

砂堆の抵抗に関する研究

STUDY ON THE HYDRAURIC RESISTANCE OF DUNES

中央大学理工学部 正会員 林 泰造
東亜建設工業(株) 正会員 ○矢内栄二

1. はじめに

移動床流れにおいて発生する河床波は、水量の変化に応じて発達・減少を繰り返し、流れの抵抗に大きな影響を及ぼすことが知られている。従って流れの抵抗の問題を取り扱う時、河床波の性質を知ることは重要であるが、河床波の変化は流砂量の変化と密接に関連し閉じた系を形成しているため、複雑な現象を呈している。

著者らは昨年¹⁾、掃流砂量と砂堆の性質とから流れの抵抗について解析を行ったが、その後の検討により掃流砂だけを対象としていたのでは、抵抗の減少域の説明をすることは難しいことに気がついた。

本研究は、掃流現象とさらに浮遊現象も考慮に入れて砂堆の性質と流れの抵抗について検討を行ったものである。

2. 移動床流れの基本式

移動床流れの諸量を示す式は次節3に記す流水のパワーの式を除いて前報¹⁾と同じであるが、それらの式を以下に再記する。

(a) 掃流力間の内訳

$$\tau = \tau' + \tau'' \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 τ : 全せん断力、 τ' : 有効せん断力、 τ'' : 河床波の形状抵抗によるせん断力。

(b) 砂堆の波長

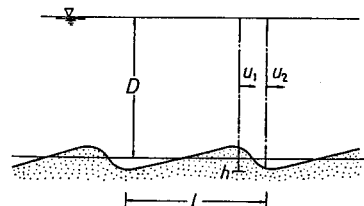


Fig. 1 Notations

砂堆の波長は、多くの実験的研究および、林・大西²⁾らの理論的研究から、ほとんど水深Dによって規定されることが知られているので、本研究においても次式で与える。

$$D/L = C_1 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $C_1 = \text{const.}$

本研究においては、日野³⁾により与えられた $C_1 = 7$ を使用する。

(c) 形状抵抗による底面せん断力

砂堆の形状抵抗による底面せん断力を表わす式としてBordaの式 $h_f = (u_1 - u_2)^2 / 2g$ より導かれた次式を使用する。

$$\tau'' = \frac{h^2}{L^2} \frac{\alpha L}{2(S-1)d} \frac{Um^2}{gD} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 τ'' : 無次元形状抵抗せん断力、 h : 砂堆の波高、 s : 河床砂の比重、 d : 河床波の粒径、

Um : 流れの断面平均流速、 g : 重力加速度、 D : 水深、 α : 1より小さい補正係数、

h_f : 断面急拡による損失水頭、 u_1 : 砂堆頂部での断面平均流速、 u_2 : 砂堆底部での断面平均流速、

最近吉川・石川⁴⁾は連続した三角形波の形状抵抗の算定式を得ているが、本報では計算の簡単化のために(3)式を以後の解析に用いる。(3)式は次の様に書換えられる。

$$\frac{h}{L} = \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \sqrt{\frac{D}{L}} \frac{1}{\phi_0} \sqrt{\frac{\tau''}{\tau'}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 ϕ_0 : 平坦河床時の流速係数 ($= 6.0 + 5.75 \log_{10} D/d$)。

(d) 掃流砂量式

掃流砂量式として林・尾崎⁵⁾の式

$$\phi = C_0 (\tau'_* - \tau_{*c})^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots (5)$$

を使用する。

ここに、 C_0 ：係数（=14）， ϕ ：無次元掃流砂量（ $=q_b / \sqrt{(s-1)gd^3}$ ）， τ_{*c} ：無次元限界掃流利。

以上の(a)～(d)に記載した4本の式を取り上げ、これを以後の解析に用いる訳であるが、未知量を τ' 、 τ'' 、 L 、 h 、 q_b と考えるとき、未知量の数に比べて方程式の数が一つ不足している。このため前報ではこの他に掃流砂の動きに関するパワー方程式を用いて検討を試みたが、平坦河床時の現象の説明等に不十分であった。本研究ではこの問題を解決するために、平坦河床時の状態をも考慮した流水のパワーについて考えた。次にそのパワー方程式について説明を行う。

