

月別降雨流出特性曲線による河川流量の推定について
TIME VARIANT MONTHLY UNIT HYDROGRAPH

電源開発株式会社
正員 高島康夫

1. まえがき

河川開発計画の立案に際し、長期間にわたる流量資料は不可欠であり、とくに季節による流量変動が大きい河川については最低月単位の流量を必要とする。本研究は月雨量より月流量を推定するための一モデルを考案し実河川について適用したものである。

2. 月流量の推定式の誘導

一般に流域の降雨の流出にはタイムラグがあり、とくに低水の流出は長期にわたるため、ある月の流量の推定には数ヶ月前の降雨にまでさか上つての検討を必要とする。水文現象のじゅんかん単位である12ヶ月をその最大値として仮定することは妥当であろう。

一方降雨の流出は流域の地中水分量により変化するものと考えられる。しかるにこの地中水分量は季節により変動するから、降雨の流出特性も季節によりことなることとなる。したがって月毎に流出特性曲線を設定し、各月の降雨の、以降各月における流出成分を求め、これらの流出成分を流出月別に集計すれば各月流出量の推定値が得られる。この推定値と実測値を比較し、各月の誤差の絶対値の総和を最小ならしめるような特性曲線を求める。

さて第*i*月(*i*は各月に附した一連番号)の流量*R_i*を次式であらわす:

$$R_i = \sum_{n=1}^n K_{m,n} \cdot P_{i-n+1}$$
 (1)

ここに、 $m = i - 12 \cdot \ell$, $\ell = \text{Integer part of } (i - 1) / 12$

次表は本式の理解に便なるよう附したもので簡明のため、カウンター*n*の上限度*N*＝4として示してある。

		Runoff Months									
		...	11	12	13	14	15	16	17	18	...
Monthly Rainfalls	...	...									
	P 8	...	K 11, 4P 8								
	P 9	...	K 11, 3P 9	K 12, 4P 9							
	P 10	...	K 11, 2P 10	K 12, 3P 10	K 1, 4P 10						
	P 11		K 11, 1P 11	K 12, 2P 11	K 1, 3P 11	K 2, 4P 11					
	P 12			K 12, 1P 12	K 1, 2P 12	K 2, 3P 12	K 3, 4P 12				
	P 13				K 1, 1P 13	K 2, 2P 13	K 3, 3P 13	K 4, 4P 13			
	P 14					K 2, 1P 14	K 3, 2P 14	K 4, 3P 14	K 5, 4P 14		
	P 15						K 3, 1P 15	K 4, 2P 15	K 5, 3P 15	K 6, 4P 15	
	P 16							K 4, 1P 16	K 5, 2P 16	K 6, 3P 16	...
	P 17								K 5, 1P 17	K 6, 2P 17	...
	P 18									K 6, 1P 18	...
	...										...

Table 1 Runoff Components

上式において K は各月降雨に対する以降各月の流出成分の流出係数である。したがって K は負値となることはなく、上表において各行の K の和は常に1に等しいかあるいは1以下であり、さらに一つの行にらんでいる各 K はその左どりの K の値に等しいかあるいはそれよりも小さくしなければならない。すなわち

$$\left. \begin{aligned} K_{m,n} &\geq 0 \\ K_{m,1} + K_{m+1,2} + \dots + K_{m+11,12} &\leq 1 \\ K_{m,1} &\geq K_{m+1,2} \geq \dots \geq K_{m+11,12} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし、 $m=1, 2, \dots, 12$ 、また $m+1, \dots, m+11$ が13以上となるときは12を差引いた値とする。第3番目の制約式は横ならび流出係数の単調減少条件をあらわすが、その減少の形態をたとえば指数曲線で規定するなどの一方的拘束ではなく、当然かつきわめてゆるやかな制約である。また第2番目の制約式の不等記号は降雨の全量が必ずしもすべて河川流出量とはならないことを示している。すなわち蒸発散その他によるロスを考慮に入れたものである。従来のユニット・ハイドログラフは主として高水量の計算を目的としているため有効降雨量の全量が河川流出するものと定めており、この式の不等号が等号となった場合に相当する。(従って、ユニット・ハイドログラフを用いて河川流量の推定を行うためには基底流量の流出については別途の推定を行なう必要が生ずる)。この点が本研究による流出特性曲線が従来のユニット・ハイドログラフとことなる点の一つである。

