第25回水理講演会論文集　1981年２月

複断面開水路流れの特性と抵抗則に関する研究

On the Large Scale Eddies and the Resistance Law in Composite Channels

東京大学工学部　正員　玉井　信行
長岡技術科学大学建設系　正員　河原　能久

1．序

わが国の河川に於ては複断面形状を採用している例は数多く見られる。しかしながら，通常の流れの解析は１次元的に行われるため，横断面内あるいは幅方向の流れの特性については十分な研究が為されているとは言い難い。この原因は，研究の必要性がない故ではなく、流れの複雑さの故に進展していない部分も多いことと考えられる。従来の研究の対象は，等流公式により流量を算定する場合の径深の決定法[1),2),3)]，２次流と乱れの計則[4),5)]などである。これらの結果，低水路と高水敷の接合部付近には水面中央に向い上昇する２次流が存在することと，ほぼその位置が断面内でせん断応力が作用しない面となり，そこで断面を分割することが径深の算定に対して妥当であることが判明している。

従来行われているもう１つの系列の成果には，水面の流動を可視化し，その特性を観測したものがある[6),7)]。この系列における研究は低水路内の流れと高水敷上の流れとの相互干渉に着目しているのが特色と考えられ，接合部付近の水面には規則性をもった大規模な渦が存在していることが報告されている。

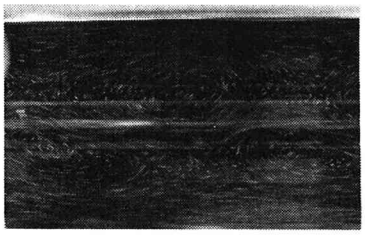
上述したように複断面開水路流れの観測は相当数行われているが，その内部構造の統一的解釈，あるいはそれに基づいた水理学的な解析が十分に得られている段階ではない。本研究は第２の系列の結果に着目し，接合部付近の大規模渦と流れを可視化法により把握し，それに基づいた抵抗則のモデルを提案する。

2．接合部における流れのモデル化

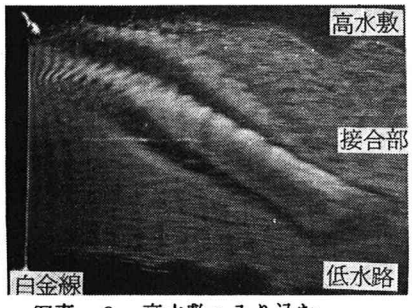
前述したSellin[6)]および木下[7)]の観測による接合部の流れの特徴は，水面にかなり規則的な渦運動を伴なう点にある。これは我々の実験[8)]によっても確認され，主流部と高水敷部の流速の平均値で台車を移動させて撮影された例を写真－１に示す。

高水敷および低水路に接合部をまたいで設置した白金線に通電し，水素気泡の動きを撮影したものが写真－２である。これに依れば，主流部の流質が上昇しながら高水敷部へ侵入している様子を読みとることができる。このように接合部においては規則的な大規模渦に伴なって，主流部と高水敷上の流れとが交換されていると推測され，この相互干渉が複断面水路の流れの特徴と考えられる。この様子は水面に散布したアルミニウム粉末の流動状態からもうかがえる（写真－３参照）。これらの渦の水理的な詳細については後に第５章に述べるが，ここでは接合部の流れを図－１の如くモデル化し，相互干渉に伴なう抵抗の変化を解析する際の基礎とする。

3．付加抵抗に関する理論的考察



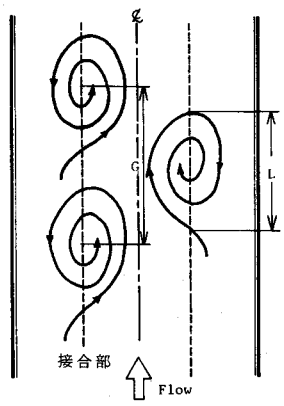
写真－1　接合部の渦
(F11,1.0s)



写真－２　高水敷へ入り込む
上昇流（F4,1/8s）

写真－３　水面の斜め写真

複断面水路の流れにおける水位－流量曲線には次のような特徴があることが知られている。その1は，水位が上昇して高水敷部にまで水位が及ぶとき，高水敷上の水深が浅い間は全流量が低水路満杯流量より減少することである。その2は，高水敷上の水位が上昇しても，全流量は低水路及び高水敷部それぞれ独立に計算された流量の和に達しない点である。これらの原因を接合部に存在する離散的な大規模渦に求め，その評価法を考察するのが本章の目的である。



