

流域の土地利用形態を考慮した洪水流出解析(1)

Flood Run-off Analysis on the Consideration of Land Use Pattern (1)

(株)日本水道コンサルタント 正員 ○森 野 彰 夫
同 上 正員 中 川 芳 一
同 上 正員 蔵 重 俊 夫

1. はじめに

土地利用形態を考慮した流域の降雨流出特性の解明は、洪水防御計画を始めとした河川の計画に際しては必須の課題である。

本稿では、洪水流出機構からみた流域のもつ治水機能を評価することを目的として、流出ハイドログラフの形状指標を的確に予測・把握できる流出モデルを検討し、モデル定数と流域特性との関連を把握するとともに定数決定に対する準線形化手法の適用可能性を示す。

2.では、まず、流域における洪水時の降雨・流出の関係を貯留関数を用いた貯留モデルにより記述し、モデル定数と流出ハイドログラフの形状との関連を把握する。この結果をもとに洪水流出モデルの改良を行なう。ついで、3.では、2.で改良した流出モデルを対象として、モデル定数の決定方法を準線形化手法の適用により、未知定数の自動決定方法として提示する。

2. 洪水流出モデル

2-1 概 説

洪水流出モデルについては、これまで多くの研究が行なわれている。

このうち、貯留関数法は、残流域からの局所流入を無視することのできないわが国の河川に対する洪水流出解析法として計算機の導入とともに発展したが、もともと洪水調節施設の規模決定を主目的としたものであったため近年、モデル定数について種々の問題が指摘されている。¹⁾

具体的には、流域の開発に伴う将来流出量の変化を取り扱う必要がある場合に生じる、モデル定数と流域特性との関連の把握が、その1つとして挙げられる。

ここでは、流出モデルの利用目的を明確に意識した上で、モデル定数の検討から、モデルの拡張を行なうという立場に立ち、以下2-2で、洪水氾濫の防止・軽減を図る上で重要となる流出ハイドログラフの形状とモデル定数との関連を考察する。

流出モデルの基本とした貯留関数を次式に示す。

$$\left. \begin{aligned} S &= k \times q^p \\ dS/dt &= f \times R - q \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 S = 貯留高 (mm)、 q = 流出量 (mm/h)、 R = 降雨量 (mm/h)

f = 流出率 k, p = 貯留関数の定数

2-2 モデル定数に対する考察とモデルの拡張

一般に流出モデルの決定に際して直面する困難な問題は、モデル定数の数に関連して増大する定数解析に要する試行錯誤の回数であり、これは流域の特性値をモデル定数に組み込む際の制約として少なからぬ影響を及ぼすものと考えられる。

ここでは、ハイドログラフの形状指標として、洪水氾濫の防止・軽減を図る上で重要となる2指標すなわち a ハイドログラフのピーク値、 b ハイドログラフの立上り勾配を取り上げ、²⁾ (1)式に示す k, p, f の3定数との関連を把握し、モデル式の拡張を行なう。

流出率 f については、一次流出率 f_1 と飽和雨量 R_{sa} を定数として考えることにより、モデル定数としては都合、 k , p , f_1 , R_{sa} の4つを採り上げ、定数毎の変化がハイドログラフ形状に及ぼす影響を定性的に把握した結果が図-1(a)、(b)、(c)、(d)である。

図に示す各ハイドログラフは、4つの各定数値を各々2水準に分けて採り上げ、実験配置³⁾により他の定数値を平均操作した場合について、着目する定数の水準変化とハイドログラフ形状の変化とを対比したものである。

定数解析における試行錯誤の過程からも理解できるように、一連の図について各定数値の変化とハイドログラフ形状の変化とを対比すると以下のことが明らかとなる。

- ① 貯留関数の定数 k , p は、共にハイドログラフの形状変化に大きく関与し、ピーク値及び立上り勾配の大きさに影響を及ぼす。
- ② 有効雨量を算定する際の定数 f_1 , R_{sa} は、特にハイドログラフの立上り部の大きさに影響を及ぼす。

