第24回水理講演会論文集　1980年2月

内湾の潮汐による海水交換について
On Tidal Exchange of Bay Water

長崎大学工学部　正員　○ 中 村 武 弘
長崎大学工学部　正員　　 富 樫 宏 由

1. 序　論

交流口を通じて外海と接続する内湾の長期的，大局的な水質汚濁予測を行うには海水交換の概念が有効であると思われる。しかし海水交換を表わすパラメータとしての海水交換率の定義は多くの研究者によっていろいろなされ，またその意味するところもそれぞれ異なっている。またその交換率がどのように交換現象を説明し得るか明らかでない場合が多い。Parkerら[1]によって定義された海水交換率 r_E および柏井[2]によって定義された交換率 r_F は交換される海水量の割合を示すだけで湾内の溶存物質に対する連続の方程式との関係は明らかにされていない。他方連続の方程式と関連付けられた海水交換率としては柏井[2]の定義したもう一つの交換率 r_G が有るが不明な点がある。

本論文は交換率 r_E，r_F が交換される海水の量に対して定義されていることに注目し，まず湾内に残留する水の構成割合をこの r_E，r_F を用いて解析し交流現象を明らかにするとともに，この解析結果にもとづいて湾内の溶存物質に対する連続の方程式を導くものである。

2. 従来の海水交換率

Parkerら[1]は海水交換を表わすパラメータとして海水交換率 r_E を（2．1）式のように定義した。

$$r_E=\frac{Q_O}{Q_F} \quad (2.1) \qquad , \qquad r_E=\frac{C_F-C_E}{C_O-C_E} \quad (2.2)$$

ここに Q_F は上げ潮時の流入量，Q_O は Q_F に含まれて初めて湾内に流入する新しい外海水の量である。そして彼らは，上げ潮時に流入する平均濃度 C_F の水塊 Q_F は平均濃度 C_O の新しい外海水 Q_O とその前の下げ潮時に平均濃度 C_E で流出した水塊とによって形成されるという仮定のもとに，交換率 r_E が（2．2）式で与えられることを示した。

他方柏井[2]は初めて流出する新しい湾内水に注目し，海水交換率 r_F を（2．3）式のように定義した。

$$r_F=\frac{Q_B}{Q_E} \quad (2.3) \qquad , \qquad r_F=\frac{C_F-C_E}{C_F-C_B} \quad (2.4)$$

ここに Q_E は下げ潮時の流出量，Q_B は Q_E に含まれて初めて湾外に流出する新しい湾内水の量である。そして交換率 r_F は上げ潮時の平均濃度を C_F，引き続く下げ潮時の平均濃度を C_E，新しい湾内水の平均濃度を C_B とおくとき（2．4）式で与えられる。

さらに柏井[2]は湾内水 C_B と外海水 C_O が直接交換していると考えたときの交換率 r_G が（2．5）式で与えられていることを示し，さらに（2．2），（2．4）式を用いて（2．6）式を得た。

$$r_G=\frac{C_F-C_E}{C_O-C_B} \quad (2.5) \qquad , \qquad r_G=\frac{r_E r_F}{r_E+r_F-r_E r_F} \quad (2.6)$$

さらにこの交換率 r_G および（2．2），（2．4）式を用いて湾内の溶存物質に対する連続の方程式を

$$V\frac{dC_B}{dT}=C_FQ_F-C_EQ_E=\overline{Q}(C_F-C_E)-\frac{R}{2}(C_F+C_E)$$

$$=r_G\overline{Q}(C_O-C_B)-R\left\{\frac{r_E-r_F}{r_E+r_F-r_Er_F}\cdot\frac{C_O-C_B}{2}+\frac{C_O+C_B}{2}\right\} \quad (2.7)$$

と表わした。ここに V は湾内水量，C_B は湾内水の濃度，T は1潮汐周期を単位とした時間，$\overline{Q}$ は平均交流量（$\overline{Q}=(Q_F+Q_E)/2$），R は陸水流入量（$R=Q_E-Q_F$）である。

しかしこの連続の方程式には少なからず疑問が残る。なぜなら（2．7）式を求めるときに用いた（2．2）式および（2．4）式は全く独立のものであり，両式に現われる濃度 C_E と C_F がそれぞれ等しいという理由は何もないからである。また交換率 r_G は（2．5）式により濃度によって定義されているため，海水交換現象としてどのように海水が交換されているかは不明確である。