図－1　接合部の流れ

3.1　付加せん断応力

図－1に示すように接合部付近に存在する渦により低水路部の高速流と高水敷上の低速流との間に流質の交換が生ずる。この過程は流量の観点からは，当然のことながら低水路と高水敷との間で平衡している。しかし輸送される運動量を考えると，低水路側には一方的に損失であり，高水敷側には一方的に利得となる。すなわち，高水敷上から低速水塊が低水路に入る際には低水路側は減速され，その反作用として高水敷側は加速される。また，低水路から高速の水塊が高水敷側に侵入する際には高水敷側は加速され，低水路側は反作用として減速される。こうした低水路と高水敷との水流の相互干渉こそが複断面水路の流れの特徴であり，この運動量輸送に伴なう付加抵抗が主流域である低水路の流れを減衰させ，単断面水路の単なる和とは異なる現象が出現するものと考えられる。

図－1に示す渦の内部の代表流速をV，渦の流下方向の代表長さをL，水表面の流下速度のうち，低水路中心位置での値をU_1，高水敷中心位置での値をU_2，$\Delta U = U_1 - U_2$，水の密度ρ，高水敷部の水深をhとすれば，高水敷側が与えられる運動量Mは渦1つあたりにつき次式で示される。

$$M = \rho V \cdot \Delta U \cdot Lh \tag{1}$$

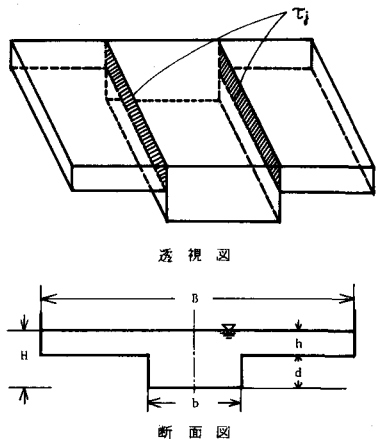
対象としている渦は写真－1，3に示されるように交互に存在するものと考えられる。また，流下方向にはこれが周期的に存在しているので，この交互の2つの渦を考察の1単位とする。

式(1)に於ては水理量は水深方向に一様と考えているが，V，ΔUに補正係数α_1, α_2を考えると次式となる。

$$M = \alpha_1 \alpha_2 \rho V \cdot \Delta U \cdot Lh \tag{2}$$

片側の接合部に作用する，この運動量交換に伴なう付加せん断応力の平均値をτjとすれば（図－2参照）$\tau jhG = M$である故，次式を得る。Gは大規模渦の中心間隔である。

$$\tau j = \alpha_1 \alpha_2 \rho LV \cdot \Delta U / G \tag{3}$$



図－2　水路形状及び記号

3.2　付加せん断応力が流量に及ぼす影響

従来の実験に於る水位－流量曲線は，すべて等流状態に対して得られている。従って，エネルギー勾配は低水路，高水敷に対して同一である。しかし，この同一性は見掛けのものであり，内実を次のように考える。等流である限りエネルギー勾配は常に底勾配に等しい。しかしながら，何らかの付加抵抗が働くと，エネルギー勾配と流量は一定のままで，水深が増加することになる。このように抵抗の要因が複数の場合に取られる手段として，要因別の径深分割，あるいは勾配分割が可能である。複断面水路接合部は固定壁でなく，流量算定時の潤辺の取り方にも問題が残っている段階であるので，ここでは径深を扱わず，勾配分割法を採用することとする。すなわち，見掛けのエネルギー勾配Iは底勾配に等しいが，大規模渦の存在を考慮した有効エネルギー勾配Ieは低水路と高水敷とで異なるものと考える。

この問題では高水敷の有効エネルギー勾配はＩより大であり，従って，この部分を流れる流量は単断面の場合より増大する。また，低水路部では有効エネルギー勾配はＩより減少し，流量は単断面の場合より減少することになる。

