

流量時系列のみによる降雨時系列，流域の流出特性および流出分離の推定 その(2)

Analysis of Rainfall-Runoff Characteristics and Separation of Run-off Components from the Discharge Sequences

東京工業大学 正会員 日 野 幹雄
" " " 〇長谷部 正彦
" 学生会員 原 輝彦

要 旨

著者等は，先に日単位の流量時系列から (i)流域の流出特性，(ii)降雨時系列の逆指定，および (iii) 降雨の分離則推定を行う方法を提案した。^{(1),(2)} 本報告では，先に適用した流域よりも大きい流域（相模川流域 1200 Km²）の日単位の資料にもこの方法が適用しうるか否かの検討を行う。

また，この方法は，日単位の降雨が白色雑音であることを根拠に成立したが，この仮定が適用しえない時間単位の水文資料にこの方法を拡張することをも試みる。

I 広流域への適用性の検討

(a) 解析方法

流量時系列を，自己回帰係数，てい減曲線等を指標として決る分離周波特性を有する数値フィルターにより各成分（表面流出，地下水流出）に分離する。分離後の系列に自己回帰モデルを適用し，流域の流出特性（AR係数）を求める。AR係数が推定されると，これをMA過程に変換し，系のインパルス応答関数が求められ，さらに降雨時系列を逆推定する。

(b) 対象流域

前回の報告では，流域面積が400 Km²位の雄物川，神流川の中流域を対象とした。中流域では，降雨も流域全体ではば一様であるし，流域特性も一様ですなおな性質をもつ流域である。本報告は，より広い流域でかつ地質構造の異なる流域として相模川を取り上げる。この流域は，流域面積A=1200 Km²で偏西風の影響をうけ，富士，箱根両山の噴火時における火山灰（テラフ）が多量に推積している流域である。

(c) 後方作用の数値フィルター

IIでのべる片側作用の数値フィルターを用いる。

(d) 流域応答特性

各分離成分には，ARモデルを適用する。

$$y_i = a_1 y_{i-1} + a_2 y_{i-2} + \dots + a_p y_{i-p} + \epsilon_i \dots \dots \dots (1)$$

ここに， ϵ_i は白色雑音である。日降雨は白色雑音とみなし得るから， ϵ_i は日降雨に比例すると考えられる。AR係数は，表-1のようである。雄物川，神流川の流出解析のときと異なるのは，表面流出成分のARモデルの次数が，中流域の解析の2次のオーダにくらべると5次になっている。この理由としては，相模川の場合には，流域の大部分が厚い火山灰層でまわっており浸透性が強い流域であるためと考えられる。すなわち，降雨のかなりの部分は一度地下に浸透し，その後5日間位までに河川に流出してくると思われる。

図-1に各流出成分に分離した成分と，(1)式の ϵ_i

とを示す。またARモデルの妥当性を確かめるために上に求められた雑音 ϵ_i から逆にAR過程からMA過程に転換することにより応答関数を求めることになる。

結果は図-3に示す。さらに，式(1)により ϵ_i すなわち $\hat{x}_i$ より流量時系列を推定し，もとの流量時系列と比

表面流出成分			地下水流出成分		
1	0.475	1	1.359	6	0.035
2	0.423	2	-0.008	7	-0.172
3	-0.175	3	-0.602	8	-0.050
4	-0.240	4	-0.243	9	0.058
5	0.116	5	0.538	10	

表-1 AR係数

較した図を示す。(図-2)