3．海水交換の解析

ここでの解析に必要な諸量は海水交換率 r_E および r_F，上げ潮時の流入量 Q_F と下げ潮時の流出量 Q_E の4つだけである。したがって適宜に定義される諸量はすべてこの4つの量で表わすことができる。便宜のため海水交換率 r_E，r_F の定義を再びここに記す。

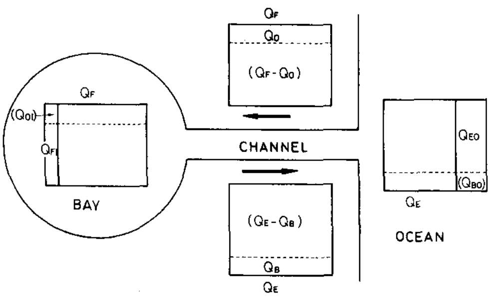
r_E：上げ潮による流入量 Q_F のうち，初めて湾内に流入する外海水量 Q_O のしめる割合。

r_F：下げ潮による流出量 Q_E のうち，初めて湾外に流出する湾内水量 Q_B のしめる割合。

$$r_E=\frac{Q_O}{Q_F} \quad (3.\ 1) \quad , \quad r_F=\frac{Q_B}{Q_E} \quad (3.\ 2)$$

〔3．1〕残留率 P_E，P_F の定義と交換率 r_E，r_F の取り得る値の範囲

湾口での交流現象を見ると，上げ潮時の流入量 Q_F のうちのある量（Q_{FI}）は湾内に残留するが残りの量は引き続く下げ潮で流出しており，また逆に下げ潮時の流出量 Q_E のうちある量（Q_{EO}）は湾外に残留するが残りの量は引き続く上げ潮で再び流入している。その様子を図－1に示す。そこで実質的に湾内又は湾外に残留する割合を表わす次の2つの比を定義し，残留率と呼ぶことにする。



図－1　海水交換の模式図

P_F：上げ潮による流入量 Q_F のうち引き続く下げ潮で流出せずに湾内に残留する量 $_{FI}$ のしめる割合。

P_E：下げ潮による流出量 Q_E のうち引き続く上げ潮で流入せずに湾外に残留する量 Q_{EO} のしめる割合。

ここで上げ潮時（又は下げ潮時）に湾口から流入する（又は流出する）海水は一様に混り合っていると仮定すると上に定義した P_F，P_E はそれぞれ次の割合と等しい。

P_F：初めて湾内に流入した外海水量 Q_O のうち引き続く下げ潮で流出せずに湾内に残留する量 Q_{OI} のしめる割合。

P_E：初めて湾外に流出した湾内水量 Q_B のうち引き続く上げ潮で流入せずに湾外に残留する量 Q_{BO} のしめる割合。

したがって

$$P_F=\frac{Q_{FI}}{Q_F}=\frac{Q_{OI}}{Q_O} \quad (3.\ 3) \quad , \quad P_E=\frac{Q_{EO}}{Q_E}=\frac{Q_{BO}}{Q_B} \quad (3.\ 4).$$

$$Q_{FI}=Q_F-(Q_E-Q_B) \quad (3.\ 5) \quad , \quad Q_{EO}=Q_E-(Q_F-Q_O) \quad (3.\ 6)$$

であるから，残留率 P_F，P_E は交換率 r_F，r_E を用いて次のように表わせる。

$$P_F=1-\frac{1}{\alpha}(1-r_F) \quad (3.\ 7), \qquad P_F=1-\alpha(1-r_E) \quad (3.\ 8). \qquad ここに\ \ \alpha=\frac{Q_F}{Q_E} \quad (3.\ 9)$$

海水の交換が起こるためには P_F，P_E の定義より

$$P_F>0 \quad , \quad P_E>0$$

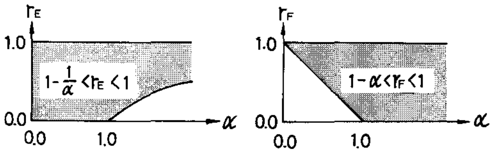
でなければならないから，（3．1），（3．2）式で定義される海水交換率 r_F，r_E はそれぞれ（3．7），（3．8）式より，α の値によって次のように制約されることがわかる。

$1-\alpha < r_F < 1$ (3．10) ， $1-\dfrac{1}{\alpha} < r_E < 1$ (3．11).

