

跳 躍 粒 子 の 存 在 確 率 に 関 する 研 究
Study on the Existence Probability of Saltating Particles

早稲田大学理工学部 学生員 ○井筒 庸雄
早稲田大学理工学部 正 員 吉川 秀夫
早稲田大学理工学部 藤堂 正樹
早稲田大学理工学部 片山 道夫

1. 序 論

掃流砂を単一粒子ごとに追ったとき、その運動形態は、各時間ごとに変動し、転動、跳躍等をくり返しているが、その中で全体にわたって特徴的なことは、砂粒が、河床底面につき抜けられないという条件である。筆者らは、底面から鉛直方向の各位置にくる粒子の確率を考えることにより、これを存在確率として表わし掃流砂の現象を統一的に表現することを目指している。

本研究では、この存在確率に関して実験を通して検討した。

2. 実験

風洞中に直径 3.78 cmの半球を粗度として敷きつめ、いくつかの比重 (γ_s) の球について、転動、跳躍して進む球の軌跡をビデオに撮り、粒子の Z 方向の存在の頻度分布及び流れ方向の速度を求めた。なお、この実験において乱れによる浮遊の影響は、球の径が十分大きいので無視してよく、従って球の運動は、ほぼ完全に掃流状態における運動を表わしていると考えてよい。

表-1 に実験条件、図-1 に座標軸、図-2 に球の軌跡の模式図をそれぞれ示した。

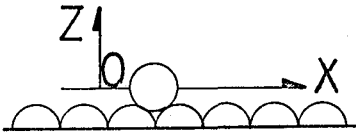


図-1 座 標 軸

ここで、 $\bar{u}(z)$; 断面平均流速、 U ; 球の速度、 γ_s ; 球の比重、 D ; 球の直径、である。

Run	$\bar{u}(z)$ (m/s)	U (注) (m/s)	γ_s	D $\times 10^2$ (cm)	U (m/s)	
A	5.56	6.38	0.089	3.80	1.20	○
B	7.86	6.83	0.170	"	1.13	"
C	9.60	10.8	0.275	"	1.45	"
G-1	7.47	5.53	0.208	4.26	0.76	⊙
G-2	7.92	8.17	"	"	1.21	"
G-3	9.28	8.73	"	"	1.73	"
G-4	10.2	9.73	"	"	2.03	"
G-5	11.6	12.2	"	"	2.72	"
G'-1	9.01	9.18	0.208	4.26	2.14	⊗
G'-2	10.2	10.7	"	"	2.39	"
G'-3	11.2	12.2	"	"	2.54	"
G'-4	13.2	13.6	"	"	2.85	"
E	14.7	16.2	0.563	4.14	1.59	△
T-1	11.6	8.86	0.391	6.45	1.72	●
T-2	12.9	11.4	"	"	2.39	"
T-3	14.7	11.9	"	"	3.14	"

(注) $u = \int R(z)U(z)dz$ (3-(2))

表-1 実 験 条 件

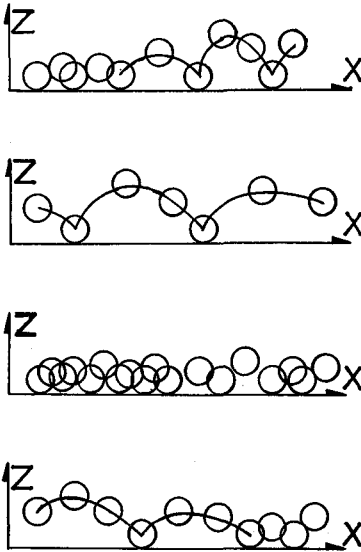


図-2 球 の 軌 跡

3. 実験結果に関する考察

(1) 存在確率 $F(Z) dZ$

筆者らは、存在確率⁽¹²⁾ $F(Z) dZ$ を、実験結果より次式によって示すことが適当と考えている。

$$F(Z) = \frac{1}{1+f} F_1(Z) + \frac{f}{1+f} F_2(Z) \quad (1)$$

$$F_i(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi K_i}} \left\{ E \sum P[-(Z-Z_i)^2/2K_i] + E \sum P[-(Z+Z_i)^2/2K_i] \right\} \quad (2)$$

$$i = 1, 2$$

(2)式は、ガウス分布を原点において折り返して、 $Z \geq 0$ の領域で意味をもつようにしたものであり、(1)式は、(2)式を、おのおのの分布の存在個数の比率 f で考慮した存在確率を表わしている。

これは、存在確率の分布に、平均値 Z_1, Z_2 、分散 K_1, K_2 、をそれぞれもつ2つの分布が存在することを示しているが、このことは、掃流形態における、砂粒子の運動形態が、大まかに転動と跳躍とに分けられるということに対応していると考えられる。