3. 流水のパワー

今、流れに掃流砂と浮遊砂の両者が存在する場を考えると、流水のパワーの内訳は次式の様に考えられる。

$$P = P_b + P_s \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 P ：流水の全有効パワー、すなわち流砂量を維持するために使われている流水の全パワー、 P_b ：掃流砂の運動に費される流水のパワー、 P_s ：浮遊砂があるために費される流水のパワー、である。

そこで以下にそれぞれの Power の内容について考察をする。

(a) 流水の全有効パワー

今 Fig. 1 のような流れを考えると、流水の全有効 Power は

$$\begin{aligned} P &= \eta \int_0^D r dy \cdot u (S - S_c) \\ &= \eta r (S - S_c) D \cdot \frac{1}{D} \int_0^D u dy = \eta r D (S - S_c) \cdot U_m = \eta (\tau - \tau_c) U_m \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

と導かれる。

ここに、 r ：水の単位容積重量、 S ：流れのエネルギー勾配、 S_c ：限界掃流利の時のエネルギー勾配、

U_m ：断面平均流速、 η ：効率、である。

(b) 掃流砂の運動に費されるパワー

砂堆の存在する流れにおいて、掃流砂の運動に費されるパワーは次式で与えられる。

$$P_b = \left(\mu + \frac{h}{L} \right) (\tau_s - \tau) q_b \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 μ ：grain roughness の動摩擦係数、 q_b ：掃流砂量（ $\text{vol}/\text{sec.}$ ）， τ_s ：砂の単位体積重量、である。
上式の右辺第1項は、平坦河床上を移動する砂のなす単位時間当りの仕事量（パワー）を表わし、右辺第2項は波形勾配 h/L の河床波の斜面に沿って水流が砂を持ち上げてゆくために必要なパワーの増加分を示す。

$$\left. \begin{aligned} u_{*c} &= \sqrt{\tau_c / \rho} \\ u_*' &= \sqrt{\tau' / \rho} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 u_{*c} ：限界摩擦速度、 u_*' ：有効摩擦速度、である。

(c) 浮遊砂があるために費されるパワー

流れに浮遊砂が存在する場合、そのために費されるパワー P_s は

$$P_s = (\tau_s - \tau) q_s \frac{w_f}{U_m} \dots\dots\dots (10)$$

で与えられる。

ここに, q_s : 浮遊砂量 (vol./sec), w_f : 砂の沈降速度, である。

q_s として式形が比較的簡単な Lane-Kalinske⁸⁾の式

$$q_s = q C_a P_o \exp \left(- \frac{15 a w_f}{D u_*} \right) \quad \dots\dots\dots (11)$$

を使用する。ここに, q : 水流の流量 ($= D U_m$), C_a : 高さ a における浮遊砂の濃度, また P_o は次の様な定積分の値である。

$$P_o = \int_0^1 \left[1 + 2.5 \frac{u_*}{U_m} (1 + \ln \eta) \right] \exp \left(- 15 \frac{w_f}{u_*} \eta \right) d\eta \quad \dots\dots\dots (12)$$

ただし, u_* : 摩擦速度 ($= \sqrt{\tau/\rho}$)。そこで, いま Einstein と同じように C_a として掃流層の濃度をとることになると,

$$\left. \begin{aligned} a &= 2d \\ C_a &= q_b / a u_b = q_b / 2d u_b \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ただし, u_b : 掃流層の平均流速 ($= \alpha_2 u'_*$ とおく, α_2 : 定数), である。そこで (11) 式を (10) 式に代入し, (13) 式の関係式と $u_b = \alpha_2 u'_*$ の式を用いると次式をうる。

$$P_s = C_2 \left(\tau_s - \tau \right) q_b \frac{w_f}{u_*} \frac{D}{d} P_o \exp \left(- \frac{30 d}{D} \frac{w_f}{u_*} \right) \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし, $C_2 = 1 / 2 \alpha_2$ 。