r_E，r_F の取り得る値の範囲を図－2に示す。これらのうち（3．11）式は松本ら[3)]によってすでに報告されている。

〔3．2〕初めて流入した外海水および初めて流出した湾内水のその後の潮汐による挙動

我々が知りたいことは，ある潮汐で湾内に残留する量 Q_{FI} 及び湾外に残留する量 Q_{EO} がどのような海水によって構成されているかということである。そのための前段階としていまある上げ潮時（第1回目の上げ潮とする。）に初めて流入する外海水量 Q_O に注目し，この Q_O が下げ潮と上げ潮を繰り返すうちにどのように湾内及び湾外に残留して行くかを考察する。まず引き続く下げ潮（第1回目の下げ潮）で流出せずに湾内に残留する量を Q_{OI}^1 とおくと，（3．3）式より



図ー2 r_E，r_F の範囲

$$Q_{OI}^1 = Q_O P_F \quad , \quad Q_O - Q_{OI}^1 = Q_O(1-P_F)$$

となる。従って残量（$Q_O - Q_{OI}^1$）が下げ潮で流出する。しかし，この残量全てが湾外に残留するわけではなく，このうちのある量は再び古い外海水として引き続く第2回目の上げ潮で湾内に流入する。そこでこの残量のうち湾外に残留する量を Q_{OO}^1，第2回目の上げ潮で再び湾内に流入する量を Q_O^2 とおくと，それぞれ

$$Q_{OO}^1 = (Q_O - Q_{OI}^1)P_E = Q_O(1-P_F)P_E \quad , \quad Q_O^2 = Q_O - Q_{OI}^1 - Q_{OO}^1 = Q_O(1-P_F)(1-P_E)$$

となる。さらにこの Q_O^2 のうち引き続く下げ潮（第2回目の下げ潮）で流出せずに湾内に残留する量を Q_{OI}^2 とおくと，

$$Q_{OI}^2 = Q_O^2 P_F = Q_O(1-P_F)(1-P_E)P_F$$

となる。従って残量 $Q_O^2(1-P_F)$ が引き続く下げ潮で流出する。この残量のうち湾外に残留する量を Q_{OO}^2，引き続く第3回目の上げ潮で三度び湾内に流入する量を Q_O^3 とおくと，それぞれ次のようになる。

$$Q_{OO}^2 = Q_O^2(1-P_F)P_E = Q_O(1-P_E)(1-P_F)(1-P_F)P_E \quad ,$$

$$Q_O^3 = Q_O^2(1-P_F)(1-P_E) = Q_O(1-P_F)^2(1-P_E)^2$$

同様の過程を繰り返し，第n回目の上げ潮で流入する量を Q_O^n，Q_O^n のうち引き続く下げ潮で流出せずに湾内に残留する量を Q_{OI}^n，それに下げ潮で流出する残量（$Q_O^n - Q_{OI}^n$）のうち引き続く上げ潮で流入せずに湾外に残留する量を Q_{OO}^n とおくと，それらはそれぞれ次のように求められる。

$$Q_O^n = Q_O(1-P_F)^{n-1}(1-P_E)^{n-1} = Q_O(1-r_F)^{n-1}(1-r_E)^{n-1} \tag{3．12}$$

$$Q_{OI}^n = Q_O^n P_F = Q_O(1-P_F)^{n-1}(1-P_E)^{n-1}P_F = Q_O(1-r_F)^{n-1}(1-r_E)^{n-1}\left\{1-\frac{1}{\alpha}(1-r_F)\right\} \tag{3．13}$$

$$\begin{aligned} Q_{OO}^n &= Q_O^n(1-P_F)P_E = Q_O(1-P_F)^{n-1}(1-P_E)^{n-1}(1-P_F)P_E \\ &= Q_O(1-r_F)^{n-1}(1-r_E)^{n-1}\cdot\frac{1}{\alpha}(1-r_F)\cdot\{1-\alpha(1-r_E)\} \end{aligned} \tag{3．14}$$

ここで無限回の潮汐が繰り返された後の残量（Q_O^∞）を求めると，

$$Q_O^\infty = \lim_{n\to\infty} Q_O^n = \lim_{n\to\infty} Q_O(1-P_F)^{n-1}(1-P_E)^{n-1} = 0 \tag{3．15}$$