さて既述のように流域の地中水分量は季節により変化するが、ここではその変化は一年を週期として繰返されるものとする。したがって各月別の流出係数は各年において一定であると仮定する。すなわち年によつてことなる乾季あけ雨季入りの時期のずれやあるいは全年を通じての豊水年、渇水年等の相違を無視することとなる。この仮定導入による流出量の推定誤差の増大は当然予想されるところであるが、後述のリニアプログラミングによる計算の単純化と誤差の許容限度の引下げの相反する要求に対してどの辺に妥協点を求めるかの問題であり、ここでは前者を選ぶこととする。

3. リニアプログラミング・モデルの形成

第 i 月の推定流量および実測流量をそれぞれ R_i 、 R'_i とすれば流量推定の全期間について推定値と実測値との誤差の絶対値の総和 E は次式であらわされる：

$$E = \sum_{i=i_1}^I |R'_i - R_i| \quad (3)$$

この式中 R_i は上記(1)および(2)式により与えられる。また i_1 は流量推定開始の第1月であるが、上述のごとくこの月の流量を推定するためにはそれ以前数ヶ月の雨量の観測値を必要とするので雨量観測開始月の月番号($i=1$)よりおくれでスタートすることとなる。後述の計算では便宜上 $i_1=13$ とした。さて(3)式の E の値を最小ならしめるように R_i 、詳言すれば(1)式の K の値を求めるのが目的である。そのためまづ(3)式を次のように変形する。

$$\text{Min. } E = \sum_{i=i_1}^I [(R'_i - R_i) \vee (R'_i - R_i) + (R_i - R'_i) \vee (R_i - R'_i)] \quad (4)$$

ここに $\vee(R'_i - R_i)$ はステップ・ファンクションとよばれるもので次式により定義される：

$$\psi(R_i' - R_i) = \begin{cases} 0 & \text{for } R_i' < R_i \\ 1 & \text{for } R_i' \geq R_i \end{cases} \quad (5)$$

すなわち、推定値 R_i が実測値 R_i' より大きい場合はステップ・ファンクション $\psi(R_i' - R_i)$ の値は 0 となり、逆に R_i が R_i' より小さいかあるいは等しい場合のみこのファンクションの値は 1 となる。また $\psi(R_i - R_i')$ についても同じ考え方により定める。この結果 (4) 式の右辺の第 1 項は、 R_i' が R_i より大きいあるいはこれに等しいときのみこの項は 1 となり、第 2 項は逆に R_i が R_i' より大きいあるいはこれに等しいときのみこの項は 1 となり、いづれも負値をとらない項となる。したがってさらにつぎの変換を導入することができる：

$$R_i' - R_i = U_i - V_i \quad \begin{cases} U_i = 0 & \text{for } R_i' < R_i \\ V_i = 0 & \text{for } R_i' \geq R_i \end{cases} \quad (6)$$

$$U_i, V_i \geq 0$$

この結果、目的関数である (4) 式は次のように線型化される：

$$\text{Min. } E = \sum_{i=13}^I [U_i + V_i] \quad (7)$$

$$\text{Subject to } U_i - V_i + R_i = R_i', \quad i = 13, 14, \dots, I$$

$$U_i, V_i \geq 0$$

(7) の各式に (1) および (2) 式を加えたものが、一連のリエアプログラミングのモデルを形成する。リエアプログラミングのプログラムは大方のコンピューターセンターのライブラリーに格納されているのであらたにプログラムを作成する必要はない。所定のコーディングシートに雨量および流量の実測値および、上記制約式を記入し計算センターに回付すればよい。たゞしコーディングシートへの記入に先立ち上記各式の展開式をマトリックス型式に書き表わす必要があり、このためかなりの手間を要するが、これは一度つくっておけばすむものである。なお上記ステップ・ファンクションによる変換式の誘導ならびにリエアプログラミングの理論についてはそれぞれ巻末の文献その他専門書にゆづる。