分布において、このような現象が現われる原因としては、底面粗度の影響が主として考えられる。底面に粗度を敷かない風洞中で球を、風により移動させた場合、球は、底面上を転動していきだけで、風速を大きくし、球速が大きくなった場合にも決して跳躍はしない。次に底面に粗度のある場合、粗度における粒子の反発状態を観測してみると粗度の上流側の面に衝突した場合と、下流側に衝突した場合とでは、その後の球の軌跡は、異なっていくことがわかる。風速をかなり落とした場合では、粗度の上流側に衝突して、上流に戻る粒子もある。そこで粗度を敷かない風洞中では、球を上から落として減衰していく様子を撮り、粗度のある場合と同様に存在確率を求めて、底面に粗度のある場合と比較した。

図-3(a)に示したものは、底面に粗度を敷かない場合の存在確率であり、(b)は、底面に粗度を敷いた時のものである。(a)(b)で使用した球は同一のもの($D = 4.26 \text{ cm}$, $\gamma_s = 0.208$)であり風速もほぼ等しい。図中の実線は、(a)の場合は(2)式の $i=1$ の場合のみで計算し、(b)は、(1)式を用いて、 $i=1, 2$ の場合を合わせて計算したものである。

図から、存在確率は、明らかに底面粗度の影響をうけていることが分る。又、実線は、分布をある程度近似している。

ここで(2)式の i の個数を増すことにより(1)式を

$$F(Z) = \sum_{i=1}^n A_i F_i(Z)$$

とすることによって実験の分布をもっとよく近似することが可能であろうと考えられるが、このことは、掃流状態の粒子の運動を細かく分類することと対応しており、前述したように掃流状態における粒子の運動は、転動、跳躍程度に大まかに分類することができ、 $F(Z)$ に関しても(1)式による近似で十分であると考ええる。

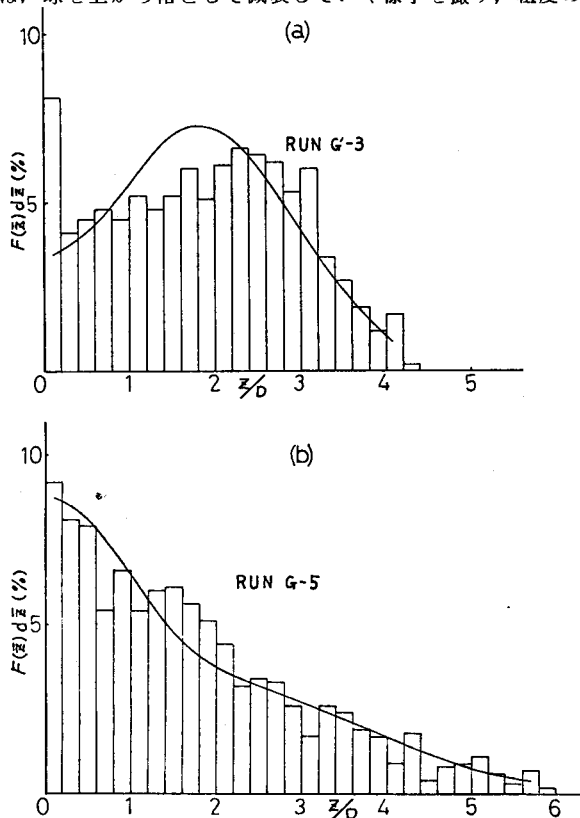


図-3 粒子の存在確率

図-4に示したものは、1回跳躍するごとの、 x 方向距離 x と、そのときの最高位置とをプロットしたものの一例で、それぞれ粒径 D で無次元化してある。

この図から、 $Z \leq D$ のグループと $Z > D$ のグループとにそれぞれ分類することが可能であり、存在確率の分布とも対応している。このことも粒子の運動形態によるものと考えられる。

次に同図の(a)(b)において球の速度は、ほぼ等しいが、それぞれの球の比重(γ_s)と反発係数が異なるため、 Z 方向のちらばり度合が大きく異なっている。このちらばりは、(2)式の分散 K_i に関係する量であるが、 $Z \leq D$ のグループでは、(a)(b)において、それほど差はなく、このグループを $i=1$ とすると K_1 は、球の種類によらず、ほぼ一定値をとると考えてよい。

次に $Z > D$ のグループを $i=2$ とすると、 K_2 は、球によって変動することが分るが、跳躍する粒子の最大高さは、せいぜい4D程度であり、 K_2 は、 K_1 程一定ではないが、ある範囲内の値と考えることが妥当であろう。試みに、 K_2 を、沈降速度 V_g に対する、流速 u の比とプロットしたものが図-5である。

