

## 粗面開水路における浅い流れの抵抗則

Resistance to Shallow Flows in Rough Open Channels

神戸大学工学部 正 員 神 田 徹  
 神戸大学大学院 学生員 ○ 土 井 和 吉

## 1. まえがき

開水路流れの抵抗特性は水路形状、水路床の粗さはもとより、種々の水理条件に関係しており、従来多くの研究によって重要な知見が得られていることは周知の通りである。特に、粗度要素の規模に比べて水深が十分に大きい流れについては、粗度要素近傍における流れの性状と流体抵抗の関係がかなり一般的に明らかにされており、また一方、水深が極めて小さい流れについても、流れの安定問題や抵抗則が理論的、実験的に検討されている。これに対して、両者の中間的な流れ、すなわち水深が粗度高さと同程度の流れの抵抗特性が両者の抵抗則といかなる関係にあるかについては未だ統一的な説明がなされていない。この問題に関して本研究は、水路床にガラス球の粗度要素(直径1.12mmおよび12.4mm)を付着した実験水路において、水深が約1mm から数10mm の範囲の流れに注目し、いわゆる薄層流から通常の(水深の大きい)開水路流れに至る間の抵抗特性を実験的に明らかにしようとするものである。粗度要素は上記の大小2種類の粗度球を用い、それぞれ粗度密度を変えて実験を行なった。また大粒径粗度については流体抵抗に及ぼす粗度配列の影響を検討した。

## 2. 抵抗係数の定義および既往の研究

抵抗係数をDarcy-Weisbachの式に準じて次式で定義する。

$$f = 8gSh/U^2 = 8gSh^3/q^2 \quad (1)$$

ここに、 $U$  は断面平均流速、 $S$  は水路床勾配、 $h$  は水深、 $q$  は単位幅流量である。本研究では相対水深すなわち粗度高さに対する水深の比が、十分に大きくない流れを対象としている。このような流れでは底面摩擦抵抗とともに個々の粗度要素に抗力(形状抵抗)が作用し、後者が大きなウエイトを占める。したがって、(1)式の $f$ は抗力と摩擦抵抗との和(全抵抗)に対する係数である(この意味で $f$ を摩擦係数でなく抵抗係数とよぶ)。

(1)式で定義される $f$ に関して、床面の粗滑および層流、乱流領域に対応して次のような関係式が得られている。まず、滑面開水路の層流に対しては

$$f = 24/Re \quad (2) \quad \text{ここに,} \quad Re = Uh/v = q/v \quad (3)$$

の関係が成立する。滑面の乱流に対して $f$ はBlasiusの式、Prandtl-von Kármánの式で与えられる。

一方、粗面開水路において、レイノルズ数の小さい領域で次式の関係

$$f = K/Re \quad (K > 24) \quad (4)$$

があることが薄層流に関する実験によって知られている。<sup>1~4)</sup>ここに、 $K$ は水路床勾配の関数<sup>1)</sup>あるいは相対水深の関数<sup>2)</sup>などといわれているが、粗度要素の材料や規模などによって(4)式が成立する範囲は変化し<sup>3),4)</sup>また層流状態において $K > 24$ となる理由についても十分な説明がなされていない。

レイノルズ数が十分大きい粗面乱流領域に対しては、実験室や河川での実測に基づいた抵抗則がいくつか示されている<sup>5)</sup>。それらの多くは、抵抗係数 $f$ と相対水深 $h/d$ ( $h$ は水深、 $d$ は粗度高さ)の関係を次式のPrandtl-von Kármánの対数型式で表わしている。

$$\sqrt{8/f} = A \log(h/d) + B \quad (5)$$

ここに、 $A$ 、 $B$ は粗度要素の形状、間隔などによって異なる定数である。しかし相対水深が小さくなればこの対数式では抵抗則を統一的に表現できないことが実験で示されている。<sup>6),7)</sup>また、山地河川のように

粗度要素が水深と同程度の規模の場合には、流体抵抗の解析には小規模粗度のような境界層理論は用いられないとして、粗度要素に作用する抗力について実験的検討が行なわれている。<sup>8),9)</sup> このように粗面乱流についても、相対水深、粗度要素の規模、形状、配列などによって抵抗特性は微妙に異なるので、未だ抵抗則の一般的な表現を得るに至っていない。

