a Q_t + k$ ……（4.13）．長尾ら（1976）は別の形の手もどり費用を導入している．著者らは（4.2），（4.13），長尾らの考え方などの比較を行っているが，いずれを用いても実用的な範囲では解の性質はあまり変わらないようである．

iv. その他の関数：言うまでもなく水文量の確率的変動特性は，年平均想定被害額の評価に含まれる．すなわち年間の洪水生起回数をνとし，ピーク流量と生起回数の結合確率分布関数をF（q, ν）とするとき，

$h(t) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \Phi \cdot dF(q, \nu)$ ……（4.14）．大洪水のみを対象とするときは$\nu = 1$で，f(q)は指数分布的な関数となる．ここにf(q)はqの確率密度関数．割引率は$D(t) = e^{-rt}$の形で導入する．最大の問題点は流域の変化についての関数関係の設定である．特に治水投資と流域の変化の相互干渉までを考慮に入れると，現在のところ関数関係の推定に用いうる資料は皆無であるといってよい．ここでは仮に流域資産Pが指数関数的に大きくなる場合を考える．このように治水投資と流域の変化の相互干渉を無視したモデルは，長尾らのいう非弾性需要問題に相当する．以上の関数関係を定めると（4.11）より目的関数Zを，単位改修規模xと最終的治水規模Q_fの関数として評価できる．これより最適単位改修規模x_*，最適改修段階数n_*等が求まる．

〔参考文献〕1）Manne, A. S.：Econometrica, Vol. 29, No. 4, Oct., 1961.　2）Sorensen, K. E. et al：ASCE, Vol. 94, No. HY5, 1968.　3）長尾他：土木学会論文報告集，第250号，1976年6月．4）吉川：土木学会誌，1978年11月．他．