また, 明らかに, (12) 式はつぎのように書き直すことができる。

$$P_o = \int_0^1 \left[1 + \frac{2.5}{\varphi_0} \sqrt{\frac{\tau_*}{\tau_*'}} (1 + \ln \eta) \right] \exp \left(- 15 \frac{F_f}{\sqrt{\tau_*}} \eta \right) d\eta \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここに, φ_0 : 流速係数 ($= U_m / u_*$), また,

$$F_f = w_f / \sqrt{(s-1)gd} \quad (\text{無次元沈降速度}) \quad \dots\dots\dots (16)$$

である。このように書き直した式 (14) 及び (15) を P_s の計算に用いる。

4. 砂堆の抵抗

2 節と 3 節において現象の系を記述する方程式を示したが, それらをここにリストアップしておくとうのである。

未知量: τ' , τ'' , L , h , q_b , q_s の 6 ケ

方程式: (1), (2), (4), (5), (6), (14) の 6 本

この方程式系の式形は複雑ですべての未知量を解析的に解くことは困難である。そこで本報においては, まず τ_*' をとり上げ, 数値計算的に解を求めた。

(a) τ_*' の計算式

系の式 (1), (2), (4), (5), (6), (14) より次式が導かれる。

$$\begin{aligned} \eta (\tau_* - \tau_{*c}) \varphi_0 \sqrt{\tau_*'} &= C_0 (\tau_*' - \tau_{*c})^{\frac{3}{2}} \left\{ \mu + C_3 \sqrt{\frac{\tau_* - \tau_*'}{\tau_*'}} \right. \\ &\quad \left. + C_2 \frac{D}{d} \cdot \frac{w_f}{u_*'} P_o \exp \left(30 \frac{d}{D} \frac{F_f}{\sqrt{\tau_*'}} \right) \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

ただし, $C_3 = \sqrt{2/\alpha} \sqrt{D/L}$, である。

(17) 式が τ_*' の直接計算に用いられる基本式である。図式中の τ_{*c} の値を計算する式としては, 岩垣公式を林・尾崎⁵⁾が粒子沈降レイノルズ数 $R_f = w_f d / \nu$ で書き直したものを使用した。

(17) 式中の定数の値については, μ の値としては Bagnold⁹⁾の実験値をとって $\mu_0 = 0.75$,

α は近似的に 1, α_2 は粗面上の対数流速分布式による高さ d における u の u_* に対する比率として $\alpha_2 = 8.5$ とする。効率 η については, Bagnold は q_b の計算において η に 0.15 前後の値を与える実験式を粒径 d と断面平均流速 v の関数として作っている。本研究においては, Gilbert⁶⁾ および Guy-Simons - Richardson⁷⁾ の各実験結果を考慮して

$$\eta = 0.5$$

とすることとした。

(b) パラメーター F_f の値の範囲

F_f は (16) 式で定義された無次元沈降速度である。Rubey の式を用いて沈降速度 w_f を計算すると Table - 1 のようになる。

Table 1.

d (mm)	d_*	F_f
0.059	1.50	0.1
0.097	2.45	0.2
0.177	4.48	0.4
0.324	8.20	0.6
2.37	60.0	0.8

Ackers - White⁸⁾ は無次元粒径 d_* ($= \sqrt{(s-1)gd^3/\nu^2}$) なる概念を導入しているが, 筆者等の F_f はこの d_* に対応する性質の無次元量と考えられるので, Table 1 には d_* の値も併せて記入してある。

Ackers - White は

$$\left. \begin{array}{ll} d_* < 60 & \text{細砂} \\ d_* > 60 & \text{粗砂} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

としているので, この記数法に従えば

$$\left. \begin{array}{ll} F_f < 0.8 & \text{細砂} \\ F_f > 0.8 & \text{粗砂} \end{array} \right\}$$

ということになる。

(c) τ_* の数値計算結果と考察

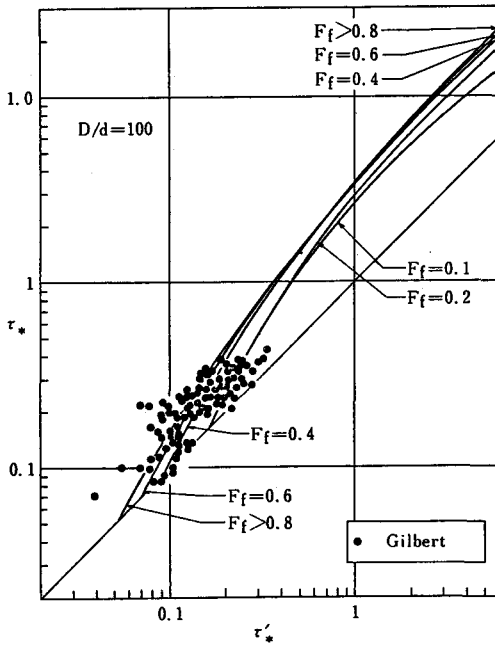
Fig. 2 は式 (19) により計算した τ_* の値を D/d と F_f とをパラメーターとし τ'_* について図示したものである。これらの図においてつぎのことが認められる。