### 3. 実験装置、方法および粗度要素の配列

実験水路は長さ5.8m、幅30cmで、水路床および側壁はアクリル樹脂製の可変勾配水路である。水路床に下記のような配列で粗度球を接着した。この水路に上流端の水槽から一定流量を給水して等流状態をつくり、水理量を測定した。流量の測定は下流端の三角堰またはメスシリンダーで、水深の測定は1/10mm読みのポイントゲージによった。水深の測点は流れが等流状態とみなしうる下流端から2.0m、2.4m、2.8mの各断面で3点、計9点であり、各測点の水深の平均値を等流水深とした。ただし、水面変動の大きい場合には測点数を若干増減した。

粗度要素としてガラス球を所定の密度で水路床面に接着した。大小2種類のガラス球を用い、それぞれ直径は $d=12.4\text{mm}$ 、 $d=1.12\text{mm}$ である。粗度密度は次式で定義される。

$$C = N A_r / A \quad (6)$$

ここに、 $N$ は面積 $A$ の床面積に含まれる粗度球の数、 $A_r$ は1個の粗度球の床面への投影面積である。

粗度要素の配置は、 $d=1.12\text{mm}$ の粗度球についてはランダムであるがほぼ等間隔に分布するようにした。 $d=12.4\text{mm}$ の粗度球については次の4種の配列である。(1) 千鳥状配列(配列-1)、(2) 格子状配列(配列-2)、(3) 縦配列(配列-3)、(4) 横配列(配列-4)。 $C=0.1$ の場合の配列を図-1に示す。配列-1および配列-2は所定の粗度密度(この場合は $C=0.1$ )を持ち、縦方向(流れ方向)と横方向の間隔ができるだけ等しくなるような配列である。以下の5節では配列-1について $C$ を変えた場合の実験結果を示し、6節では同一の $C$ の値についてこれらの配列の影響を考察する。本実験で用いた粗度密度 $C$ 、水路床勾配 $S$ 、単位幅流量 $q$ を表-1に示す。

### 4. 小粒径粗面上の流れの抵抗則 ( $d=1.12\text{mm}$ )

(1) 式から求めた $f$ の値と $Re$ との関係の1例を図-2に示す。層流領域では全ての水路床勾配について $f$ の値は(2)式の値より大きく、これに平行な直線上に

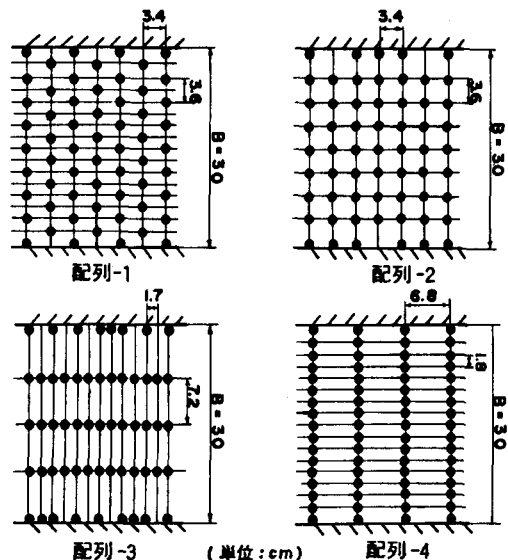


図-1 粗度要素の配列( $C=0.10$ )

表-1 実験諸量

| d(mm) | Pattern | C      | S       | $q(\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}})$ |
|-------|---------|--------|---------|-------------------------------------|
| 1.12  | random  | 0.0625 | 0.00353 | 0.34<br>61.0                        |
|       |         | 0.113  | 0.00807 |                                     |
|       |         | 0.250  | 0.0130  |                                     |
|       |         | 0.377  | 0.0272  |                                     |
|       |         | 0.625  | 0.0400  |                                     |
|       |         |        | 0.0520  |                                     |
| 12.4  | 配列—1    | 0.050  | 0.004   | 0.41<br>217.0                       |
|       |         | 0.100  |         |                                     |
|       |         | 0.210  |         |                                     |
|       |         | 0.300  |         |                                     |
|       |         | 0.410  |         |                                     |
|       |         | 0.616  |         |                                     |
|       | 配列—2    | 0.900  | 0.008   |                                     |
|       |         |        | 0.015   |                                     |
|       |         | 0.050  | 0.030   |                                     |
|       |         | 0.100  |         |                                     |
|       |         | 0.300  |         |                                     |
|       |         | 0.616  |         |                                     |
|       | 配列—3    | 0.040  | 0.050   |                                     |
|       |         |        |         |                                     |