渦に基づく運動量交換による損失水頭勾配を、Ieddyと書く。すると，低水路及び高水敷の有効エネルギー勾配Iem，Ief　はそれぞれ次のように書かれる。

$$Iem = I - Ieddy \quad , \qquad Ief = I + Ieddy \tag{4}$$

接合部に作用する付加応力と損失水頭との関係は次式で示される。

$$\rho \ g \ \Delta heddy \ A = 2 \ \tau j \ \Delta x \cdot h \tag{5}$$

ここに，Ａは全流水断面積である。従って，式(3)を用い，$\beta = L / G$とおけば

$$Ieddy = 2 \ \alpha_1 \ \alpha_2 \ \beta \ hV \cdot \Delta U / gA \tag{6}$$

となる。式(6)を用いて式(4)を書き直せば，有効エネルギー勾配は次式で与えられる。

$$Iem = I \left(1 - \frac{2 \alpha_1 \alpha_2 \beta hV \cdot \Delta U}{gAI} \right) \quad , \quad Ief = I \left(1 + \frac{2 \alpha_1 \alpha_2 \beta hV \cdot \Delta U}{gAI} \right) \tag{7}$$

次に，複断面水路の流量を考える。既報によれば水路断面の分割法にも２～３の方法があるが，ここでは分割法そのものが目的でなく，接合部の大規模渦の効果を評価することが目的であるので，分割法は最も単純な形式とする。すなわち，低水路部分の側壁を鉛直上方に延長し，低水路の高水敷との２つの単断面に分割する（長方形断面を対象）。流水断面積Ａ，粗度係数ｎ，径深Ｒに添字のｍとｆを付し，それぞれ低水路，高水敷における諸量を示す。渦による相互干渉を考えない場合の流量をＱとし，これを考えた場合の有効流量をQe とする。

$$Q = (Km + Kf) \ I^{1/2} \quad , \quad Qe = Km \ Iem^{1/2} + Kf \ Ief^{1/2} \tag{8}$$

ここに，

$$Km = Am \ Rm^{2/3} / nm \quad , \quad Kf = Af \ Rf^{2/3} / nf \tag{9}$$

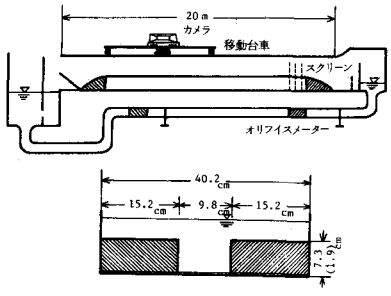
である。$\Delta I = 2 \alpha_1 \alpha_2 \beta hV \cdot \Delta U / gAI$とおけば，流量比は次式で与えられる。

$$\frac{Qe}{Q} = \left\{ Km (1 - \Delta I)^{1/2} + Kf (1 + \Delta I)^{1/2} \right\} / (Km + Kf)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \frac{Km - Kf}{Km + Kf} \Delta I - \frac{1}{8} \Delta I^2 - \frac{1}{16} \frac{Km - Kf}{Km + Kf} \Delta I^3 + \cdots\cdots \tag{10}$$

4．実験装置及び実験方法

実験水路は左右対称な複断面形状を有する可変勾配水路である（図－３参照）。流入端には２次元的なベルマウスを設け，その下流には流入時の境界特性による渦動を消去させる目的でメッシュ間隔の異なる３枚の金網を配置した。下流端には水深調節用の堰を置き，計測は上流端より１１ｍ～１４ｍの区間において等流状態を確認した後に行った。低水路側壁の高さは7.3㎝と1.9㎝の２種である。



図－３　実験装置及び水路

計測された内容は，(i)直径５ｍｍのプロペラ流速計による点計測，(ii)米ぬかを使用したトレーサー法による水面渦の流し撮り，(iii)水素気泡法による高水敷以上の位置に於る流況の可視化である。(ii)の流し撮りの際の台車速度は，低水路中央と高水敷中央の表面流速を浮子で測定し，その平均値を標準とした。接合部近傍の流速がこの規準に適合しない場合には、現像ネガで最も映像が鮮やかに得られる台車速度を試行錯誤で求めた。実験における水理条件，計測条件の一覧を表－１に示す。表中の径深Ｒは，全流水断面積Ａ，低水路内全水深Ｈ，水路全幅Ｂを用いて，Ｒ＝Ａ／（Ｂ＋２Ｈ）として求めた。摩擦速度Ｕ＊は底勾配とＲを用いて算定された。

表－１　実　験　条　件

(unit : cgs)