まずいずれの図においても (すなわちいずれの D/d の値に対しても) F_f の値が 0.8 または, それ以上になると (すなわち粗砂の場合には) τ_* は F_f の値に関係しなくなる。 F_f の値が 0.8 より小さくなると (すなわち細砂の場合には) τ_* の値は小さくなる。 F_f が小さくなるということは浮遊砂が増大することを意味している。浮遊砂が増大すると浮遊砂の浮遊を維持するためにより多くのエネルギーが費されるようになって水流が河床波の形状抵抗まで維持し切れなくなり, ために河床波高が減少し τ_* が減少する, という訳である。

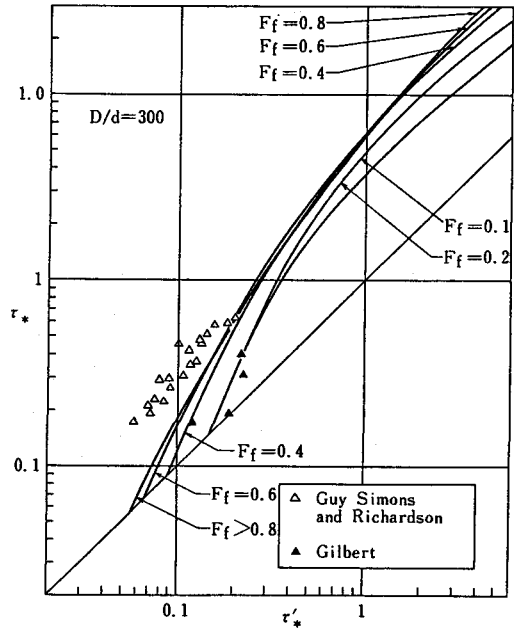
つぎに 4 枚の図を比較すると, 同一の τ_* および F_f の値に対して, D/d が増大する程 τ'_* の値は大きくなる。このことおよびその量的度合はそれぞれの図中に記入した Gilbert および Guy 等の実験結果と比較してもほぼ妥当なもののように思われる。

岸・黒木^{11), 12)} および Englund-Hansen¹³⁾ の $\tau'_* \sim \tau_*$ の関係式をこれらの図の中には書き入れなかった ($D/d = 300$ の場合についてのものは筆者等の前報¹⁾ Fig. 2 に図示してある) が筆者等の理論曲線群は $D/d = 300$ ぐらいまでは岸・黒木の式によるものとほぼ合っているが, D/d が 500 またはそれ以上になると岸・黒木のそれによるものより大きく出ている。このことから筆者等の基本式において筆者等の式の中でさらに検討が必要であると考えられるものは中カッコの中の第 3 項, すなわち浮遊砂の存在による項, の中の係数に D/d が入ることである。浮遊砂の式としては本報では Lane-Kalinske の式を用いたが, 浮遊砂量式としての同式の, 特に D/d が大きいときの, 妥当性は未確認である。

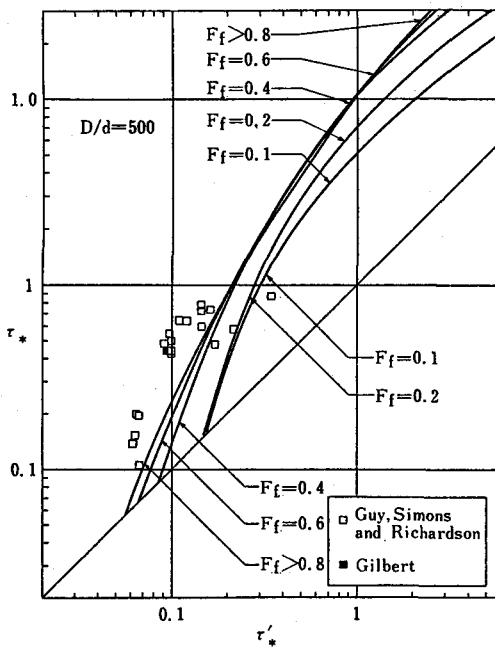
効率 η の値の問題, 動摩擦係数の問題とともに用いるべき浮遊砂量式の問題は本研究に残された課題であり, 今後さらに研究を続けていきたい。