となる。このことは第1回目の上げ潮で流入した新しい外海水量 Q_O は無限回の潮汐を繰り返すうちにその全てが湾内及び湾外に分配されることを意味している。そこで無限回の潮汐の間に Q_O のうち湾内に残留した総量を Q_{OI}^t，湾外に残留した総量を Q_{OO}^t とおくと，それぞれ

$$Q_{OI}^t = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} Q_{OI}^i = \lim_{n\to\infty} Q_O P_F \frac{\{1-(1-P_F)^n(1-P_E)^n\}}{P_F+P_E-P_E P_F} = Q_O\frac{P_F}{P_E+P_F-P_E P_F} = Q_O\frac{\left\{1-\frac{1}{\alpha}(1-r_F)\right\}}{r_E+r_F-r_E r_F} \tag{3．16}$$

$$Q_{OO}^{t}=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}Q_{OO}^{i}=\lim_{n\to\infty}Q_O(1-P_F)P_E\cdot\frac{\{1-(1-P_F)^n(1-P_E)^n\}}{P_F+P_E-P_FP_E}$$

$$=Q_O\frac{(1-P_F)P_E}{P_F+P_E-P_FP_E}=Q_O\frac{\frac{1}{\alpha}(1-r_F)\{1-\alpha(1-r_E)\}}{r_F+r_E-r_Fr_E} \qquad (3.17)$$

となる。ここに

$$Q_{OI}^{t}+Q_{OO}^{t}=Q_O \qquad (3.18)$$

となることは明らかである。

他方，ある下げ潮時(第1回目の下げ潮)に初めて流出した湾内水量 Q_B についても同様に考えられる。Q_B のうち第n回目の下げ潮まで湾外にも湾内にも残留せずに残り流出する量を Q_B^n，Q_B^n のうち引き続く上げ潮(第n回目の上げ潮)で流入せずに湾外に残留する量を Q_{BO}^n，それにその上げ潮で流入する残量($Q_B^n-Q_{BO}^n$)のうち引き続く第（n＋1）回目の下げ潮で流出せずに湾内に残留する量を Q_{BI}^n とおくと，それぞれ

$$Q_B^n=Q_B(1-P_E)^{n-1}(1-P_F)^{n-1}=Q_B(1-r_E)^{n-1}(1-r_F)^{n-1} \qquad (3.19)$$

$$Q_{BO}^n=Q_B^nP_E=Q_B(1-P_E)^{n-1}(1-P_F)^{n-1}P_E=Q_B(1-r_E)^{n-1}(1-r_F)^{n-1}\{1-\alpha(1-r_E)\} \qquad (3.20)$$

$$Q_{BI}^n=Q_B^n(1-P_E)P_F=Q_B(1-P_E)^{n-1}(1-P_F)^{n-1}(1-P_E)P_F$$

$$=Q_B(1-r_E)^{n-1}(1-r_F)^{n-1}\cdot\alpha(1-r_E)\left\{1-\frac{1}{\alpha}(1-r_E)\right\} \qquad (3.21)$$

となる。無限回の潮汐の間に Q_B のうち湾外に残留した総量を Q_{BO}^t，湾内に残留した総量を Q_{BI}^t とおくと，それぞれ

$$Q_{BO}^t=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}Q_{BO}^i=Q_B\frac{P_E}{P_E+P_F-P_EP_F}=Q_B\frac{\{1-\alpha(1-r_E)\}}{r_E+r_F-r_Er_F} \qquad (3.22)$$

$$Q_{BI}^t=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}Q_{BI}^i=Q_B\frac{(1-P_E)P_F}{P_E+P_F-P_EP_F}=Q_B\frac{\alpha(1-r_E)\left\{1-\frac{1}{\alpha}(1-r_F)\right\}}{r_E+r_F-r_Er_F} \qquad (3.23)$$

となる。ここで Q_O の場合と同様に，

$$Q_{BO}^t+Q_{BI}^t=Q_B \qquad (3.24)$$

となることも明らかである。

〔3．3〕残留量 Q_{FI} および Q_{EO} の解析

ある時点の潮汐で湾内に残留する量 Q_{FI} 及び湾外に残留する量 Q_{EO} について考察する。前述の Q_O，Q_B の挙動から，Q_{FI}，Q_{EO} はその潮汐より以前の潮汐において新しい外海水及び新しい湾内水として流入出した海水によって構成されていることが推論される。

そこでまず（3．13）式で求められた量 Q_{OI}^n について考察する。見方を変えていまある任意の潮汐に注目し，この潮汐を第1回目の潮汐とした場合，Q_{OI}^n という量はこの潮汐よりn回前の潮汐で新しい外海水として流入し，いま注目している潮汐において湾内に残留する量を表わしている。従っていま注目している潮汐よりも以前の全潮汐についての Q_{OI}^n の総和を取ったとすれば，この総和は海水の新旧を別とすればいま注目している潮汐において湾内に残留する外海水の総量を表わすことになる。そしてその総量は（3．16）式の Q_{OI}^t と等しい。つまり Q_{OI}^t という量は，ある時点の潮汐に注目した場合，その潮汐より以前の全潮汐時において新しい外海水として流入し，この潮汐において湾内に残留する外海水の総量を表わすと解釈される。