CASE	高水敷高さ d	低水路内水深 H	全断面平均流速 U_o	摩擦速度 U_*	$Re=\frac{U_oR}{\nu}$	$Fr=\frac{U_o}{\sqrt{gR}}$	表面流速 低水路中央 U1	表面流速 高水敷中央 U2	表面流速 流速差 ΔU	水面渦 流下速度 Uc	水面渦 流下方向スケール L/b	水面渦 渦内代表速度 v	$v/\Delta U$
1	7.3	9.28	24.4	1.32	7180	0.48	32.7	25.2	7.5	30.5	0.92	0.9	0.12
2	7.3	9.23	26.2	1.46	6760	0.52	28.8	20.1	8.7	25.5	0.93	0.7	0.08
3	7.3	9.30	14.4	0.88	4340	0.28	19.6	14.9	4.7	16.1	1.1	0.75	0.16
4	7.3	9.33	9.1	0.51	2670	0.18	12.3	9.9	2.4	10.7	1.4	0.55	0.23
5	7.3	8.42	11.0	0.72	2290	0.24	20.4	12.0	8.4	19.1	0.83	0.75	0.09
6	7.3	10.62	23.8	1.41	7950	0.41	24.3	22.1	2.2	24.1	0.76	0.66	0.30
7	1.9	2.16	11.4	0.84	713	0.45	23.9	0	23.9	9.9	0.77	1.3	0.05
8	1.9	2.82	10.8	0.85	1290	0.31	19.5	12.7	6.8	14.8	0.78	1.3	0.19
9	1.9	2.86	14.9	1.11	1750	0.43	28.1	16.0	12.1	21.0	0.83	1.65	0.14
10	1.9	3.84	14.6	1.00	2820	0.33	25.4	19.6	5.8	22.5	0.81	1.85	0.31
11	1.9	3.86	22.5	1.38	4260	0.50	31.0	24.2	6.8	26.9	0.82	2.15	0.32

5。実験結果及び考察

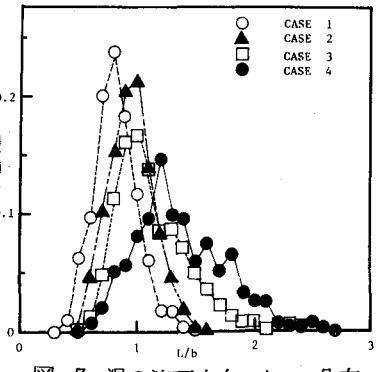
5－1　接合部における規則的渦

接合部水面にみられるスケールの大きな渦は，交互に並び流下する。この渦の特性として，流下方向長さスケール，流下速度，渦内の横断方向代表速度（横断方向最大流速平均値の１／２）に注目し，写真より判読した。実験は，水深，水路床勾配いずれかを変化させた。まず，水路床勾配を１／２０００に保ち，水深を変化させた場合の結果が表－２である。渦の流下方向スケール，渦内代表流速を極大にする水深（Ｈ≒９*cm*）が存在することがわかる。次に，これとほぼ同じ水深を保ち，水路床勾配を変化させ，流速差を変えた実験結果が図－４である。これより水路床勾配が大きくなり，流速差が増すにつれ，渦の平均スケールもスケールの分散も減少することが知られる。すなわち，渦のスケールを極大にする水深が存在するが，スケールの極大値は水路床勾配により変化する。また，同じ水深で，水面下の横断方向の流況を水素気泡法により可視化した。白金線を高水敷上３つの高さに張り低速縞の通過頻度を計測した結果が図－５である。これより，接合部付近に流下方向の流速の低い領域が存在すること，高水敷側壁に近づくにつれて低速縞の通過ピーク間隔が高水敷上水深の２倍となることがわかる。これらは，接合部付傍では，渦運動に伴なう低水路側壁に沿う上昇流が高水敷に乗り上がるが，高水敷側壁に近づく

表－２　水深変化と渦の特性変化

(unit : cgs)

低水路内水深 H	表面流速 低水路中央 U1	表面流速 流速差 ΔU	水面渦 流下速度 Uc	水面渦 流下方向スケール L/b	水面渦 渦内代表速度 v	$v/\Delta U$
6.31	24.9	—	22.7	0.47	—	—
7.27	25.1	—	20.8	0.51	—	—
7.51	25.5	25.0	20.0	0.84	1.5	0.03
8.34	27.2	10.1	22.4	0.87	1.9	0.09
9.03	27.1	8.1	24.0	0.93	2.2	0.14
9.33	27.1	7.7	24.2	0.92	2.0	0.13
9.95	27.6	5.7	26.4	0.91	1.6	0.14

