

小規模河床波の卓越波数について

DOMINANT WAVENUMBER OF RIPPLES AND DUNES ON ALLUVIAL BEDS

中央大学理工学部

正会員 林 泰造

中央大学大学院後期博士課程 学生員○大西光陽

1. はじめに

河床波の発生機構および発生領域については、Kennedy(1963)¹⁾以来数多くの研究がなされてきた。しかし、従来の研究は反砂堆を中心として砂堆に及ぶといういわばフルード数の大きい領域についての解析であり、フルード数が小さいときの河床形態である砂漣および砂堆についての十分な研究は行なわれていなかったように思われる。フルード数が小さくなるとフルード数の影響に比べて相対水深 D_0/d の影響が増大してゆくことが経験的に知られているが、上述の従来の研究においてはこの影響は全く考慮されていなかった。

本研究では、せん断流モデルを用いて河床安定理論の立場から、低フルード数で発生する砂漣および砂堆についての発生条件および発生機構を明らかにし、それら河床波の卓越波数を明らかにするために以下の解析を行なった。

2. 水流に関する基礎式および境界条件

(a) 基礎式

Fig.1に示すような河床波上の2次元なせん断流れを考える。河床の移動速度は小さいことから河床波上を流れる水流は準定常とし、粘性底層はないものとする、連続方程式と x および y 方向の運動方程式は次式のように書ける。

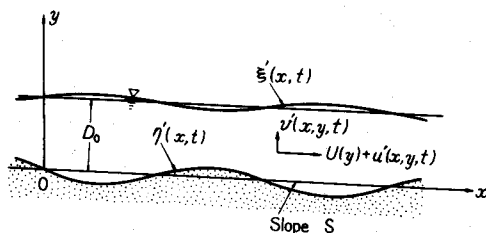


Fig.1. Notations

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = gS - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \epsilon \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \epsilon \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $u = U + u'$: x 方向の流速成分、 $U(y)$: 主流の流速分布、 $v = v'$: y 方向の流速成分、 $p = P + p'$: 圧力、 $P(y) = \rho g(D_0 - y)$: 静水圧分布、 D_0 : 平均水深、 S : 河床勾配、 ϵ : 渦動粘性係数、である。

主流の流速分布は放物線近似として

$$\frac{U_s - U(y)}{U_*} = \frac{U_s - U_b}{U_*} \left(1 - \frac{y}{D_0} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

を用いる。ここに、 U_s : 水表面における平均流速、 U_b : 河床面に認めた主流のスリップ流速、 U_* : 主流によるせん断速度、である。

渦動粘性係数としては断面平均値を用い

$$\epsilon = \frac{\kappa}{6} U_* D_0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

を用いる。ここに、 κ : Karman 定数、である。

(b) 境界条件

水表面および河床面における境界条件として次式を用いる。

水表面 ($y = D_0 + \xi'$) において :

$$p = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$u \frac{\partial \xi'}{\partial x} = v \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{1}{p} \tau_{xy} = \varepsilon \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

河床面 ($y = \eta'$) において :

$$u \frac{\partial \eta'}{\partial x} = v \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$u_*' = \left(\frac{U_*}{U_b} \right)^2 u_b^2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに, ξ' : 水面波の波形, η' : 河床波の波形, $u_* = U_* + u_*'$: 河床に微小擾乱を有するときのせん断速度, $u_b = U_b + u_b'$: 河床擾乱を有するときの河床面上の流速, である。

3. 基礎式と境界条件の無次元線型式

以上の基礎式および境界条件を, $u' \ll U$, $v' \ll U$, $p' \ll P$ であるとして, プライムのついた微小変動量について線型化したのち, 座標軸, 時間ならびに各変動量を平均水深 Do と断面平均流速 Um とで無次元化を行なうと以下の線型化された無次元方程式が得られる。