さて、前記の図-2は、粒子の運動形態を表わす特徴的な例を示したものであるが、一連の球の運動中、転動、跳躍等が不規則に起こっている。

x 方向に粒子を追っていくと各時間ごとで、粒子の運動形態を見ていくか、平均的にどの運動形態をとっているかを、決定しなくてはならないが、 Z 方向の存在確率を考えれば、その点を詳しく追う必要は、あまりない。

ここで(1)式の f の値は、これらの運動を、分類するための比率として考えることが可能であるが、この値をマクロな水理量と関連づけて決定することができれば、運動自身には、特に着目しなくても表現することができる。

(2)粒子の移動速度 U

掃流層内の粒子に影響を与える、流速は、この層内の代表流速をとることが考えられるが、筆者らは、この流速を次式のように定めた。

$$u = \int u(Z)F(Z)dZ \quad (3)$$

ここで、 $u(Z)$ は、底面からの距離 Z についての流速分布であり、 $F(Z)$ は、(1)式で表わされるものである。上式で求めた u を使って、粒子の移動速度 U を次のように表わす。

$$U = \alpha \int u(Z)F(Z)dZ \quad (4)$$

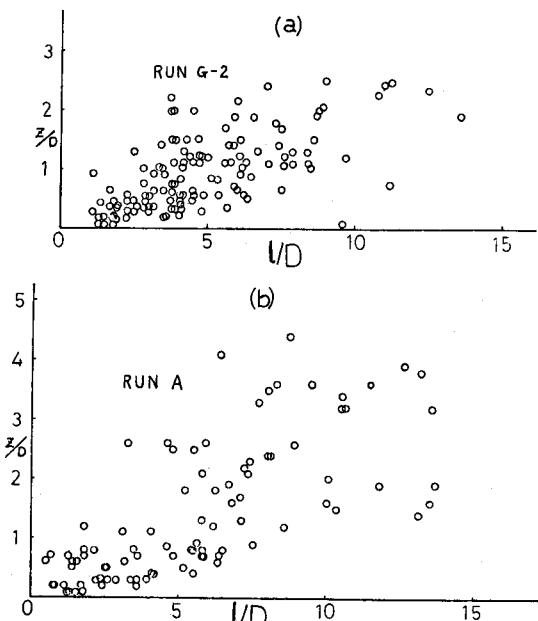


図-4 1跳躍距離とその最大高さ

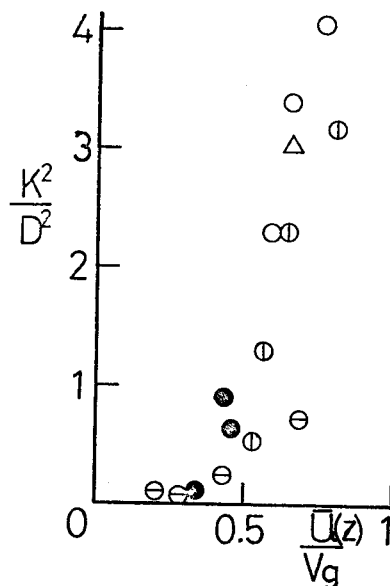


図-5 分散 K と平均速度との関係

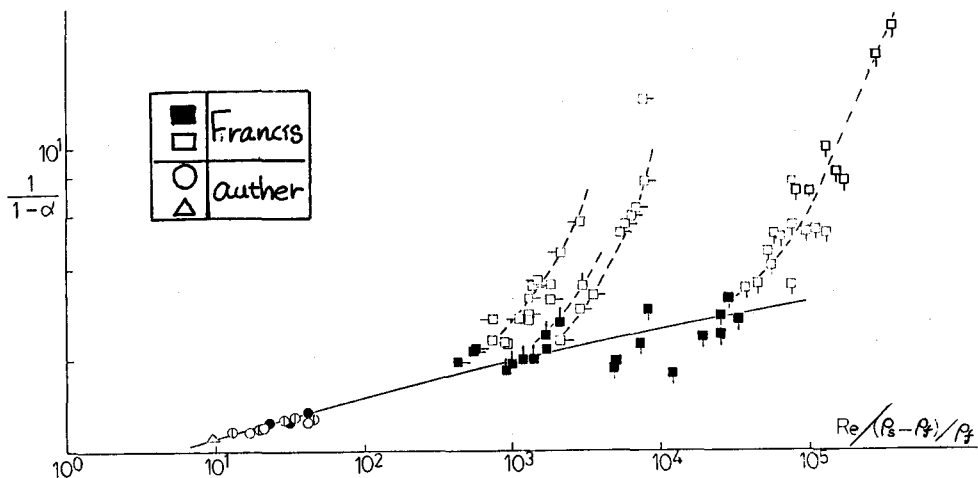


図-6 粒子の移動速度係数 α とレイノルズ数の関係

$$\frac{1}{1-\alpha} = \frac{u}{u-U} \quad (4)$$

又、粒子のレイノルズ数を、流体との相対密度を考慮して次のように定める。

$$\frac{Re}{(\rho_s - \rho_f)\rho_f} = \frac{UD}{\nu} \cdot \frac{1}{(\rho_s - \rho_f)\rho_f} \quad (5)$$