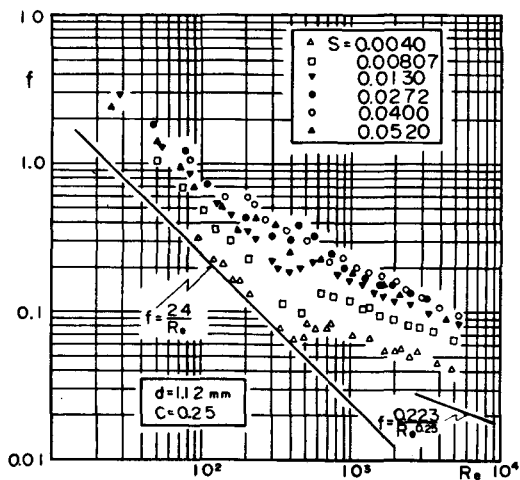


図-2  $f-Re$  関係

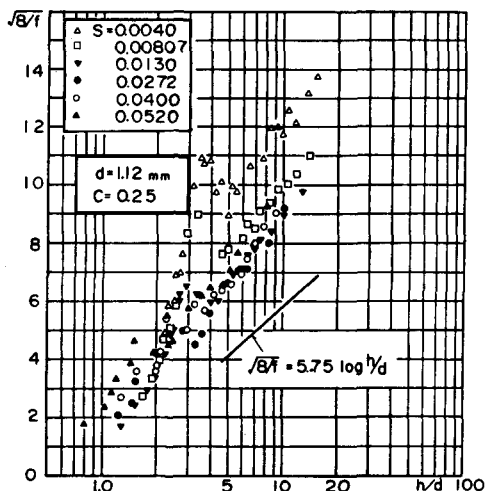


図-3  $\sqrt{8/f}-h/d$  関係

の。すなわち、(4)式： $f=K/Re$  の関係があり、 $K$ は勾配と粗度密度の関数として $K=a S^b$  で表わされる。ここに、 $a$  の値は粗度密度によって変化し、 $C \doteq 0.25$  で最大値をとる。 $b \doteq 0.380$  である。この $K$  の値が滑面層流に対する理論値 24 よりも大きくなる理由として次のようなことが考えられる。

(a) 摩擦抵抗の作用面積の増加：粗度球は小粒径であるため殆どのケースで水中に没している。しかしその場合でも、水面から粗度球の頂点までの水深は粗度高さに比べて十分に大きくない。このため床面近くの水が粗度球の周辺を流ることによる潤辺の増加が摩擦抵抗の増加となってあらわれ、 $f$  が見かけ上滑面の値より大きな値をとることが考えられる。そこで、粗度密度の値に応じて補正した潤辺を用いて $f$  の値を求めてみると、 $K$  の値は滑面に対する値24にかなり近づき、水路床勾配による差異はほとんど認められなくなった。<sup>10)</sup> (b) 流れの曲進：粗度要素近傍の流れは曲進するため直進する場合に比べて流下経路が長くなり、平均的エネルギー勾配は水路床勾配より小さくなる。(1)式においてこの $S$  の値が影響すると考えられる。(c) 粗度要素に作用する抗力：個々の粗度球下流側には規模は小さいが渦が発生しており、したがって抗力が作用する。 $K > 24$  となる理由としては以上のような事項が考えられるが、各々の影響を独立に定量評価することが困難なため、この領域の抵抗則についても検討の余地が残されている。

レイノルズ数が増しある値になれば流れは乱流に遷移し、 $f$  の値は急増して $f=K/Re$  の直線から離れる。乱流領域ではBlasius の式とほぼ平行に $Re$ の増加とともに $f$  は減少する。水深が粗度高さに比べて十分に大きくなれば、(5)式の対数則に漸近するはずである。図-3 は $\sqrt{8/f}-h/d$  の関係を示すが、実験値はこの水理条件( $h/d$ の領域と $C$  の値)では5.75 より急な傾きの直線上に並ぶ。

層流から乱流へ遷移する点の限界レイノルズ数  $Rec$ は図-4のようである。 $Rec$  は勾配の増加とともに減少するが、粗度密度による差は少ない。また、レイノルズ数の定義において水深の代わりに粒径を用いて $Rd=Ud/\nu$  とすれば、その限界レイノルズ数は勾配による差が小さい。<sup>11)</sup> これらのことから、乱流への遷移は流れの内部の不安定に起因するものと考えられる。