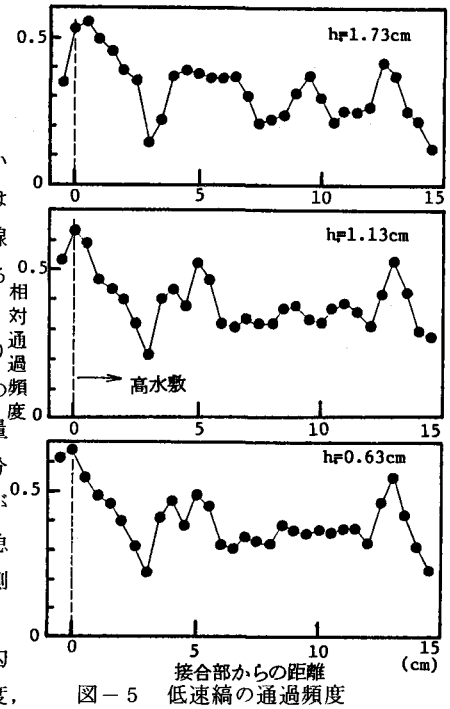


図－３　渦の流下方向スケール分布

につれ単断面の開水路流れの流況に近づくことを示す。

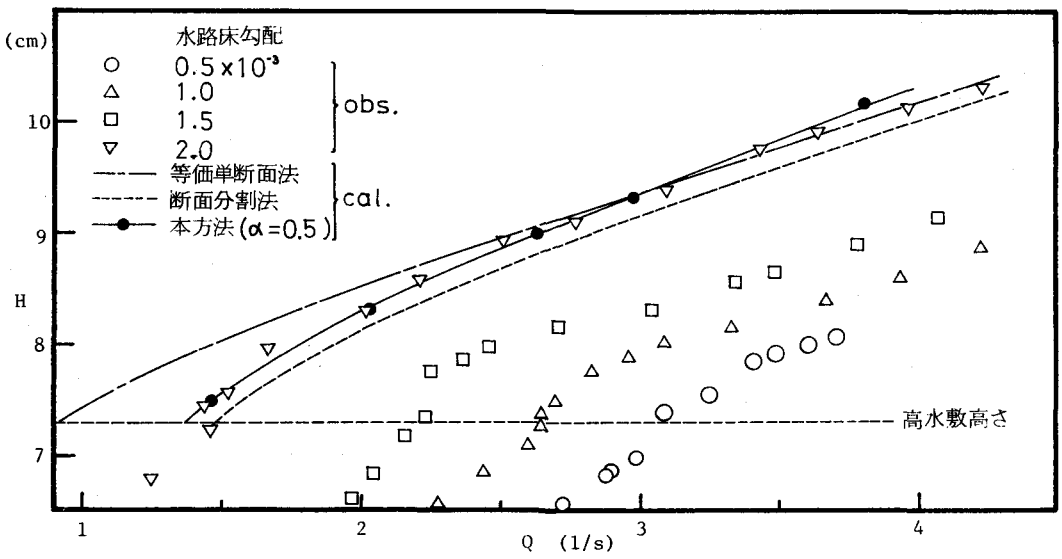
5－2　水位－流量曲線

図－6に水位と流量との関係を示す。図中に記号で記入されているのが実験値である。これを見ると水位が高水敷に上った直後には流量は低水路満杯流量より減少していることがわかる。図中の破線は低水路部と高水敷部に分割し，接合部に作用する抵抗は0であるとして各部の流量を算定し，その和を取ったものである。（式$(8)_1$に相当）。粗度係数nの値については，低水路満杯時の測定値より定めた値を用い，$n_m = n_f$としている。他の算定方式におけるnの値についても同一の値を採用している。この破線で表わされる流量は実験値よりかなり大き目の値を示す。図－6の一点鎖線は断面分割をせずに，全断面を単断面と考えた場合の関係を表わす。水位が高水敷に達した途端に潤辺長が急増するので，この時点で流量が急減し，高水敷上の水深が相当に大きくなるまで水位が高まると実測値に漸近することが分かる。