一般に、定数解析に際して用いられるハイドログラフ形状の修正方法は、①については計算の便を考慮すべき係数 p は固定して k のみを修正し、②については一次流出率 f_1 を修正する方法が採られるようである。⁴⁾

なお、実際の定数解析における試行錯誤の過程は、上述の4定数に加えて遅滞時間 T_e も考慮することになるが、遅滞時間の修正は比較的容易である。

これらの定数と流域の特性値との関連分析結果を既往の研究成果についてみると、貯留関数の係数 k については、流域の粗度、勾配といった流域特性値との関連がある程度明確にされている一方、流出率 f については、流域の地形・地質、前期降雨との関連の把握が未だ検討段階である。¹⁾

このため、ここでは、流出率に着目して流出モデルを拡張することを試みる。

図-2(a)(b)に、流出率の概念図を示す。

流出率の概念は、降雨損失の機構を定性的に説明できるものとして貯留関数法の公表以来広く用いられてきた概念であるが、近年の研究により一次流出率の設定以前に、降雨開始の初期における凹地貯留、樹木遮断等により生じる損失量の大きさが問題になってきている。

この点を考慮して、本稿では流出率が時間的に連続変化するモデルとして次式を提示することとする。

$$f = 1 - \frac{1}{1 + aT} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $T(t) = \sum_{\tau=1}^t R(\tau)$, $R(\tau)$: 降雨量

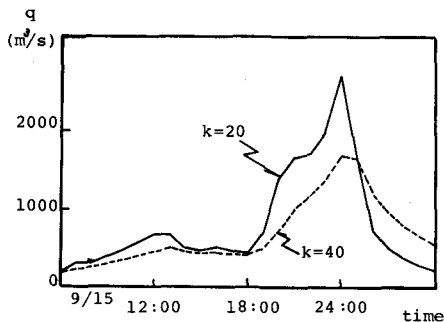


図-1(a) 定数 k の変化に伴うハイドログラフ形状の変化

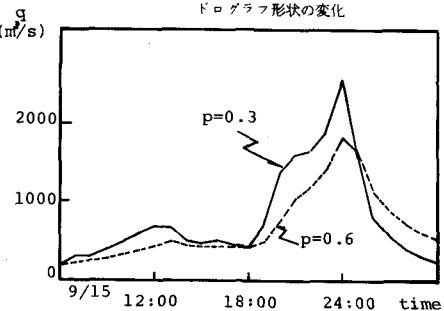


図-1(b) 定数 p の変化に伴うハイドログラフ形状の変化

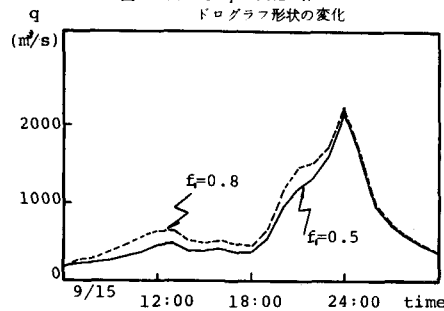


図-1(c) 定数 f_1 の変化に伴うハイドログラフ形状の変化

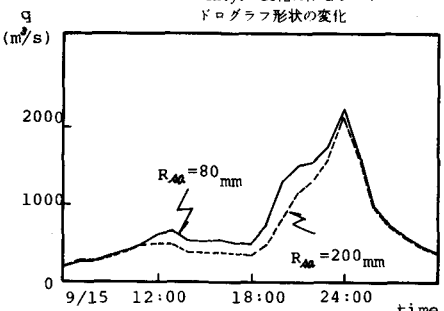


図-1(d) 定数 R_{sa} の変化に伴うハイドログラフ形状の変化

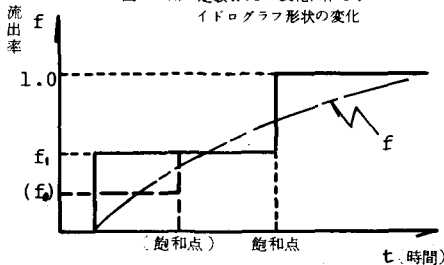


図-2(a) 流出率の時間的な変化

$a = \text{定数 (但し、} a \geq 0 \text{)}$

(2)式は、流出率を累加雨量の関数として表示することにより、図-2(a)に鎖線で示すような基本的には、時間的に連続に変化する流出率を表わしたものであり、(2)式中の定数 a により流出率の変化率が規定される。