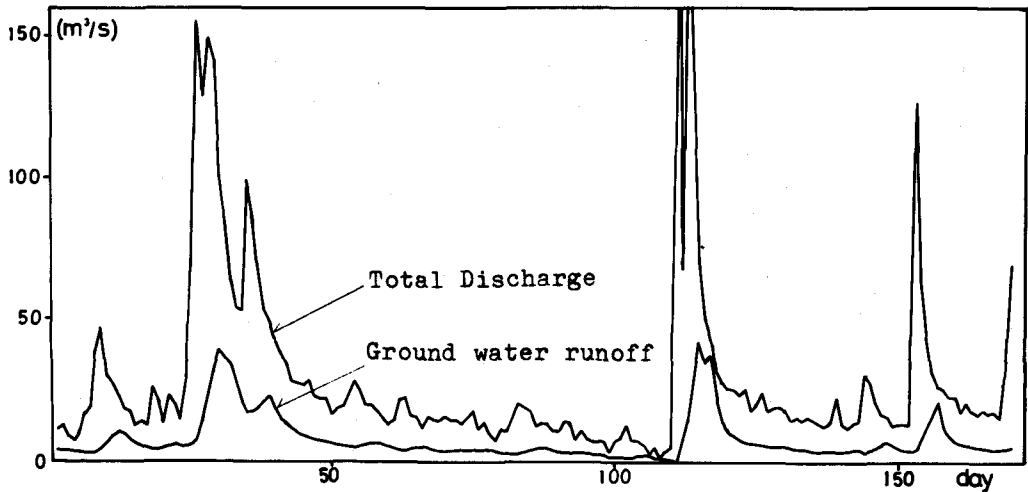


図-1 分離成分系列（地下水流出）と実測系列

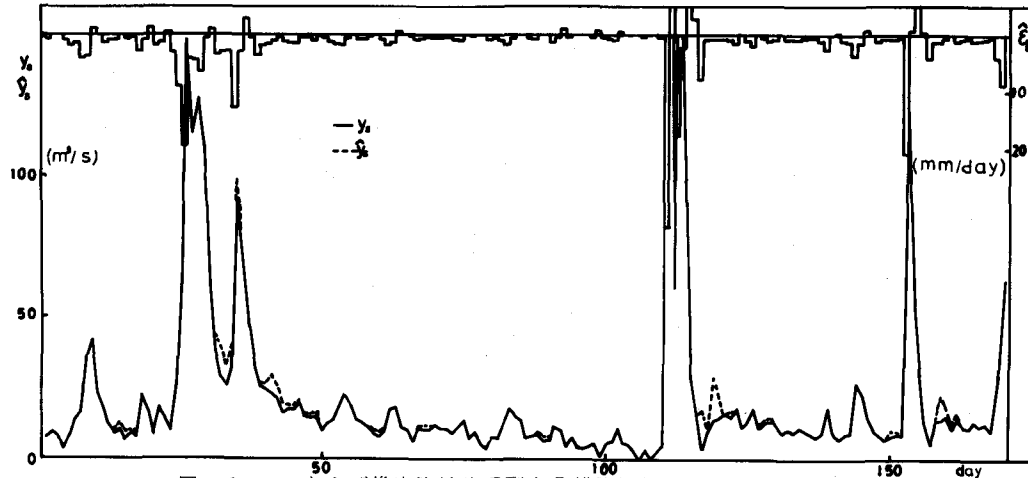


図-2 ϵ_i および推定流量時系列と分離流量時系列の比較

図-2 から実測の流量時系列とほとんど一致し、モデルの妥当性が検証できた。

(e) 逆推定降雨

相模川の有効降雨 $x \cdot f$ と各成分の逆推定降雨 $\beta_1 \epsilon_i^{(1)}$, $\beta_2 \epsilon_i^{(2)}$, $\beta_3 \epsilon_i^{(3)}$ とすれば,

$$x \cdot f = \beta_1 \epsilon_i^{(1)} + \beta_2 \epsilon_i^{(2)} + (\beta_3 \epsilon_i^{(3)}) \dots\dots\dots (2)$$

となる。ここに、 x , 観測降雨, f , 一雨ごとに実測資料から求めた流出率。また変換率 β は, ϵ_i (m^3/s), 降雨量 (mm/day), 流域面積 (km^2) の単位をもつときに,

(3) 式で与えられる。

$$\beta_i = \frac{24 \times 3.6}{A(1 - a_1 - a_2 \dots\dots - a_P)} \quad (i = 1, 2) \dots (3)$$