図－5　低速縞の通過頻度

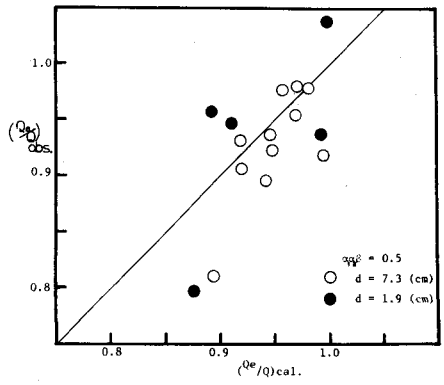
図－6の実線は式$(8)_2$による有効流量を示す。有効エネルギー勾配は式(7)により算定されている。理論式における渦運動の代表速度，両水路部の速度差などには実測値を代入しているが，係数α，βを定める資料は殆んどない。ここでは式(7)における$\alpha_1 \alpha_2 \beta$の積を総合的に0.5とおいて計算している。この数値に対する1つの根拠は次の通りである。等流速線図が得られている場合につき，低水路と高水敷部の平均流速の差を求めると，これは水面中央での流速差ΔUより約20％大となる。しかし，水面における横断方向の平均的な速度差はΔUより小さいと考えられる。渦内の代表速度の鉛直分布については現段階では不明であるが，これらを総合して$\alpha_1 \alpha_2 \sim 1$と考える。強い大規模渦は左右岸に交互に並ぶ傾向が強く，この渦が連続している場合には$\beta = 1$であり，対岸に渦が存在している部分だけは渦が無い場合に$\beta = 0.5$となり，実際は$\beta = 0.5 \sim 1$と考えられる。式



図－6　水位 ― 流量曲線

(10)より Qe／Q を計算し実測値と比較すると，総合的な減衰係数を0.5～0.75とすれば良好な結果が得られる。この係数については現状ではオーダ的な議論しかできないのでより単純な数値としている。

図－6より判断するに，係数値に未だ不十分な点を残してはいるものの，大規模渦による付加抵抗を考えるモデルは複断面水路の流れの特徴をよく表現しているものと考えられる。さらに，図－7には有効流量と分割断面に対する流量の和との比率が示されている。理論値は式(10)の結果であり，分布に伴なう係数は総合的に見て0.5の場合である。実線は理論と実測値とが一致する場合を示す。実線から大きく外れる場合もあるが，この原因は算定される和流量Qによると思われる。この場合には水位によって変化する粗度係数に対して，一定値を用いたことにも問題があると思われるが，粗度係数の算定法自体が1つの研究対象であるので，ここではこれ以上の詳細には触れない。



図－7　流量予測と実験との比較

6。結　論

接合部に存在する大規模渦に着目して複断面水路の流れを考察してきた。本研究によって得られた結論は下記の通りである。

(i) 接合部の渦の流下方向の代表長さLは，高水敷上の水深の増大と共に一旦増加し，極大値をとった後漸減する。また，Lは同時刻に水面に存在する渦に対して一様でなく，分布を有する。分布の peak は水路床勾配が大となると小さくなる傾向にある。

(ii) 渦内の横断方向代表速度Vも代表長さと同様に，高水敷上の水深が中位のときに極大となる。Vと，低水路と高水敷との中央間の速度差ΔUとの比も，同一の変化特性を示す。

(iii) 複断面水路流れにおいては，大規模渦に伴ない低水路部と高水敷部の流質が交換していることが可視化により推測される。この運動量交換に着目し，大規模渦の水理量を用いた付加抵抗，および流量減衰の評価式を得た。

(vi) 大規模渦に関する実測値を用いて得られた水位－流量曲線は，実験値とほぼ一致し，流れの特性をうまく再現し得た。従って，高水敷部に水位が達した場合の複断面水路の流れの特異な振舞いは，接合部に発生する渦と密接な関係があることが立証された。

(v) 接合部付近の流れの構造のより詳細な追跡は今後の課題である。

実験・資料整理に協力して頂いた東京大学応用水理研究室修士1年池内幸司，学部4年川島文治の両君に記して謝意を表わす。

参考文献

(1) Yen, C. and Overton, D. E. ; Jour. Hydr. Div., Proc. ASCE, vol. 99, Hy.1, pp219–238,1973
(2) Myers, R. C. and Elsawy, E. M. ; Jour. Hydr. Div., Proc. ASCE, vol. 101. Hy. 7, pp. 933－946, 1975
(3) Rajaratnam, N, and Ahmadi, R. M. ; Jour. Hydr. Div. ASCE, vol. 105. Hy. 5, pp. 573–588, 1979
(4) Tracy, H. J. ; U. S. Geological Survey, Professional Paper, 983, 1976
(5) 今本博健，久下俊夫；京大防災研究所年報第17号B，pp。665－679，1974
(6) Sellin, R. H. J.; La Houille Blanche, No. 7, pp. 793－802, 1964
(7) 木下良作；第14回水工学に関する夏期研修会講義集，A－7，pp。1－17，1978
(8) 河原能久，玉井信行；第35回年次学術講演会講演概要集，II－213, pp. 422–423, 1980