(a) 変動成分に関する基礎式

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$Fr^2 \left(U \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{dU}{dy} \right) = - \frac{\partial p'}{\partial x} + \frac{Fr^2}{Re_\varepsilon} \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y^2} \right) \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$Fr^2 U \frac{\partial v'}{\partial x} = - \frac{\partial p'}{\partial x} + \frac{Fr^2}{Re_\varepsilon} \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y^2} \right) \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに, $Fr = Um / \sqrt{gDo}$: フルード数, $Re_\varepsilon = UmDo / \varepsilon$: 渦動粘性係数によって定義されたレイノルズ数, である。

(b) 境界条件

水表面 ($y = 1$) において :

$$p' = \xi' \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$U_s \frac{\partial \xi'}{\partial x} = v' \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} = \frac{2\beta}{\varphi_0} \xi' \quad \dots\dots\dots (16)$$

河床面 ($y = 0$) において

$$U_b \frac{\partial \eta'}{\partial x} = v' \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{2\beta}{\varphi_0} \eta' + u' = \frac{\varphi_0}{4\beta} U_b \left(- \frac{2\beta}{\varphi_0} \eta' + \frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに, $\varphi_0 = Um / U_*$: 流速係数, $\beta = 3/\kappa$, である。

4. 河床擾乱とその他の水理量

河床に与える微小擾乱 η' を

$$\eta'(x, t) = \eta_0 e^{ik(x-ct)} \quad \dots\dots\dots (19)$$

としたとき、それによって生ずるその他の変動成分を次式のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} u'(x, y, t) &= \hat{u}(y)e^{ik(x-ct)} \\ v'(x, y, t) &= \hat{v}(y)e^{ik(x-ct)} \\ p'(x, y, t) &= \hat{p}(y)e^{ik(x-ct)} \\ \xi'(x, y, t) &= \xi_0 e^{ik(x-ct)-i\theta_w} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 η_0 および ξ_0 : $t=0$ における河床波と水面波の振幅、 $\hat{u}$, $\hat{v}$ および $\hat{p}$: y のみの複素関数、 $k = 2\pi D_0/L$: 河床波の無次元波数、 L : 河床波の波長、 $c = c_R + ic_I$: 河床擾乱の無次元複素伝播速度、 c_R : 河床擾乱の無次元移動速度、 c_I : 河床擾乱の対数的増幅率、 $i = \sqrt{-1}$ 、 θ_w : 水面波の河床波に対する位相差、をそれぞれ表わす。

(19) および (20) 式を変動成分に関する基礎式 (11), (12), および (13) 式に代入し、 $\hat{u}$ ならびに $\hat{p}$ を消去して $\hat{v}$ を求めれば、

$$\hat{v}(y) = C_1 e^{\lambda_1 y} + C_2 e^{-\lambda_1 y} + C_3 e^{\lambda_2 y} + C_4 e^{-\lambda_2 y} \dots\dots\dots (21)$$

そして u を求めれば

$$\hat{u}(y) = \frac{i}{k} \left[\lambda_1 (C_1 e^{\lambda_1 y} - C_2 e^{-\lambda_1 y}) + \lambda_2 (C_3 e^{\lambda_2 y} - C_4 e^{-\lambda_2 y}) \right] \dots\dots\dots (22)$$

となる。ここに、

$$\lambda_1 = \left[\frac{1}{2} \{ A_1 + (A_1^2 - 4A_2)^{\frac{1}{2}} \} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad A_2 = \left[\frac{1}{2} \{ A_1 - (A_1^2 - 4A_2)^{\frac{1}{2}} \} \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (23)$$

$$A_1 = 2k^2 + i2\beta\phi_0 k, \quad A_2 = k^2 - i4\beta^2 k + i2\beta\phi_0 k^3$$