以上の流出率 f を用い、貯留関数による洪水流出モデル（前掲(1)式）の妥当性ならびに定数解析手法をつぎに検討する。

3. 準線形化手法の適用による定数決定

3-1 定数決定アルゴリズム

2.で提示した洪水流出モデルの定数決定は、準線形化手法の適用により試行錯誤から解放され、計算機の導入により殆んど自動的に、しかも速やかに行なうことが可能となる。⁵⁾以下、そのアルゴリズムについて説明する。

定数決定フローを図-3に示す。その概略は、以下の通りである。

まず、洪水流出モデルとして提示した微分方程式に含まれる決定すべき未知定数（ k 、 p 、 a ）を（時間的に一定な）変数として認識する。

この段階で、元々のモデル式の線形・非線形性を問わず、形式上は非線形微分方程式でモデル式が記述されることになる。また、この操作により定数決定問題は、後述するように変数の初期条件決定問題へ変換されたことになる。

次に、この非線形微分方程式を一般化されたニュートン・ラプソン公式により線形化する。

この操作により（線形）微分方程式は、第1回目の近似解を仮定することにより、初期条件を未知数としたまま積分することが可能となり、ある評価基準の下で、初期条件を決定し、第2回目の解が得られる。さらに、この解を第2回目の近似解として同様の操作を行なっていく。

最終的には解が収束するまで以上の操作を続け、そのときの初期条件として、決定すべきモデル定数の値が決定される。

以上のように、微分方程式に含まれる未知定数決定問題に対し、準線形化手法はアルゴリズム上、試行錯誤から免れるのみならず、非線形微分方程式の直接的な求解といった煩雑さからも解放され、実用上幅広い用途に適用が考えられる。

前掲(1)、(2)式の流出モデルに、一般化されたニュートン・ラプソン公式を適用した結果を、以下の(3)～(5)式に示す。

$$\begin{aligned} \dot{x}_1^{(n+1)} = & x_2^{(n)-1} \cdot p^{-1} \cdot x_1^{(n)1-p} \cdot \left\{ \left(1 - \frac{1}{1+x_3^{(n)} \cdot T} \right) R - x_1^{(n)} \right\} \\ & + \left[x_2^{(n)-1} \cdot p^{-1} \cdot (1-p) \cdot x_1^{(n)-p} \cdot \left\{ \left(1 - \frac{1}{1+x_3^{(n)} \cdot T} \right) R - x_1^{(n)} \right\} - x_2^{(n)-1} \cdot p^{-1} \cdot x_1^{(n)1-p} \right. \\ & \left. - x_2^{(n)-2} \cdot p^{-1} \cdot x_1^{(n)1-p} \cdot \left\{ \left(1 - \frac{1}{1+x_3^{(n)} \cdot T} \right) R - x_1^{(n)} \right\} \right. \\ & \left. x_2^{(n)-1} \cdot p^{-1} \cdot x_1^{(n)1-p} \cdot \frac{1}{(1+x_3^{(n)} \cdot T)^2} R \right] \cdot (x_1^{(n+1)} - x_1^{(n)}, x_2^{(n+1)} - x_2^{(n)}, x_3^{(n+1)} - x_3^{(n)}) \end{aligned} \quad \dots\dots(3)$$