4. 計算例

計算例としてタイ国東部地方カンボジアとの国境附近を南流しタイ湾にそそぐ延長約 100 Km の H U A I S A T O 川をとる。この川の中流地点に設置されている観測所における雨量および流量の記録値の生の数字をそのまま計算に用いた。この観測所の流域面積 190 Km² の内、雨量観測は流域の南端に 1ヶ所あるのみで、こゝでの観測値が流域の平均雨量を示すとは必ずしも云えない。したがって以下における計算においてもかなりの誤差が含まれるであろうことは覚悟しなければならない。しかしながら月単位の雨量としてとりあつかうと、この地点から西方約 30 Km にあるチャンタブリ市における雨量観測記録との相関がすぐれていること（相関係数 = 0.94）およびこの流域は主として標高 100 ~ 300 m の丘陵性の地形からなっており、流域内において地形に起因する急激な気象の変化は考えられないことから、この観測所のデータをもつて流域の平均雨量とみなしても大きなあやまりはないものと考えられる。

インプットに用いた雨量は1970年から1977年までの8年分、また流量データは1971年から1977年までの7年分である。リニアプログラミングのプログラムはIBMのMPSX/370によつた。計算規模の概要はLPの行数229行、変数の数は541でLPの要素数1921に対し、1599回の繰返し計算の結果(7)式のEの最小値2005.98mmがえられた。使用コンピューターはIBM-S/370M-148で計算時間は903秒を要した。計算結果えられた流出成分係数Kの値を横ならびに配置し、従来のユニットハイドログラフの型式にプロットしたものを次図に示す。