である。また、 $C_1 \sim C_4$ は積分定数であり、これらの値は境界条件 (14) ~ (18) 式によって求められる。

以上のように、河床に微小擾乱 η' を与えた際、それに伴って生ずる水流のその他の変動成分が全て求められる。⁶⁾

5. 小規模河床波の卓越波数

(a) 卓越波数

小規模河床波の卓越波数は、河床擾乱の無次元複素伝播速度 c が

$$c = c_R + ic_I \dots\dots\dots (24)$$

であるから、河床擾乱 η' は (19) 式から

$$\eta'(x, t) = \eta_0 e^{kc_I t} e^{ik(x-c_R t)} \dots\dots\dots (25)$$

となる。ここで、河床波の振幅の増幅率は $e^{kc_I t}$ である。従って、河床波の発達初期の卓越波数は、

$$\left(\frac{d}{dt} e^{kc_I t} \right)_{t=0} = kc_I \dots\dots\dots (26)$$

より、 kc_I を極大とする波数が求める卓越波数である。そこでまず、 c_I を求めることにする。

(b) 河床波の増幅率

掃流砂量の連続方程式は

$$\frac{\partial \eta'}{\partial t} + \frac{\partial g_B}{\partial x} = 0 \quad \text{at } y = \eta' \quad \dots\dots\dots (27)$$

である。ここに、 g_B : 単位幅あたりの掃流砂量、である。掃流砂量式には Einstein - Brown¹⁾ の式を用いると、無次元掃流砂量 Φ は、

$$\Phi = \frac{g_B}{w_f d} \cong 40 (\tau_* (x - \delta r))^3 \quad \dots\dots\dots (28)$$

と表わされる。ここに、 w_f : Rubey(1933)²⁾の流砂沈降速度、 d : 砂粒の粒径、 $\tau_* = u_*^2 / (s-1)gd$: 無次元掃流力、 δr : 掃流力とそれに対する掃流砂量の遅れ距離、である。

(28) 式を (27) 式に代入し、時間および空間座標を w_f, d および D_0 で無次元化したのち、 η' を微小量として $y=0$ のまわりに展開し線型化すると次式を得る。

$$c = \Phi_* \left\{ \frac{12\beta}{U_b \varphi_0} + \frac{6}{U_b} \frac{u(y=0)}{\eta_0} \right\} e^{-ik\delta r} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\text{ここに, } \frac{u(y=0)}{\eta_0} = \frac{i}{k} \left\{ \lambda_1 \left(\frac{C_1}{\eta_0} - \frac{C_2}{\eta_0} \right) + \lambda_2 \left(\frac{C_3}{\eta_0} - \frac{C_4}{\eta_0} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$\Phi_* = \Phi_0 \left(\frac{d}{D_0} \right)^2, \quad \Phi_0 = 40 \tau_{*0}^3, \quad \tau_{*0} = \frac{U_*^2}{(s-1)gd} \quad \dots\dots\dots (31)$$

である。また、(30) 式中の $C_1/\eta_0 \sim C_4/\eta_0$ は境界条件 (14) ~ (18) 式によって求まり、 $C_1/\eta_0 \sim C_4/\eta_0$ を求める式を整理すれば

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1/\eta_0 \\ C_2/\eta_0 \\ C_3/\eta_0 \\ C_4/\eta_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (32)$$