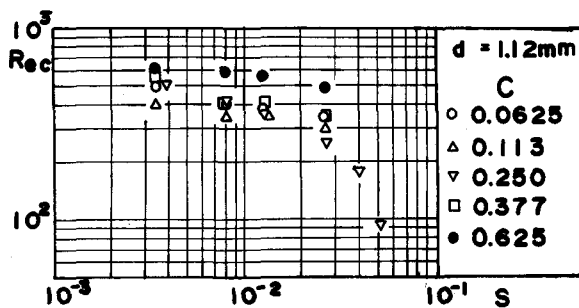


図-4 限界レイノルズ数

## 5. 大粒径粗面上の流れの抵抗則 ( $d=12.4\text{mm}$ , 配列-1)

### 5.1 抵抗係数

(1) 式における水深  $h$  として, 次の幾何学的基準面からの水深  $h'$  を用いて  $f$  を求める.

$$h' = h - \Delta h_0 = h - NV/A \quad (7)$$

ここに,  $\Delta h_0$  は水路床面から基準面までの高さ,  $V$  は粗度球 1 個について水面より下にある部分の体積,  $h$  は水路床面からの水深である. ここで,  $h/d \geq 1$  のとき,  $\Delta h_0 = (2/3)dC$  である.

(1)  $f$  とレイノルズ数との関係

$f$  と  $Re$  との関係の 1 例を図-5 に示す.

$Re$  が小さい領域では勾配に関係なく (2) 式:

$f = 24/Re$  の直線上にのる.  $Re$  が小さく, したがって相対水深が 1 に比べて十分小さいときは,

水面下の体積が小さいので粗度球は流れに対してほとんど障害とならず, 流れはおおむね直進する. したがって層流状態が維持され滑面と同じ抵抗則に従う.  $Re$  が増加して相対水深がある程度の値になれば粗度球下流側の後流域から乱れが生じ, 同時に  $f$  の値は急増する.  $f$  は極大値をとり, さらに  $Re$  が増せば (2) 式に近い傾きで減少する. この乱流領域の  $f-Re$  関係は勾配によって位相をずらせた形を示している. 他の粗度密度についても  $f-Re$  の関係および勾配による相異はこの図と同様である.

$f$  の値が  $f = 24/Re$  の直線から離れはじめる点のレイノルズ数  $Rec$  は図-6 のようであり, 前述の小粒径の場合に比べて粗度密度による差が著しい. 粗度密度が大きい場合には小さいレイノルズ数でも  $h/d$  が大きく, 後流域の規模が大きいために流れは乱れやすい. この点において, 乱流への遷移の機構は小粒径の場合と異なるように思われる.

(2)  $f$  と相対水深との関係

$f$  と  $h/d$  との関係を図-7 に示す. ここに, 横軸の  $h$  は水路床を基準とした水深で,  $f$  は (7) 式の  $h'$  を用いて求めた値である. 図-5 で  $f = 24/Re$  の直線上に並ぶ点はこの図では 1 つの線にのらないのは当然であるが,  $Rec$  に対応する  $h/d$  の値より大きな  $h/d$  の領域 (乱流領域) では水路床勾配による差は極めて少なく,  $f$  と  $h/d$  の間にはほぼ一意的な関係が存在する. いずれの粗度密度でも  $h/d \approx 1$  で  $f$  は極大値をとる.  $h/d > 1$  の領域について図-3 と同様に  $\sqrt{8/f} - h/d$  をプロットすると実験値は一直線にのらず, 本実験範囲 ( $h/d \leq 4$ ) では対数則は成立しない. 粗度密度  $C$  による  $f$  値の相異を示せば図-8 のようである.  $h/d \leq 1$