同様の解釈が Q_{OO}^n と Q_{OO}^t，Q_{BO}^n と Q_{BO}^t それに Q_{BI}^n と Q_{BI}^t についてもなされる。まとめると，ある任意の潮汐に注目し，この潮汐を第1回目の潮汐とした場合，Q_{OO}^n はこの潮汐よりもn回前の潮汐で新しい外海水として流入し，いま注目している潮汐において湾外に残留する量を表わし，Q_{OO}^t はいま注目している潮汐より以前の全潮汐において新しい外海水として流入し，この潮汐において湾外に残留する外海水の総量を表わす。また Q_{BO}^n はいま注目している潮汐よりもn回前の潮汐で新しい湾内水として流出し，この潮汐において

湾外に残留する量を表わし，Q^t_{BO} は注目している潮汐より以前の全潮汐において新しい湾内水として流出し，この潮汐で湾外に残留する湾内水の総量を表わす。また Q^n_{BI} は注目している潮汐よりもｎ回前の潮汐で新しい湾内水として流出し，この潮汐において湾内に残留する量を表わし，Q^t_{BI} は注目している潮汐より以前の全潮汐において新しい湾内水として流出し，この潮汐で湾内に残留する湾内水の総量を表わす。

従って，ある潮汐において湾内に残留する量は（$Q^t_{OI}+Q^t_{BI}$）となり，湾外に残留する量は（$Q^t_{OO}+Q^t_{BO}$）となることがわかる。

以上の解釈が正しいことは

$$Q^t_{OI}+Q^t_{BI}=Q_{FI} \qquad (3.\ 25) \quad , \qquad Q^t_{OO}+Q^t_{BO}=Q_{EO} \qquad (3.\ 26)$$

が成り立つことを確かめれば十分である。(3．25) 式は（3．5)，(3．16)，(3．23) 式より，(3．26)式は(3．6)，(3．7)，(3．22)式より成り立つことが確かめられる。従ってある潮汐で湾内に残留する量 Q_{FI} 及び湾外に残留する量 Q_{EO} の構成は先に求めた４つの量 Q^n_{OI}，Q^n_{BI}，Q^n_{OO}，Q^n_{BO} によって全て説明される。

Q_{FI} の構成を図－３のようになり，次のようにまとめられる。記述を簡単にするために次の比を定義し，交換率 r_E，r_F で表わしておく。

S_{OI}：Q_{FI} に対する Q^t_{OI} の割合。 $\quad S_{OI}=\dfrac{Q^t_{OI}}{Q_{FI}}=\dfrac{r_E}{r_E+r_F-r_Er_F}$

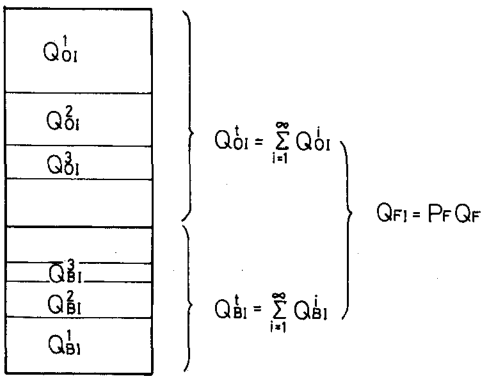
S_{BI}：Q_{FI} に対する Q^t_{BI} の割合。 $\quad S_{BI}=\dfrac{Q^t_{BI}}{Q_{FI}}=\dfrac{r_F(1-r_E)}{r_E+r_F-r_Er_F}$

S^n_{OI}：Q^t_{OI} に対する Q^n_{OI} の割合。 $\quad S^n_{OI}=\dfrac{Q^n_{OI}}{Q^t_{OI}}=(r_E+r_F-r_Er_F)(1-r_E)^{n-1}(1-r_F)^{n-1}$

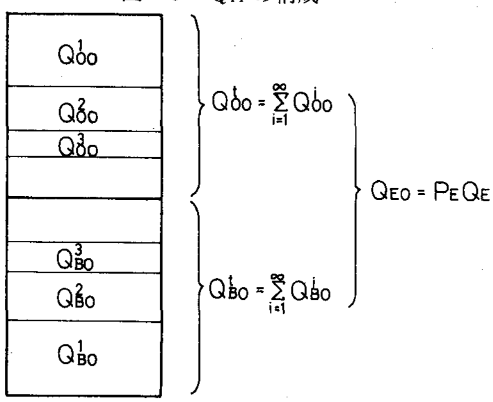
S^n_{BI}：Q^t_{BI} に対する Q^n_{BI} の割合。 $\quad S^n_{BI}=\dfrac{Q^n_{BI}}{Q^t_{BI}}=(r_E+r_F-r_Er_F)(1-r_E)^{n-1}(1-r_F)^{n-1}$