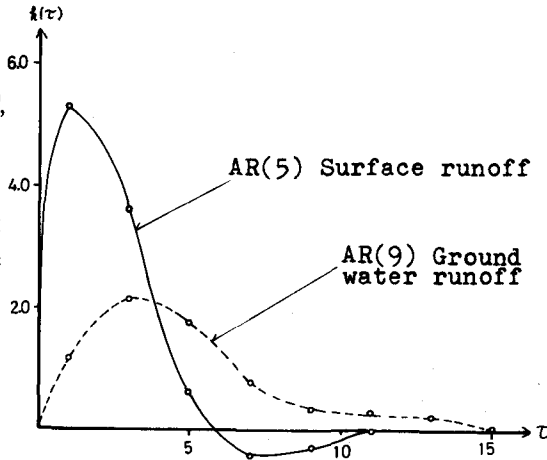


図-3 応答関数

添字 $i = 1, 2$ は、1 は高周波成分、2 は低周波成分の区別を示す。図-4、5 に逆推定降雨と有効降雨の比較を示す。

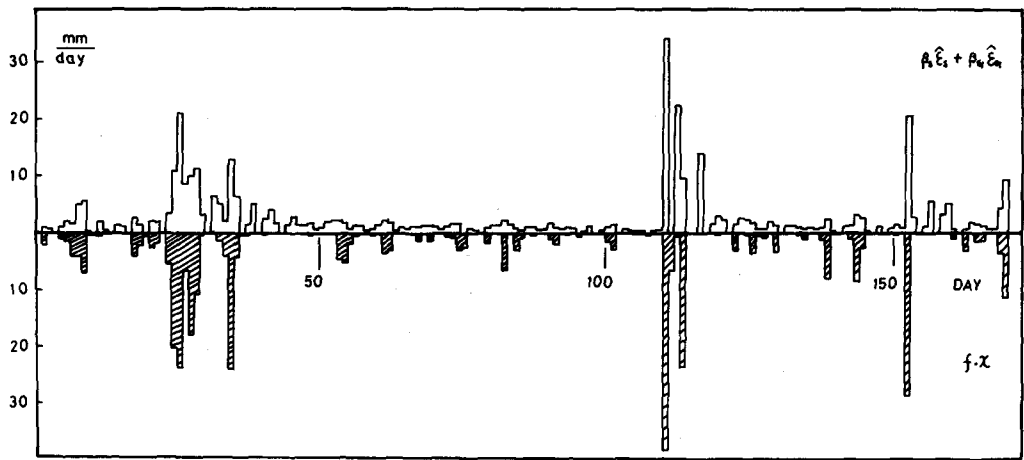


図-4 有効降雨と推定降雨の比較

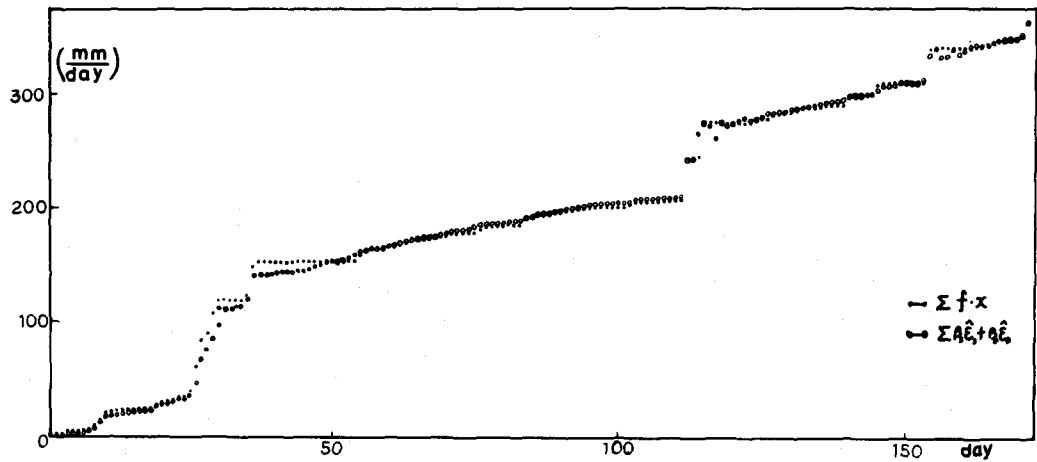


図-5 累加有効降雨と累加推定降雨の比較

II 時間単位の流出への拡張

(a) 分離周波数の決め方

時間単位の cut off frequency を決定するには、吉川他⁽³⁾と同じく流域系固有のものと考えられている流量逓減曲線の情報を取り入れる。カットオフ周波数は次のように推定できる。

$$f = \frac{1}{T} \dots\dots\dots (4)$$

神流川流域の洪水10ハイドログラフを示す。通減曲線の勾配の変曲点が2つ存在することにより、この洪水は、表面流出、中間流出、地下流出成分に分離できる。

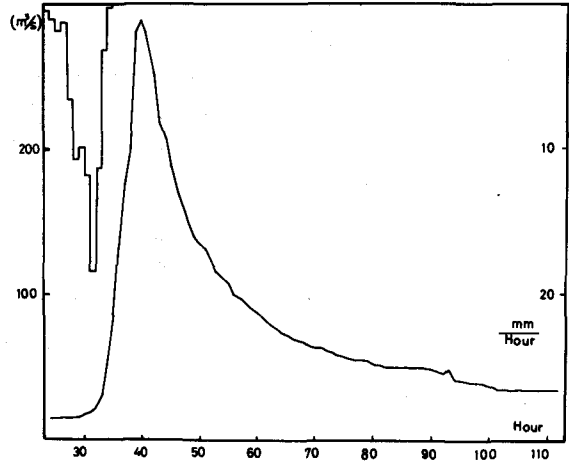


図-6 ハイドログラフ

(b) 数値フィルター

時間単位の流出分離の数値フィルターは、現時刻 t 以前の data に対しての物理的思考による片側作用の数値フィルターを設計する。水文現象は、高階常微分方程式系であらわさせるが、短期流出成分は、簡単な2階の常微分方程式で表現できる。

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{c}{m} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{k}{m} y(t) = \frac{x(t)}{m} \quad \dots\dots\dots (5)$$

この系の応答関数 $h(\tau)$ は、 $C_1 = c/m$, $C_0 = k/m$ とすると