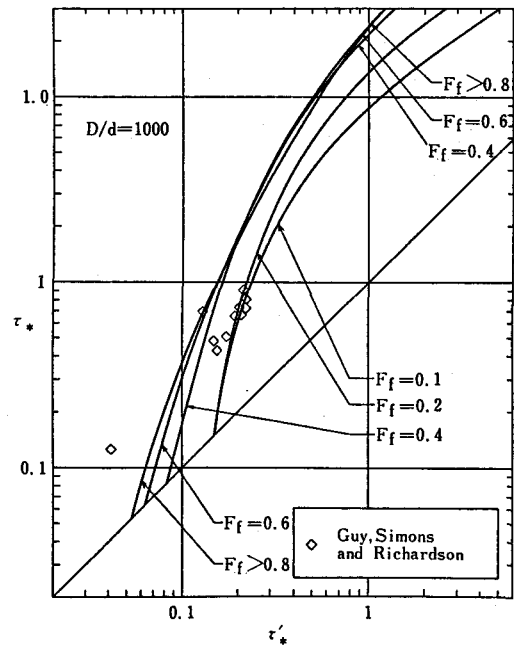
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig.2 Relation between normalized grain-roughness shear stress and normalized total shear stress

付記

本研究の遂行に当たり電力中央研究所河川環境研究室 尾崎幸男氏、I. N. A新土木研究所大西光陽氏及び中央大学大学院後期博士課程 大橋正和氏より有益な討議をえた。また中央大学理工学部学生 高砂隆人、朱雀和彦の両氏より熱心な協力を受けた。本研究は、文部省科学研究費一般研究（研究課題：掃流砂量と河床形状および河床抵抗の相互作用の研究）の補助を受けて行なわれたものである。いずれも記して謝意を表する。

5. 引用文献

- 1) 林泰造・矢内栄二：砂堆の波形勾配及び掃流砂量について，第24回水理講演会論文集，1980年2月，pp. 323～328.
- 2) 林泰造・大西光陽：小規模河床波の卓越波数について，第24回水理講演会論文集，1980年2月，pp. 313～321.
- 3) Hino, M.: Equilibrium - range spectra of sand waves formed by flowing water, Jour. Fluid Mech., vol. 34, pp. 565～573, 1968
- 4) 吉川秀夫・石川忠晴：砂漣・砂堆上の流れの抵抗について，土木学会論文報告集第281号，1979年1月，pp. 55～63.
- 5) 林泰造・尾崎幸男：掃流砂量に関する基礎的研究，第23回水理講演会論文集，1979年2月.
- 6) Gilbert, G. K.: Transportation of debris by running waters, USGS Professional Paper 86, 1914.
- 7) Guy, H. P., Simons, D. B., and Richardson, E. V. ; Summary of alluvial data from flume experiments, 1956～61, USGS Professional Paper 462～I, 1966.
- 8) Ackers, P. and White, W. R.: Sediment transport: New approach and analysis, Jour. Hyd. Div., ASCE, Vol. 99, No. HY 11, pp 2041～2060, Nov. 1973.
- 9) Bagnold, R. A.: An approach to the sediment transport problem from general physics, U. S. G. S., Prof. Paper. 422—I, 1—37, 1966.
- 10) 土木学会水理研究会移動床流れの抵抗と河床波形状研究小委員会：移動床流れにおける河床形態と粗度. 土木学会論文報告集第210号，1973年
- 11) Kishi, T: Bed forms and hydraulic relations for alluvial streams, Proc. of US-Japan Binat. Sem on Erosion and Sedimentation, 1978.
- 13) 岸 力・黒木幹男：移動床流れにおける河床形状と流体抵抗(I), 北大工学部研究報告，1972.
- 12) Engelund, F.: Hydraulic resistance of alluvial streams, Journ. Hyd. Div., ASCE, Vol. 92, No. HY 2, pp 315～326, 1966.