ある潮汐で湾内に残留する量 Q_{FI} の上げ潮時の流量 Q_F に対する割合は P_F である。Q_{FI} はそれより以前の潮汐で外海から流入した外海水の総量 Q^t_{OI} および湾内から流出した湾内水の総量 Q^t_{BI} で構成される。Q_{FI} に対する Q^t_{OI} の割合は S_{OI} であり，Q^t_{BI} の割合は S_{BI}（$=1-S_{OI}$）である。Q^t_{OI} はいま注目している潮汐より以前の各潮汐時に新しい外海水として流入した外海水によって構成される。いま注目している潮汐を１回目と数えると，これよりｎ回前の潮汐時に新しい外海水として流入し，この潮汐で残留する量 Q^n_{OI} の Q^t_{OI} に対する割合は S^n_{OI} である。また Q^t_{BI} は注目している潮汐より以前の各潮汐時に新しい湾内水として流出した湾内水によって構成される。いま注目している潮汐よりｎ回前の潮汐時に流出した新しい湾内水のうちこの潮汐で残留する量 Q^n_{BI} の Q^t_{BI} に対する割合は S^n_{BI} である。

次に Q_{EO} の構成を図－４に示す。図－４に対する説明は Q_{FI} の場合と同様であるから省略し，次の比だけを求めておく。



図－３　Q_{FI} の構成



図－４　Q_{EO} の構成

S_{OO}：Q_{EO} に対する Q^t_{OO} の割合。　$S_{OO}=\dfrac{Q^t_{OO}}{Q_{EO}}=\dfrac{r_E(1-r_F)}{r_E+r_F-r_Er_F}$

S_{BO}：Q_{EO} に対する Q^t_{BO} の割合。　$S_{BO}=\dfrac{Q^t_{BO}}{Q_{EO}}=\dfrac{r_F}{r_E+r_F-r_Er_F}$

S^n_{OO}：Q^t_{OO} に対する Q^n_{OO} の割合。　$S^n_{OO}=\dfrac{Q^n_{OO}}{Q^t_{OO}}=(r_E+r_F-r_Er_F)(1-r_E)^{n-1}(1-r_F)^{n-1}$

S^n_{BO}：Q^t_{BO} に対する Q^n_{BO} の割合。　$S^n_{BO}=\dfrac{Q^n_{BO}}{Q^t_{BO}}=(r_E+r_F-r_Er_F)(1-r_E)^{n-1}(1-r_F)^{n-1}$

4．湾内の溶存物質に対する連続の方程式

前述の解析により，交換される海水の構成が明らかになった。従って湾内の溶存物質に対する連続の方程式は構成要素の海水の濃度を用いて記述できる。溶存物質は保存物質とし，満潮時に対応する連続の方程式を求めることにする。

いま注目している満潮時の湾内濃度を C_B とすると，下げ潮時の湾内水の流出量が Q_B であるから，溶存物質の流出量は Q_BC_B である。他方上げ潮時の海水の流入量は Q_{FI} であるから前述の Q_{FI} の解析により，C^i_O をいま注目している潮汐時を1回目と数え，これより i 回前の潮汐時に新しい外海水として流入するときの海水の濃度即ち Q^i_{OI} の濃度とし，C^i_B を同じ潮汐時に新しい湾内水として流出するときの海水の濃度即ち Q^i_{BI} の濃度とすると溶存物質の流入量は $\sum_{i=1}^{\infty} Q^i_{OI}C^i_O+\sum_{i=1}^{\infty} Q^i_{BI}C^i_B$ となる。したがって陸水による流入量も考慮すると連続の方程式は

$$V\frac{dC_B}{dT}=\sum_{i=1}^{\infty} Q^i_{OI}C^i_O+\sum_{i=1}^{\infty} Q^i_{BI}C^i_B-Q_BC_B+D \qquad (4.1)$$