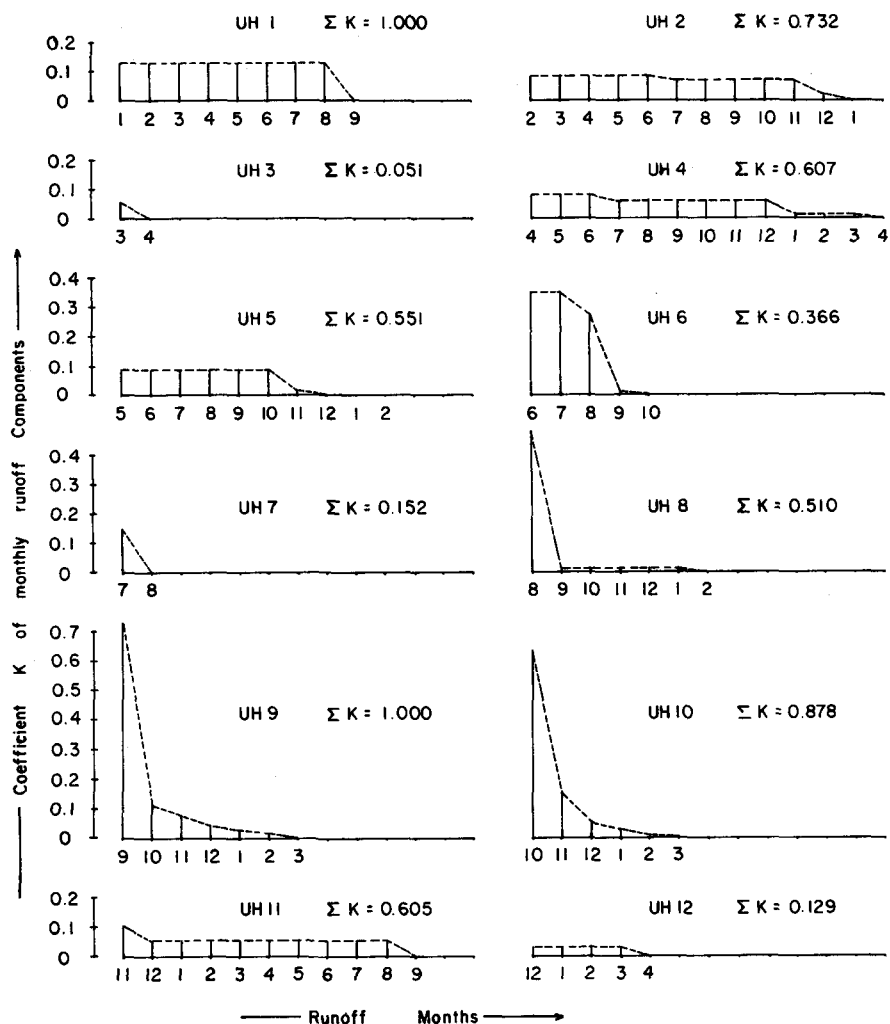


Fig. 1 Time Variant Monthly Unit Hydrographs

この図から次のような興味ある結果がよみとれる。すなわち雨期(6~10月)に降った雨は当初の流出率が高くその後の月では急激に減衰しせいぜい6ヶ月で0となる。減衰の形は指数曲線にやゝ類似している。これに反し乾期(11~5月)に降った雨はその後の各月を通じほとんど平坦な形で推移し、概して持続期間は雨期より長い。このような現象は実際の現地における観察と一致している。

つきにかくして得られたKの値を用いて逆に雨量から流量の推定を行った。この計算には前述の(1)式

がそのまま使用できる。Kを求めるのに使用した1977年迄のデータからさらに1ヶ月追加分のデータが入ってきたので1978年をテスト期間として追加した。計算結果と実測値を対照させてプロットしたものを次図に示す。

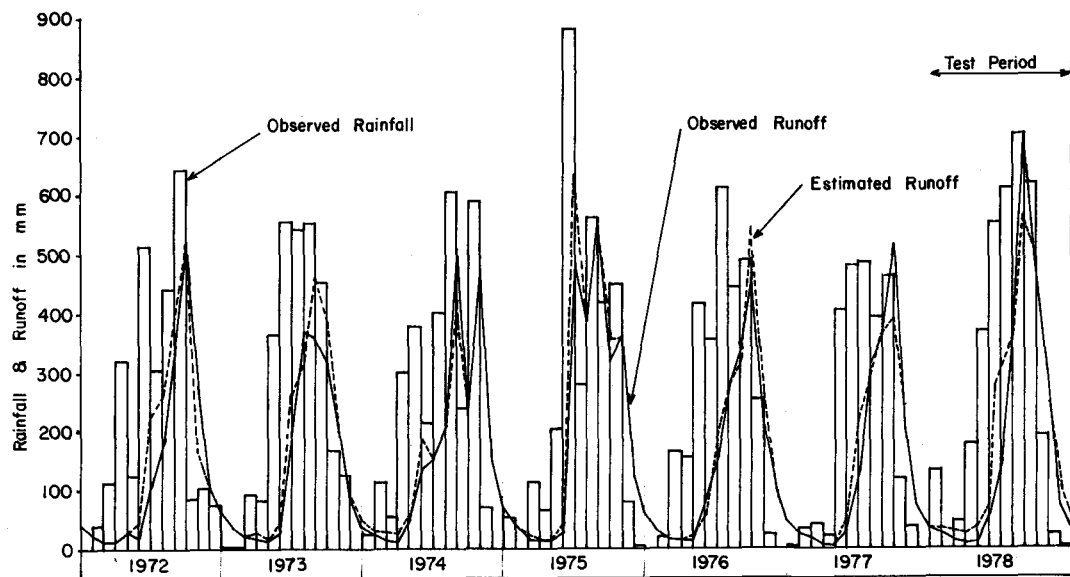


Fig. 2 Rainfall & Runoff Observed & Estimated
at BAN SATO KAENG KUNG, CHANTABURI, THAILAND, CA = 190 km².