となる。ここに

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= (D_1 - EB_1) e^{\lambda_1}, & a_{12} &= (D_1 + EB_1) e^{-\lambda_1}, & a_{13} &= (D_2 - EB_2) e^{\lambda_2}, & a_{14} &= (D_2 + EB_2) e^{-\lambda_2}, \\ a_{21} &= (1 - FB_1) e^{\lambda_1}, & a_{22} &= (1 + FB_1) e^{-\lambda_1}, & a_{23} &= (1 - FB_2) e^{\lambda_2}, & a_{24} &= (1 + FB_2) e^{-\lambda_2}, \\ a_{31} &= G(\lambda_1^2 + k^2) - \lambda_1, & a_{32} &= G(\lambda_1^2 + k^2) + \lambda_1, & a_{33} &= G(\lambda_2^2 + k^2) - \lambda_2, & a_{34} &= G(\lambda_2^2 + k^2) + \lambda_2, \\ a_{41} &= a_{42} = a_{43} = a_{44} = 1, \\ b_1 &= b_2 = 0, & b_3 &= ik \left(\frac{U_b}{2} + E \right), & b_4 &= ik U_b, \\ B_1 &= Fr^2 \lambda_1 \left\{ \frac{1}{2\beta\varphi_0} \left(\frac{\lambda_1^2}{k^2} - 1 \right) - \frac{i}{k} U_s \right\}, & B_2 &= Fr^2 \lambda_2 \left\{ \frac{1}{2\beta\varphi_0} \left(\frac{\lambda_2^2}{k^2} - 1 \right) - \frac{i}{k} U_s \right\}, \\ D_1 &= ik \left(\frac{\lambda_1^2}{k^2} + 1 \right), & D_2 &= ik \left(\frac{\lambda_2^2}{k^2} + 1 \right), \\ E &= \frac{2\beta}{\varphi_0}, & F &= ik U_s, & G &= \frac{U_b}{4\beta} \varphi_0, \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (33)$$

である。(29)式を実数部と虚数部に分け、その虚数部だけを取り出すと c_I は次式のようになる。

$$c_I = \phi * \left[- \left\{ \frac{12\beta}{U_b \varphi_0} + \frac{6}{U_b} \left(\frac{u(y=0)}{\eta_0} \right)_I \right\} \sin k \delta_r + \frac{6}{U_b} \left(\frac{u(y=0)}{\eta_0} \right)_R \cos k \delta_r \right] \quad (34)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{u(y=0)}{\eta_0} \right)_R &= \frac{1}{k} \left[\lambda_1 R \left\{ \left(\frac{c_1}{\eta_0} \right)_I - \left(\frac{c_2}{\eta_0} \right)_I \right\} + \lambda_1 I \left\{ \left(\frac{c_1}{\eta_0} \right)_R - \left(\frac{c_2}{\eta_0} \right)_R \right\} + \lambda_1 R \left\{ \left(\frac{c_3}{\eta_0} \right)_I - \left(\frac{c_4}{\eta_0} \right)_I \right\} + \lambda_2 I \left\{ \left(\frac{c_3}{\eta_0} \right)_R - \left(\frac{c_4}{\eta_0} \right)_R \right\} \right] , \\ \left(\frac{u(y=0)}{\eta_0} \right)_I &= \frac{1}{k} \left[\lambda_1 R \left\{ \left(\frac{c_1}{\eta_0} \right)_R - \left(\frac{c_2}{\eta_0} \right)_R \right\} - \lambda_1 I \left\{ \left(\frac{c_1}{\eta_0} \right)_I - \left(\frac{c_2}{\eta_0} \right)_I \right\} + \lambda_2 R \left\{ \left(\frac{c_3}{\eta_0} \right)_R - \left(\frac{c_4}{\eta_0} \right)_R \right\} - \lambda_2 I \left\{ \left(\frac{c_3}{\eta_0} \right)_I - \left(\frac{c_4}{\eta_0} \right)_I \right\} \right] , \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{c_1}{\eta_0} \right)_R &= \frac{|A_1|_R |A|_R + |A_1|_I |A|_I}{|A|_R^2 + |A|_I^2} , & \left(\frac{c_2}{\eta_0} \right)_R &= \frac{|A_2|_R |A|_R + |A_2|_I |A|_I}{|A|_R^2 + |A|_I^2} , \\ \left(\frac{c_3}{\eta_0} \right)_R &= \frac{|A_3|_R |A|_R + |A_3|_I |A|_I}{|A|_R^2 + |A|_I^2} , & \left(\frac{c_4}{\eta_0} \right)_R &= \frac{|A_4|_R |A|_R + |A_4|_I |A|_I}{|A|_R^2 + |A|_I^2} , \\ \left(\frac{c_1}{\eta_0} \right)_I &= \frac{|A_1|_I |A|_R - |A_1|_R |A|_I}{|A|_R^2 + |A|_I^2} , & \left(\frac{c_2}{\eta_0} \right)_I &= \frac{|A_2|_I |A|_R - |A_2|_R |A|_I}{|A|_R^2 + |A|_I^2} , \\ \left(\frac{c_3}{\eta_0} \right)_I &= \frac{|A_3|_I |A|_R - |A_3|_R |A|_I}{|A|_R^2 + |A|_I^2} , & \left(\frac{c_4}{\eta_0} \right)_I &= \frac{|A_4|_I |A|_R - |A_4|_R |A|_I}{|A|_R^2 + |A|_I^2} , \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ b_4 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = |A|_R + i |A|_I , & A_2 &= \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & b_4 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = |A_2|_R + i |A_2|_I , \\ A_3 &= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & b_2 & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & b_3 & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & b_4 & a_{44} \end{vmatrix} = |A_3|_R + i |A_3|_I , & A_4 &= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & b_4 \end{vmatrix} = |A_4|_R + i |A_4|_I , \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