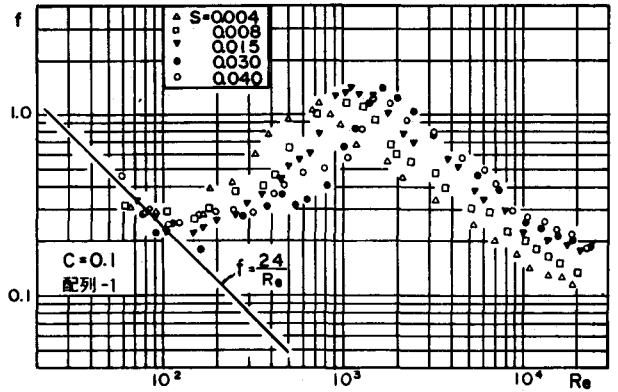


図-5  $f-Re$  関係

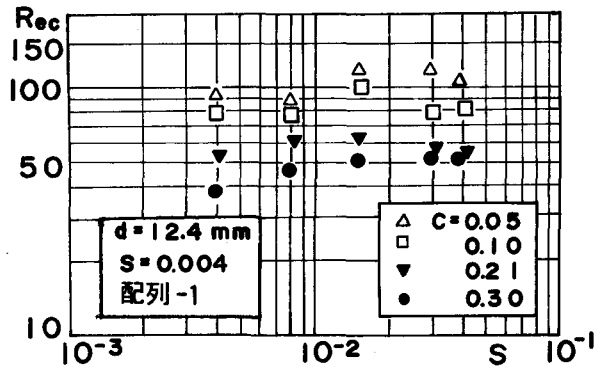


図-6 限界レイノルズ数

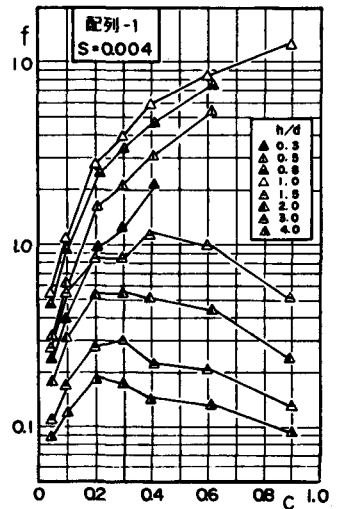


図-8  $f-C$  関係

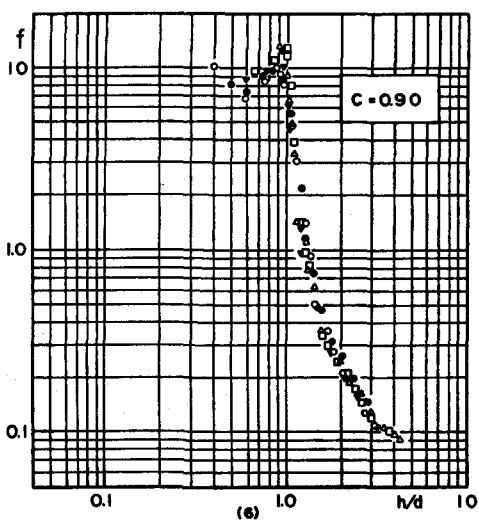
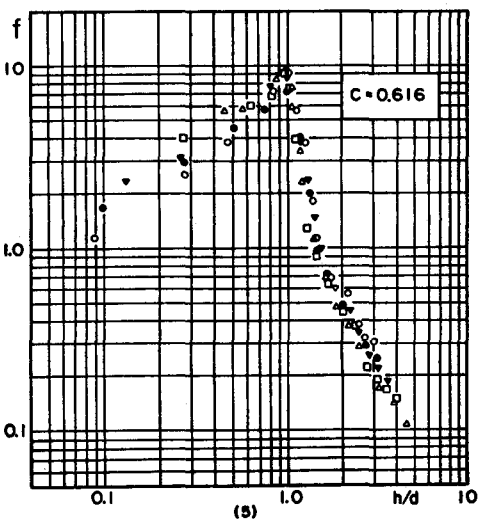
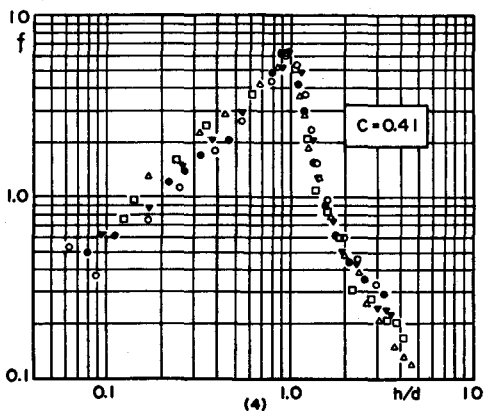
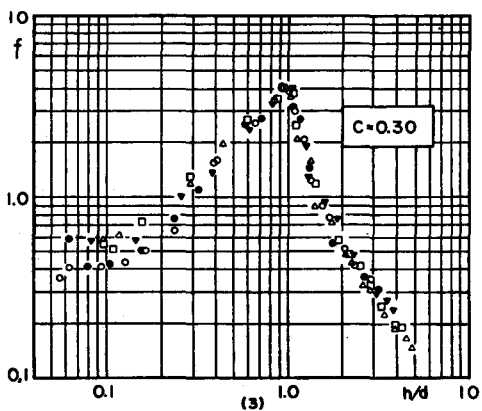
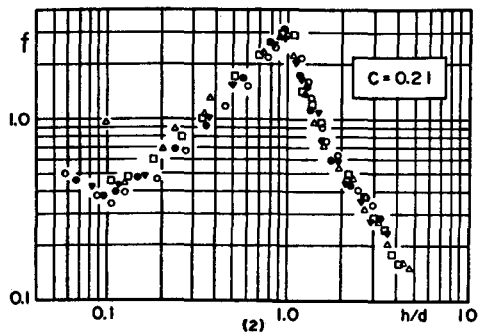
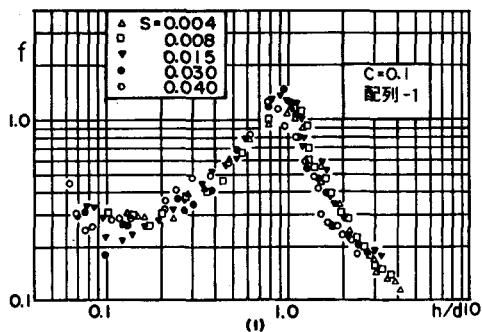