$$\left. \begin{aligned} h(\tau) &= \exp\left(-\frac{C_1}{2}\tau\right) \cdot \sin\left(\sqrt{C_0 - C_1^2/4}\tau\right) / \sqrt{C_0 - C_1^2/4} & C_0 - \frac{C_1^2}{4} > 0 \\ h(\tau) &= \exp\left(-\frac{C_1}{2}\tau\right) \sin\left(\sqrt{C_0 - C_1^2/4}\tau\right) / \sqrt{C_0 - C_1^2/4} & C_0 - \frac{C_1^2}{4} < 0 \end{aligned} \right\} (\tau > 0) \dots\dots (6)$$

$$h(\tau) = 0 \quad (\tau < 0)$$

これに対する応答は、

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) \cdot x(t-\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (7)$$

となる。すなわち、 h は x に対して後方作用のフィルターとなっている。この関係を周波数領域で示すと

$$Y(\omega) = H(\omega) \cdot X(\omega) \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。ここに、

$$|H(\omega)| = 1 / k \sqrt{\{1 - (\omega/\omega_0)^2\}^2 + \delta^2 (\omega/\omega_0)^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

となり、 $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, $\delta = c/(m\omega_0)$ である。

$|H(\omega)| - \omega$ の周波数増幅曲線から δ , ω_0 を決定し、 $h(\tau)$ が求まると数値フィルターは、(10)式で与えられる。

$$w_k = \begin{cases} h(k \Delta t) & (k=0, 1, 2, \dots\dots\dots, N) \\ 0 & (k=-1, -2, \dots\dots\dots) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (10)$$