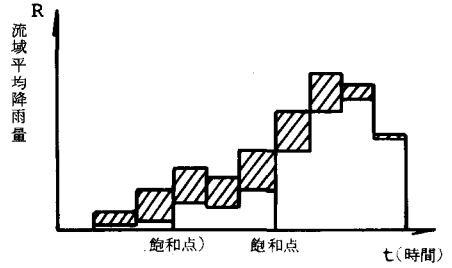


図-2(b) 降雨損失量の時間的变化

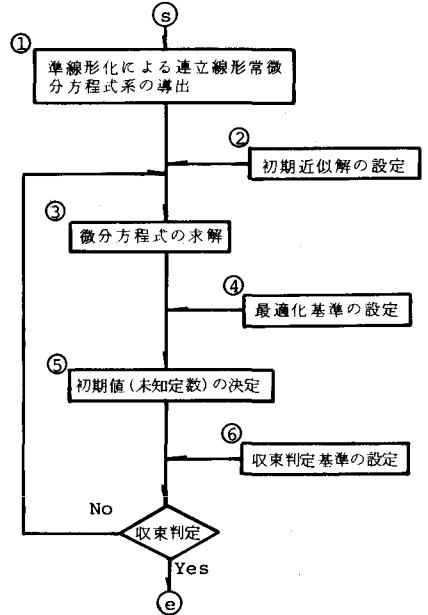


図-3 準線形化を用いた定数決定フロー

$$\dot{x}_2^{(n+1)}=0 \cdots \cdots \cdots (4)$$

$$\dot{x}_3^{(n+1)}=0 \cdots \cdots \cdots (5)$$

ここに、 n は繰り返し回数を示し、変数 $x_i (i=1, 2, 3)$ は、決定すべき定数 k, a を未知定数として、次式のように変数変換したものである。

$$x=(x_1, x_2, x_3)=(q, k, a) \cdots \cdots \cdots (6)$$

用いた最適化基準は、実測データと推定値との累積二乗誤差最小とした。

$$E=\sum_i^s \left[x_{1,0}^{(n)}(i) - x_{1,1}^{(n)}(i) \right]^2 \rightarrow \min \cdots \cdots \cdots (7)$$

ただし、 s は定数決定区間における単位期間数、 i は単位期間を表わし、 $x_{1,0}, x_{1,1}$ は各々実測流出量、流出モデルによる推定流出量である。

なお、推定流出量 $x_{1,1}$ は前掲(3)式と(5)式に示す線形化されたモデル式を積分することにより得られる特解及び一般解ベクトルを用いて、次式で与えられるものであり、

$$x_{1,1}^{(n)} = x_{1,p}^{(n)} + \{x^{(n)}(0)\}^t \cdot x_{1,h}^{(n)} \cdots \cdots \cdots (8)$$

ここに、 $x_{1,p}$ ：特解、 $x_{1,h}$ ：一般ベクトル

決定すべき初期条件ベクトル x_0 は、(7)式及び(8)式を $x_0^{(n)}$ で偏微分して得られる正規方程式を解くことにより求める。

なお、貯留関数のベキ係数 p を決定すべき定数として採用しなかった理由は、以下の通りである。

- ・ 2-2 で述べたように、定数解析におけるハイドログラフの修正に際しては、 p は k と同様な効果を有する。このため、定数値を流域の特性と関連付けるには、一方の定数を固定し、1つの定数値の変化に着目する方が明確になるとと思われる。
- ・ ベキ係数 p は、流れの状態が運動方程式により記述可能な表面流モデル等については、その意味が明確になるが、中間流出等も含んだ流域貯留モデルについては意味付けが困難である。