本図から概観しうるように実測値と推定値とはかなりよく一致しており、とくに乾期の低水部分の適合がよい。これは最適解を求める目的関数を誤差の自乗の和でなく、絶対値の和を最小ならしめるようにとつたことによる結果と考えられる。したがって本方法による流量推定はとくに低水量の推定に威力を発揮するものとおもわれる。

さらに客観的な適合性の判定を行うために、テスト期間である1978年の推定値について統計の分野において広く用いられているKOLMOGOROV SMIRNOV TESTを行った。テスト結果は5%の有意レベルにおいてパスし、推定流量が実測流量と同じ確率分布曲線をもつものであることがたしかめられた。(Fig. 3参照)

5. 結論

上記タイ国の河川の実例以外に本邦およびSouth Koreaの河川についても計算をこころみたが結果はいずれも同様の傾向を示している。たゞタイ国程雨期と乾期の区別が極端でないで流出特性曲線の形も指数曲線型を示す月が多くなってくる。しかしいづれの場合にも雨期と乾期とで曲線の形は明らかに相違しているのがみとめられる。これは降雨の流出特性が地中水分量によって変化する(したがって季節によって変化する)とした当初の仮定の妥当性を証するものである。したがって月毎にこれらの流出曲線を設定し、地中水分量の変化に対応せんとする本研究のねらいは当を得ているものと考えられる。

この流出特性曲線を月毎に変化させたところが従来のユニットハイドログラフとことなる点の他の一点であつて数学的には一定であるべきコンボリューション積分のケルネルを時間によって変るようにしたことに対応する(したがってもはやコンボリューション積分ではない)。

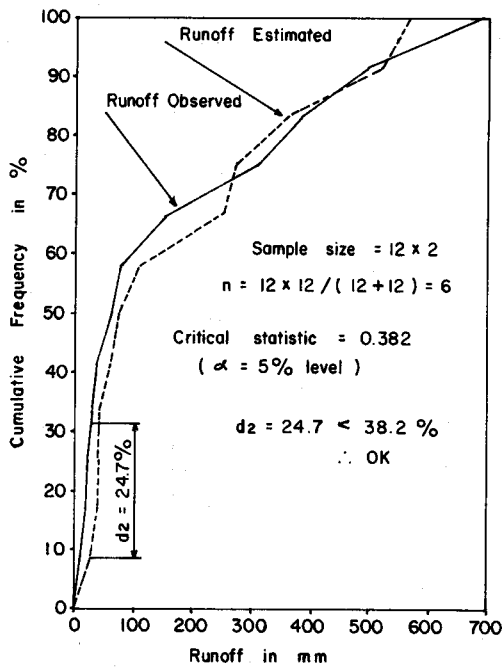


Fig 3 Kolmogorov Smirnov Test

計算例からもわかるとおり、この方法を用いて河川の流出量を推定した結果は実測値との適合が良好であり、充分実用に供しうることがわかった。

おわりに、HUAISATU川の流量および雨量データの提供に応じていただいたタイ国、国家動力庁の諸官、また多数回の大型計算を引受けていただいた開発計算センターの各位、ならびに研究の全般に関し貴重な助言をたまわった東工大 日野教授に深甚な謝意を表します。(終)

参考文献

- 1) Ven Te Chow : Handbook of Applied Hydrology, McGraw-Hill, pp.14-13 ~ 14-15, 1964
- 2) Robert M. Stark & Robert L. Nicholls : Mathematical Foundations for Design, McGraw-Hill, pp.494 ~ 495, 1972
- 3) Jack R. Benjamin & C. Allin Cornell : Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers, McGraw-Hill, p.509, 667, 1970
- 4) Katta G. Murty : Linear and Combinatorial Programming, John Wiley, pp.106 ~ 109, 1976
- 5) Mokhtar S. Bazaraa & C. M. Shetty : Nonlinear Programming, John Wiley,
- 6) IBM : Mathematical Programming System Extended, MPSX/370, 1975