と表わせる。ここに V は湾水量，T は1潮汐周期を単位とした時間，D は陸水の流入と共に湾内に流入する物質の1潮汐当りの総量である。また $C^1_O=C_O$，$C^1_B=C_B$ である。（4．1）式を解くためにここで

$$\sum_{i=1}^{\infty} Q^i_{OI}C^i_O=\beta Q_FC_O \qquad (4.2)$$

$$Q_BC_B-\sum_{i=1}^{\infty} Q^i_{BI}C^i_B=\gamma Q_EC_B \qquad (4.3)$$

と表わせるような定数 β，γ が存在すると仮定し，β を溶存物質に対する外海水の内側への交換率 (inward exchange ratio)，γ を湾内水の外側への交換率（outward exchange ratio）と呼ぶことにする。（4．2）式の左辺は1潮汐間に外海水に含まれて湾内に残留する溶存物質の総量を表わし，（4．3）式の左辺は1潮汐間に湾内水に含まれて湾外に残留する溶存物質の総量を表わしている。したがってこのように定義された交換率 β および γ はそれぞれ次のことを意味している。

β：湾内に残留する外海水の濃度をその潮汐時の外海水の濃度 C_O で代表させるとき，上げ潮時の流入量 Q_F のうち実質的に湾内に残留する外海水量のしめる割合。

γ：湾外に残留する湾内水の濃度をその潮汐時の湾内水の濃度 C_B で代表させるとき，下げ潮時の流出量 Q_E のうち実質的に湾外に残留する湾内水量のしめる割合。

この交換率 β，γ を用いると（4．1）式は

$$V\frac{dC_B}{dT}=\beta Q_FC_O-\gamma Q_EC_B+D \qquad (4.4)$$

と表わせる。いま外海水の濃度 C_O および陸水からの流入量 D が一定であると仮定すると（4．4）式の解は

$$C_B=\left\{C^1_B-\frac{1}{\gamma Q_E}(\beta Q_FC_O+D)\right\}\cdot\exp\left(-\frac{\gamma Q_E}{V}T\right)+\frac{1}{\gamma Q_E}(\beta Q_FC_O+D) \qquad (4.5)$$

のように求めることができる。ここに C^1_B は初期濃度である。したがって残る問題は（4．2），（4．3）式

より交換率β，γを求めることである。

〔4．1〕外海水の内側への交換率βの値

外海水の濃度C_Oは常に一定であると仮定すると

$$C_O^i = C_O \qquad (4.6)$$

とおくことができる。そのとき，

$$\beta Q_F C_O = \sum_{i=1}^{\infty} Q_{OI}^i C_O^i = C_O \sum_{i=1}^{\infty} Q_{OI}^i = C_O Q_{OI}^t$$

となり，（3．16）式を用いて

$$\beta = \frac{Q_{OI}^t}{Q_F} = \frac{r_E P_F}{P_E + P_F - P_E P_F} = \frac{r_E\left\{1 - \frac{1}{\alpha}(1 - r_F)\right\}}{r_E + r_F - r_E r_F} \qquad (4.7)$$

と求められる。

〔4．2〕湾内水の外側への交換率γの値

（4．3）式のように表わせる交換率γの値は（4．5）式から明らかなように一般には存在せず，求めることはできない。しかし次に示す2つの場合には近似的に求めることができる。

a）$\frac{\gamma Q_E}{V} \ll 1$の場合

この条件は湾内濃度の時間変化が非常に小さい場合に相当し，湾水量に比して下げ潮時の流出量が非常に小さい湾に適用される。この場合には（4．5）式より近似的に

$$C_B^i = C_B \qquad (4.8)$$

とおけることがわかる。これを（4．3）式に代入し，（3．24）式を用いると，

$$\gamma Q_E C_B = (Q_B - \sum_{i=1}^{\infty} Q_{BI}^i) C_B = Q_{BO}^t C_B$$

となる。したがってγの値は（3．22）式を用いて

$$\gamma = \frac{Q_{BO}^t}{Q_E} = \frac{r_F P_E}{P_E + P_F - P_E P_F} = \frac{r_F\{1 - \alpha(1 - r_E)\}}{r_E + r_F - r_E r_F} \qquad (4.9)$$

と求められる。

ここで陸水による流入量Dを考慮しないとき，（4．7）（4．9）式を用いて（4．4）式は，

$$V\frac{dC_B}{dT} = r_G \overline{Q}(C_O - C_B) - R\left\{\frac{r_E - r_F}{r_E + r_F - r_E r_F} \cdot \frac{C_O - C_B}{2} + \frac{C_O + C_B}{2}\right\}$$

と変形できる。ここに$r_G = r_E r_F / (r_E + r_F - r_E r_F)$，$\overline{Q} = (Q_F + Q_E)/2$，$R = Q_E - Q_F$である。