D ; 粒子の直径, ρ_s ; 粒子の密度, ρ_f ; 流体の密度

(4)の式は、粒子の相対速度に対する流体の速度の比であり、これは、粒子が、流体から受ける力を表わしていると考えることができる。

ここに(5)式のレイノルズ数は、抗力に関する量であり、いいかえれば、粒子のもつ力と考えることができる

図-6に示したものは、この二つの量、 α と相対密度レイノルズ数 $Re/(\rho_s - \rho_f)\rho_f$ との関係調べたものである。プロットは、Francis³⁾及び筆者らの実験結果である。

ここで、Francisの実験は、 u_*/u_{*0} という値 (u_* ; 摩擦速度, u_{*0} ; 移動限界摩擦速度) を考えたとき、この値が、2より大きくなっていくと、浮遊の影響が大きくなると考えられ、 $u_*/u_{*0} > 2$ のものを白抜きにして、図-6において区別した。(図-7は、Francisの実験だけをプロットしたものである。)

さて図-6において、実線によって示したものは、浮遊状態をほとんど含んでいない時の粒子に関するものである。また実線は、 $1/(1-\alpha) = 1$ に漸近すると考えられるが、この状態は、粒子が移動していないことを示すので、この状態を考えることは、ここでは、意味がない。

破線で示したものは、浮遊状態を表わしていると考えられ、線に特に意味はないのだが、流体力が小さいときに実線に漸近していき、流体力が大きくなっていくに従い、粒子速度が、流体速度に近づいていくことが分る。

この図中、Francisの実験によるプロットは、 $\alpha = U/u$ の計算において、 u は、(3)式を使用することが、

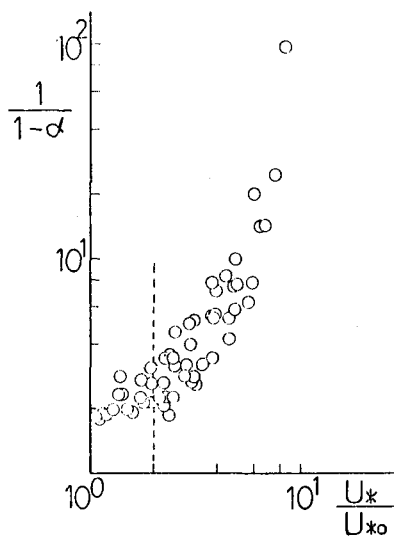


図-7 α と u_* の関係

できないため、断面平均流速を使って計算しているため、若干のバラツキがあるようである。筆者らの値は(3)式によって、 $F(Z)$ は、実験によって求めた値を使用して計算し、求めたものである。

図-6の関係は、まだまだ検討する余地があるが、(3)式による流速を使用できれば、かなり正しく、流体が、粒子に及ぼす影響をみることができる。

4. おわりに

今回の実験より、存在確率 $F(Z)$ をある程度、決定できた。又、粒子の移動速度 U を存在確率と合わせて検討し、図-6のような関係があることが推測できた。

今後は、水流中において存在確率を決定し、図-6の関係をさらに詳しく追っていくことにより、移動速度についても検討を加えていく予定である。

次に、この存在確率によって、流砂量 q は、次のように表わすことができる。

$$q = \int N \cdot F(Z) \cdot U dZ$$

ここで N は、移動する粒子の個数であり、この値を、存在確率と関連づけて決定することは、上式において特に重要であり、この点も今後、検討していく予定である。

本研究は、文部省科学研究費A（河川の高水計画と河道形状に関する研究）の補助を受けた。

参考文献

- 1)吉川・山田・望月；“砂粒子の存在確率と掃流土砂に関する研究”
土木学会 第34回年次講演会講演集 1979
- 2)吉川・井筒・笠井；“砂粒子の存在確率を考慮した掃流土砂量に関する研究”
土木学会 第35回年次講演会講演集 1980
- 3)Francis.J.R.D ; “Experiment on the Motion of Solitary grains along the bed of a water Stream”
Proceeding of the Royal Society of London A332 1973