以上の立場の下で、準線形化手法の適用に際し、定数 p は固定することとし、総合貯留関数のベキ係数値 0.5 とした。

3-2 解析結果とその考察

3-1 で述べたアルゴリズムに従がい、洪水時の降雨・流出データを用いて(1)、(2)式に示した洪水流出モデルの定数解析を行なった結果を以下に述べる。

なお、線形化したモデル式(3)～(5)の積分は、ハミングの予測子修正子法を用いて行ない、繰り返し回数の収束判定基準は以下の通りとした。

すなわち、「全ての定数(初期条件) $x_i(0)$ について、収束繰り返し計算の任意の時点から2回の連続した繰り返し過程において、両時点で得られた定数の値 $x_i^{(n)}(0)$ と $x_i^{(n-1)}(0)$ の差(絶対値)が、どちらか大きい方の定数値(絶対値)の1割以下となる」とき、これを収束したものと判断した。

図-4に定数解析結果の1例を示す。図に示すハイドログラフは、実測流出量と準線形化手法の適用により得られた推定流出量とを対比したものであるが、同図に示すように実測とモデルとの適合度は良好である。

図-5、図-6には、繰り返し過程における定数の収束過程ならびに累積二乗誤差の収束過程を示す。

図-5に示す定数の収束過程についてみると、極めて単調に収束の様相を呈し、繰り返し回数も7回程度であることから計算コスト面においても十分実用的であると考えられる。

一方、図-6に示す最適化基準とした累積二乗誤差の収束過程についてみると、準線形化手法による最終的な収束解列は、流出モデル式として提示した(1)、(2)式の表現範囲において、実測データに最も近づいたところで収束するわけであるが、同図に示すように必ずしも単調収束性は保障されない。

このことより、収束判定基準としてデータとの誤差がある値以下となるとして判定を行なうことは危険であり、今回提示した判定基準の妥当性が確められた。

つぎに、モデル定数と流域の特性値との関連を把握するために、流出モデルを図-4と同一洪水時に隣接の流域に適用した結果を図-7(a)に、図-4と同一流域に他の洪水を適用した結果を図-7(b)に示す。

図-7(a)に示す同一洪水時における他流域での定数解析結果をみると流域の粗度、勾配といった流域特性との関連を有する定数 k については、図-4に示すA流域とその値を異にしているが、地質、前期降雨といった流域の特性との関連を有する流出率を規定する定数 a については、同様の値となる。

このことより、対象とした2つの流域が同一の地質を形成し、降雨の地域的偏りが無いことを考えると、流出率は、流域の湿潤状態を表わす前期降雨に大きく影響を受けるものと考えられる。

A流域を対象として他洪水時について定数を解析した結果が図-7(b)であり、流出率を規定する定数 a の値が大きく異なることより、以上のことが検証できる。

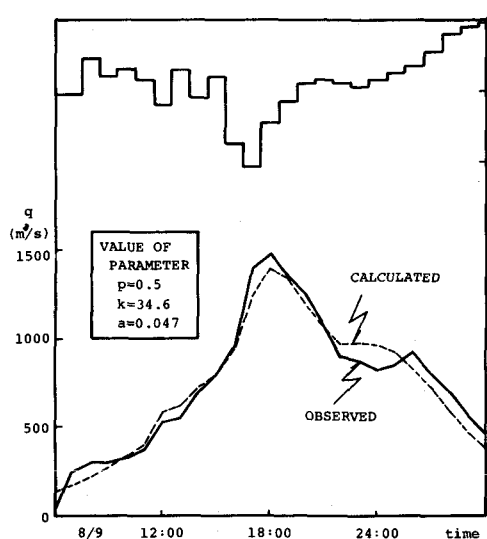


図-4 定数解析結果 (A流域)