これは明らかに柏井の提示した（2．8）式と同じである。したがって（2．8）式は正確には$\gamma Q_E / V \ll 1$の場合に成り立つ式であることがわかる。その理由は，（2．8）式を導く際に（2．2）および（2．4）式における濃度C_EとC_Fがそれぞれ等しいとおくことと，湾内水の濃度変化が非常に小さいとして（4．8）式を用いることが同じ条件になっているからである。（2．8）式と（4．4）式における連続の方程式の表現の違いは，柏井は海水交換率と拡散係数との関連を考察するために，平均交流量に対する海水交換率として1つの交換率r_Gを定義したのに対し，筆者らは（4．2），（4．3）式に示したように陸水の影響をも含めた実質的な交換を表わす2つの交換率βおよびγを定義したためである。したがって陸水の流入量がない場合つまり$R=0$したがって$Q_E = Q_F$したがって$\alpha = 1$の場合には$\beta = \gamma = r_G$の関係がある。

b）$\frac{1}{\gamma Q_E}(\beta Q_F C_O + D) \ll C_B$の場合

これは湾内水の濃度が外海水の濃度に比して非常に大きく且つ陸水による物質の流入量の湾内水の濃度におよぼす影響が非常に小さいときに相当し，湾内の濃度変化が無視できない場合である。このときには

（4．5）式より近似的に

$$C_B^i = C_B \exp\left(-\frac{\gamma Q_E}{V} T\right)\Bigg|_{T=-(i-1)} = C_B \exp\left\{\frac{\gamma Q_E}{V}(i-1)\right\} \qquad (4.10)$$

とおくことができる。（3．21）式を用いると

$$Q_B C_B - \sum_{i=1}^{\infty} Q_{BI}^i C_B^i = Q_B C_B \left\{1 - \frac{(1-P_E)P_F}{1-(1-P_E)(1-P_F)\exp\left(\frac{\gamma Q_E}{V}\right)}\right\}$$

$$= r_F Q_E C_B \left[1 - \frac{\alpha(1-r_E)\left\{1-\frac{1}{\alpha}(1-r_F)\right\}}{1-(1-r_E)(1-r_F)\exp\left(\frac{\gamma Q_E}{V}\right)}\right]$$

となる。したがって（4．3）式より

$$\gamma = r_F \left\{1 - \frac{(1-P_E)P_F}{1-(1-P_E)(1-P_F)\exp\left(\frac{\gamma Q_E}{V}\right)}\right\} = r_F \left[1 - \frac{\alpha(1-r_E)\left\{1-\frac{1}{\alpha}(1-r_F)\right\}}{1-(1-r_E)(1-r_F)\exp\left(\frac{\gamma Q_E}{V}\right)}\right] \qquad (4.11)$$

を得る。γ の値は（4．11）式より求められるが，右辺にも γ を含んでいるので計算は少しめんどうである。

5．結　論

交流口を通じて外海と接続する内湾の長期的，大局的な水質汚濁予測を海水交換の概念を用いて行うことを試みた。まず Parker らの海水交換率 r_E および柏井の交換率 r_F を用いて交流現象を解析し，交換される海水の歴史的な構成過程を明らかにするとともに，交換される海水の構成割合を求めた。次にその解析結果を用いて湾内の溶存物質に対する連続の方程式を導き，2つの新しい交換率即ち外海水の内側への交換率 β および湾内水の外側への交換率 γ を定義し，これらを用いて表わした。しかし交換率 β および γ の値を求めるには過去の潮汐時における外海水および湾内水の濃度をそれぞれ必要とするため，一般的には求めることはできない。そこで β については外海水の濃度は常に一定であるという条件のもとに，γ についてはa）湾水量に比して下げ潮時の流出量が非常に小さい場合とb）湾内水の濃度が外海水の濃度に比して非常に大きく且つ陸水からの物質の流入量が非常に少ない場合の2つの場合について近似的に求めた。汚濁予測を必要とする閉塞的内湾の多くの場合に対してはa）の場合が適用できるであろう。

参考文献

1）Parker, D. S., Norris, D. P. and Nelson, A. W. ：Tidal exchange at Golden Gate, Proc. of ASCE, Vol. 98, SA2, pp. 305-323, 1972.

2）柏井　誠：潮汐による海水交換について－その1－海水交換の概念と海水交換率，1977年度日本海洋学会春季大会講演要旨集，pp. 96-97, 1977.

3）松本輝寿・金子安雄・寺尾　健・川島　毅：海水交流に関する現地観測，第21回海講論文集，pp. 291-296, 1974.