故に、汙波後の出力 $y^{(2)}(t)$ は、次式となる。

$$y^{(2)}(t) = \sum_{k=0}^N w_k y_{t-k} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここでは省略するが数学的思考による再帰型フィルターも考えられる。

(c) 流域特性と流量系列の逆推定

流出分離した各成分に自己回帰モデル(1)式を参照にして(12)式を適用する。

$$\varepsilon_i = y_i - a_1 \hat{y}_{i-1} - a_2 \hat{y}_{i-2} \cdots - a_p \hat{y}_{i-p} \quad \cdots \cdots \cdots (12)$$

y_i , 実測流量, $\hat{y}_{i-1}, \dots, \hat{y}_{i-p}$, 修正計算流量, $\hat{y}_{i-k}$ の決め方は, 時刻 i において実測 y_i を発生させる ε_i を計算する。 ε_i に平均ノイズ $\langle \varepsilon \rangle$ を加える。もし $\varepsilon_i < 0$ ならば ε_i を $\langle \varepsilon \rangle$ とし ε_i が負にならないようにする。この $\langle \varepsilon \rangle$ に対して時刻 i での流量を式 (1) により求めこれを修正流量とする。この ε_i 系列から流出量系列に変換する。

このグラフより洪水の上昇部分は, 逆算流量の修正は必要がなく実測値と一致している。AR 次数は, 表面流出は少なく, 中間流出, 地下水流出は多い。

(d) 降雨系列の逆推定

式 12) により逆推定を行った推定降雨時系列と有効雨量との比較をも図 8 に示す。

III おわりに

(1) 先に提案した降雨-流出系を逆探問題の方法をより広流域の日単位のデータに適用し, その妥当性を示した。相模川流域については, 表面流出成分と地下水流出成分の 2 成分に分離され, 表面流出成分には 5 次 AR モデルを適用した。雄物川, 神流川での表面流出成分は 2 次である。この理由としては, 前にも説明したように, 流域が火山灰におおわれていて, 浸透性が強いことに原因があると思われる。

(2) 次に, 降雨が定常白色雑音ではなく, この方法が直接適用しえない時間単位の場合について拡張する方法を提案した。この場合には, 分離周期の決定は, 日単位の場合とは異なり, 洪水ハイドログラフの逓減部により決定する方法によった。各分離流量時系列に対し AR モデルを適用し, 日単位の場合と同様に流域特性が求められた。降雨の逆推定にあたっては, 降雨が負にならないという条件から逆推定修正流量を用いた。また, 逆推定降雨時系列は, 表面流出, 中間流出, 地下水流出に寄与する降雨として逆推定した。

今後の検討としては, さらに, 洪水の適用例をまして, このモデルの妥当性を確かめたい。

参 考 文 献

- (1) 日野幹雄・長谷部正彦, 流量時系列のみによる降雨時系列, 流域の流出特性および流出分離の推定について, 第 23 回水講演文集。
- (2) 日野幹雄・長谷部正彦, 確率過程論的方法による流量時系列のみからの流出解析について, 土木学会論文報告集 (投稿中)。
- (3) 吉川秀夫・砂田憲吾・グェン・ソン・フン, 洪水流量逓減曲線の特性を考慮した流出モデルに関する研究, 土木学会論文報告集, 第 283 号, 1979。
- (4) 日野幹雄, スペクトル解析, 朝倉書店。
- (5) Birtles, Identification and Separation of Major Base Flow Components from a Stream Hydrograph W.R.R Vol 14, No 5
- (6) 茅 陽一, 自動制御工学, 大学講座電子工学 20, 共立出版