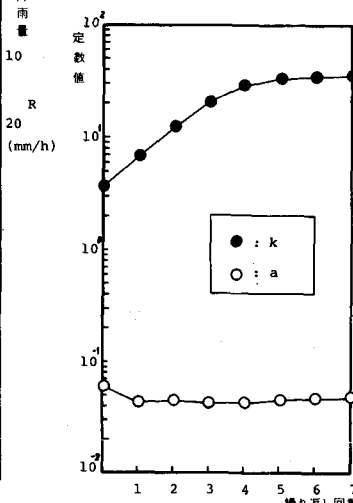


図-5 定数の収束過程

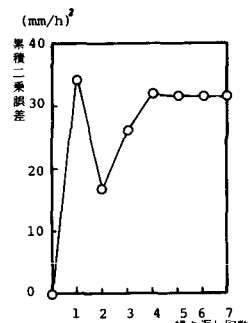


図-6 累積二乗誤差収束過程

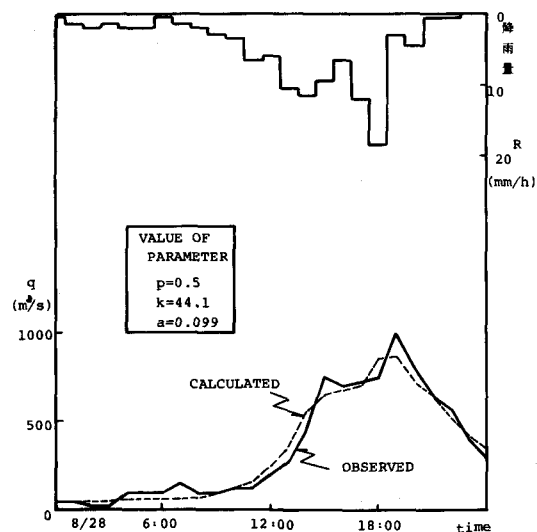


図-7(a) 定数解析結果 (A流域)

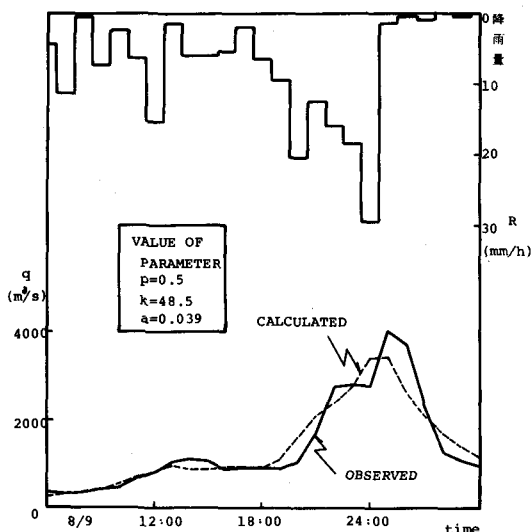


図-7(b) 定数解析結果 (B流域)

4. おわりに

本稿では、洪水時を対象とした実用的な流出解析手法の確立を目指し、貯留関数法における有効雨量の算定方法を考察するとともに、定数解析に際しての試行錯誤を解消する1手法として準線形化手法の適用を試み、以下の成果を得た。

- ① 貯留関数法における流出率の取り扱いを累加雨量の関数として表示することにより、従来の流出率の時間的変化を連続的な変化に拡張することができる。
- ② 集中定数系の微分方程式に含まれる未知定数の自動決定化を可能とする準線形化手法を流出モデルの定数決定に用いることより、従来の定数解析の煩雑さが回避できる。

今後の課題を以下に示す。

流出モデルについては、

- ① 流出率と流域の湿潤状態を表わす先行降雨指数 API との関連の把握。
- ② 洪水期間中におけるモデル定数の時間的変化の検討。

定数解析におけるアルゴリズムについては、

- ① 制約条件付非線形最適化手法の確立。

〔参 考 文 献〕

- 1) 木村俊晃；貯留関数法の最近の進歩、第22回水理講習会論文集、pp. 191~196, 1978.
- 2) 萩原・中川・森野；堤防安全度評価に関する研究、NSC研究年報、VOL. 6, №2, 1978.
- 3) たとえば、田口玄一；実験計画法(上)(下)、丸善、1977.
- 4) 日本河川協会編(建設省河川局監修)；河川砂防技術基準(案)、山海堂、1978.
- 5) 萩原・中川・蔵重；準線形化手法の適用による農業用水を考慮した流域水循環システム解析、NSC研究年報、VOL. 8, №1, 1980.