図-7  $f-h/d$  関係

の領域では  $C$  の増加とともに  $f$  も増加している。これは粗度要素間の相互干渉が少なく、1 個の粗度球に作用する抗力が粗度密度にそれほど関係しないことを示唆する。 $h/d > 1$  の領域では  $C$  が十分大きくなれば水路床は擬似滑面の状態に近づくため  $f$  の値は小さくなり、ある  $C$  の値で  $f$  は最大値をとる。すなわち、水理学的最粗面となる。この  $C$  の値は図のように  $h/d$  によって異なるが ( $C=0.2 \sim 0.4$ )、相対水深が大きい場合 ( $h/d=2 \sim 4$ ) の  $C \approx 0.25$  は O'Loughlin<sup>6)</sup> の実験値とほぼ同じ値である。

## 5. 2 抗力係数と粗度密度との関係

粗面上の流れに作用する抵抗力は、境界面に作用する摩擦抵抗と個々の粗度要素に作用する抗力の和からなる。面積  $A$  の水路床に作用する抵抗力は、摩擦抵抗の作用面積を  $A_f$ 、粗度球の抗力係数を  $C_d$  とすれば

$$\frac{f}{8} \rho U^2 A = \tau A_f + N C_d \frac{\rho U^2}{2} A_d \quad (8)$$

で与えられる。ここに、 $\tau$  は単位面積当りの摩擦力、 $N$  は床面積  $A$  に含まれる粗度球の数、 $A_d$  は粗度球の水没部分の鉛直面への投影面積である。本実験のように粗度密度の規模が比較的大きくなれば摩擦抵抗に比べて抗力が支配的であるので、右辺の第一項を無視すれば近似的に次の関係が得られる。

$$f \approx 4\theta C_d \quad (9)$$

$$\text{ここに, } \theta = NA_d/A \quad (10)$$

すなわち、 $\theta$  は流れ方向の粗度密度で、粗度球が完全に水没すれば ( $h/d \geq 1$ )、 $\theta$  は粗度密度  $C$  と等しい値をとる。

図-9 に  $S=0.004$  の場合の  $C_d-h/d$  関係を示す。ここに示した  $C_d$  は後流が観察された流れの  $f$  の値から (9) 式により算出したものである。 $h/d \leq 1$  では粗度密度による  $C_d$  の差が小さい。これは粗度要素が密集しても、個々の粗度要素に対してはほぼ独立に抗力が作用していることを意味する。 $h/d$  が 1 を越えると  $C_d$  は  $h/d$  の増加とともに急激に減少する。また  $C$  の増加とともに  $C_d$  は減少するので、前述のように  $f$  の値はある  $C$  に対して最大になるものと考えられる。