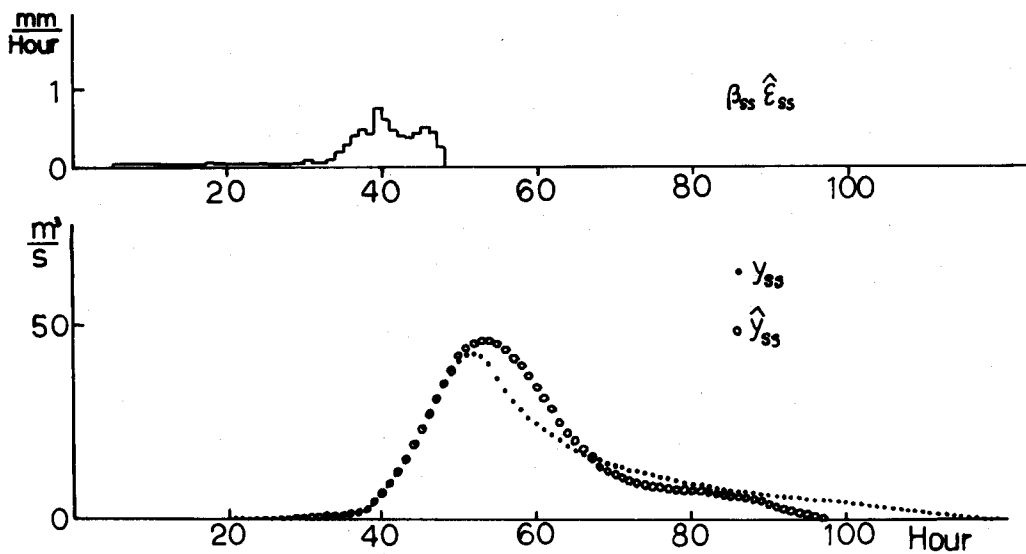


図-7 修正流量と実測流量の比較

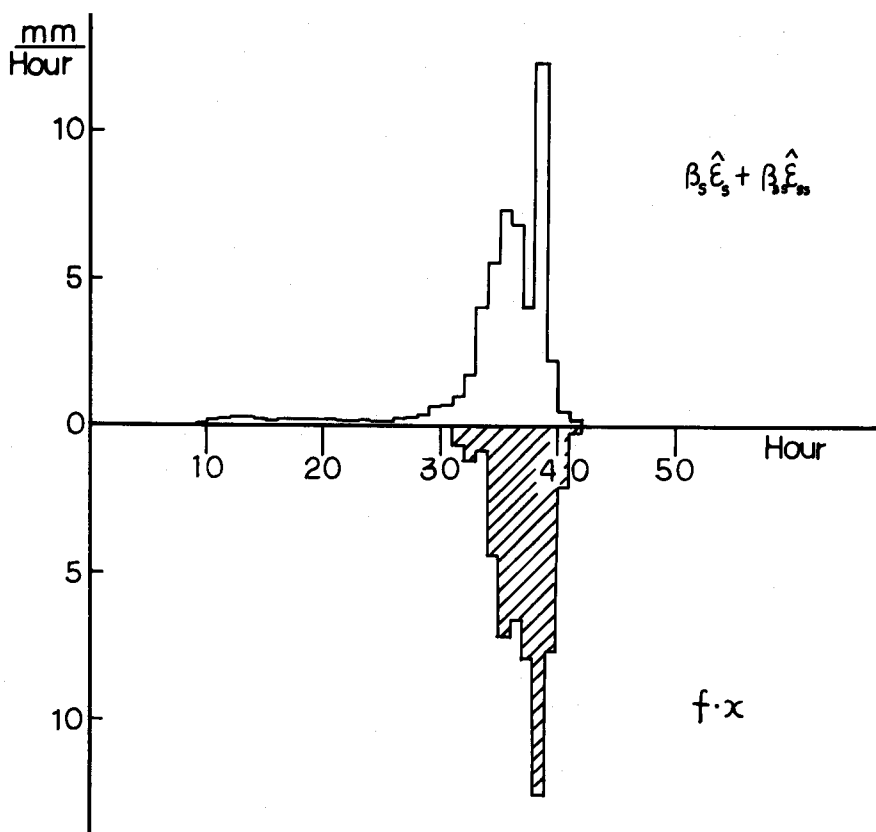


図-8 推定降雨と有効降雨の比較