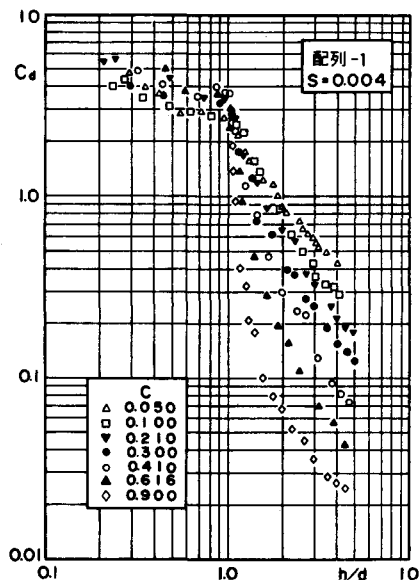


図-9  $C_d-h/d$  関係

## 6. 粗度配列の影響

配列-2, 3, 4 に対する  $f-Re$  の関係および  $f-h/d$  の関係は、上記の配列-1 に対する関係と定性的に変わらない。各配列に対する  $f-h/d$  の関係を同一の粗度密度  $C=0.1$  および同一の水路床勾配  $S=0.004$  について比較すれば図-10 のようである。 $f$  の大きさは一般に、(配列-4) > (配列-1) > (配列-2) > (配列-3) の順である。図-11 は配列-1 と配列-2

について同一相対水深、同一勾配における  $f$  と  $C$  の関係を示したものである。これらの図から、 $h/d$  が 1 より若干小さいとき配列による  $f$  値の差が大きいことがわかる。これは、粗度要素の遮蔽効果が、その水深では配列ごとに大きく異なるためである。 $h/d$  の増加とと

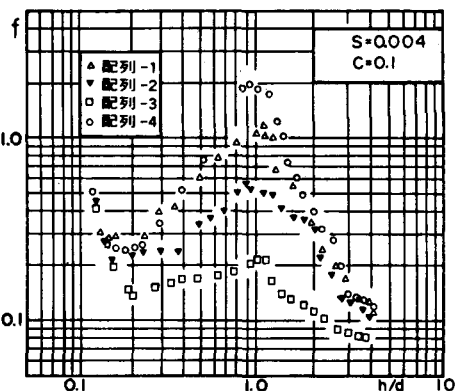


図-10 粗度配列の影響

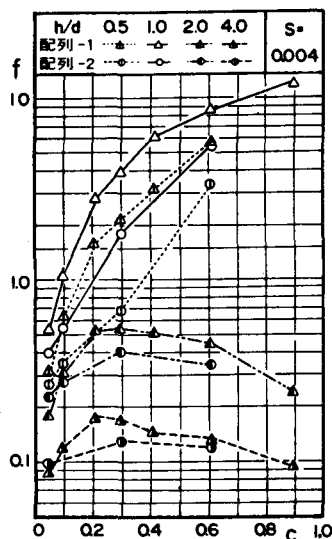


図-11  $f-C$  関係

もに配列による  $f$  値の差は小さくなる。

配列による  $f$  値の相異が流れの性状とどのように関係しているかをしらべる一方法として、水面での流れの横方向乱れを観察した。水路中心線上の1点からパンチくずを1個づつ計100個を流し、1～2 m 下流の断面における拡がり幅をしらべた。拡がりの程度を示す指標として標準偏差  $\sigma$  を用い、これを水路幅  $B$  で

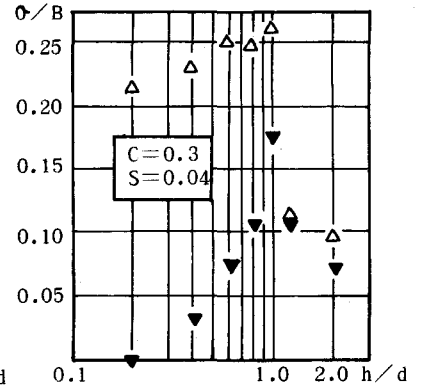
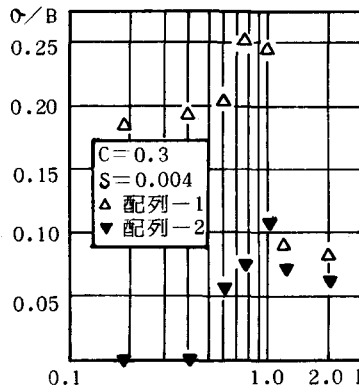


図-12  $\sigma/B-h/d$  関係

除した値を  $C=0.30$  について示せば図-12のようである。配列-2の場合、 $h/d \leq 0.2$  では流れは横方向に拡がらないが、 $h/d$ の増加とともに粗度球下流側の渦が発達して乱れが大きくなり、パンチくずの拡がり幅は増加して  $h/d \approx 1$  で最大となる。 $h/d > 1$  では水面での乱れに及ぼす粗度要素の影響は小さくなり、したがってパンチくずの拡がり幅も減少する。配列-1の場合は  $h/d=0.2$  で流れはすでに乱れているため、 $h/d \leq 1$  では配列-2よりも  $\sigma/B$  は大きい。配列-1, 2ともに  $h/d=1.0$  の付近で  $\sigma/B$  が極大値をとる形状は  $f-h/d$  の関係(図-7(3))と類似している。このことは、 $f$  の値が粗度要素による流れの横方向乱れと有意な関係にあることを意味すると言えよう。

## 7. 結 論

床面にガラス球を付着した人工粗面において、水深が粒径と同程度の流れの抵抗則を実験的に検討した。得られた結果を要約すれば次の通りである。

(1) 小粒径( $d=1.12\text{mm}$ )の粗面では、層流領域で  $f=K/R_e$  の関係がある。ここに、 $K$  は水路床勾配(あるいは相対水深)によって異なる定数であり、滑面層流の理論値24より大きな値をとる。乱流領域では対数則が成立するが、(5)式の係数  $A$  は本実験の条件では5.75より大きな値をとる。

(2) 大粒径( $d=12.4\text{mm}$ )の粗面では、層流領域で  $f=24/R_e$  の関係が成立する。乱流領域では  $f-h/d$  の関係は水路床勾配による相異が少なく、ほぼ同一の曲線で表わされる。 $f$  は  $h/d \approx 1$  で極大値をとる。

(3) 粗度球の抗力係数  $C_d$  の値は、 $h/d \leq 1$  の領域では粗度密度による差は少なく、 $h/d > 1$  の領域では粗度密度の増加とともに小さい値をもつ。この結果、 $h/d \leq 1$  では粗度密度の増加とともに単位床面積当りの抵抗力(あるいは  $f$  の値)が増加し、一方  $h/d > 1$  ではある粗度密度( $C=0.2 \sim 0.4$ )の床面が水理学的最粗面になるものと考えられる。

(4) 粗度配列による  $f$  値の相異は粗度要素の遮蔽効果により生ずる。したがって、 $h/d$  が1よりやや小さい水深において  $f$  値の差が顕著になる。

(5) 流れの横方向乱れと  $f$  値の間には有意な相関が認められた。

本研究では、抵抗係数が粗度要素に関するパラメータに対していかなる関係にあるかを検討した。得られた抵抗特性と流れの挙動・機構との詳細な関連性については今後の課題としたい。

本研究において有益な御助言を賜った神戸大学工学部、篁 源亮教授に謝意を表します。また実験において熱心な御助力を頂いた中後 豊君に謝意を表します。

#### 参考文献

- 1) Woo, D.C. and E.F.Brater : Laminar Flow in Rough Rectangular Channels, Journal of Geophys. Res., Vol.66, No.12, Dec., 1961.
- 2) Phelps, H.O. : Friction Coefficients for Laminar Sheet Flow over Rough Surfaces, Proc. Instn. Civ. Engrs., Part 2, Vol. 59, Mar., 1975.
- 3) 神田徹・喜久里政宏 : 粗面上の薄層流の抵抗則に関する実験的研究, 第23回水理講演会論文集, 1979.
- 4) 端野道夫・猪熊秀之 : 急勾配粗面上の雨水流実験と抵抗則の推定, 第23回水理講演会論文集, 1979.
- 5) Sayre, W.W. and M.L. Albertson : Roughness Spacing in Rigid Open Channels, ASCE, HY3, 1961.
- 6) O'Loughlin, E.M. and E.C. Macdonald : Some Roughness Concentration Effects on Boundary Resistance, La Houille Blanche, No7, 1964.
- 7) Bayazit, M. : Free Surface Flow in a Channel of Large Relative Roughness, Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol.14, 1976.
- 8) Judd, H.E. and E.F. Peterson : Hydraulics of Large Bed Element Channels, Utah State Univ., 1969.
- 9) Bathurst, J.C. : Flow Resistance of Large-Scale Roughness, ASCE, HY12, 1978.
- 10) 神田徹・喜久里政宏 : 粗面上の薄層流の抵抗則に関する考察, 建設工学研究所報告, 第20号, 1978.
- 11) 神田徹・土井和吉 : 相対粗度の大きな流れの抵抗特性, 建設工学研究所報告, 第22号, 1980.