である。

河床波の振幅率は c_I は、(34)式中に含まれているパラメータを整理することにより

$$c_I = c_I (F_r^2, k, \varphi_0, \delta_r) \dots \dots \dots (38)$$

と表わされる。また、流速係数 φ_0 および無次元遅れ距離 δ_r は相対水深 Do/d の関数であると考えられる。従って、河床波の増幅率 c_I に関するパラメータは、フルード数 Fr 、河床波の無次元波数 k ならびに相対水深 Do/d となり、次式のように表わされる。

$$c_I = c_I (F_r^2, k, Do/d) \dots \dots \dots (39)$$

河床波の卓越波数 kd は、上に述べたように kc_I を極大とする波数であるから、(39)式より kd に関する無次元パラメータは Fr 、および Do/d となり、

$$kd = kd (F_r^2, Do/d) \dots \dots \dots (40)$$

となる。(40)式中のフルード数 Fr は全て Fr の2乗の形で含まれていることから、フルード数が十分小

さい流れに対する河床波の卓越波数は相対水深 Do/d のみに関係し, Fr が大きくなるにつれて Fr の影響が増してくると考えられる。なお, (34) 式にもとずき計算された河床波の卓越波数については後で述べる。

6. 流速係数と遅れ距離

(a) 流速係数

流速係数は河床形態および相対水深等によって変化すると思われる。Guy, Simons and Richardson (1966)⁹⁾ の実験データから流速係数 $\phi_0 (=U_m/U_*)$ を河床形態別に相対水深 Do/d_{50} を用いて整理したものが Fig. 2 ないし Fig. 4 である。これらの図より, 砂漣および反砂堆の流速係数は相対水深に関係していると思われるが, 河床形態によって特定の流速係数の値を取るものと考えられる。そこで本解析では砂漣ならびに砂堆については $U_m/U_* = 10$, 反砂堆については $U_m/U_* = 15$ として解析を行なった。

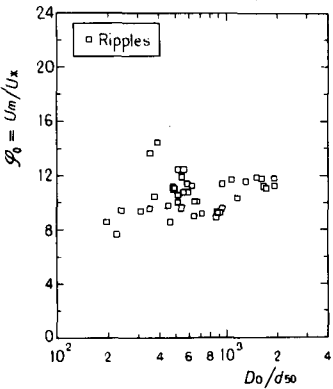


Fig. 2. Average velocity ratio

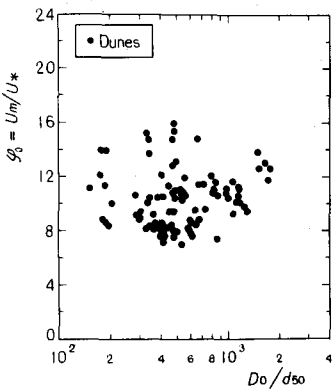


Fig. 3. Average velocity ratio

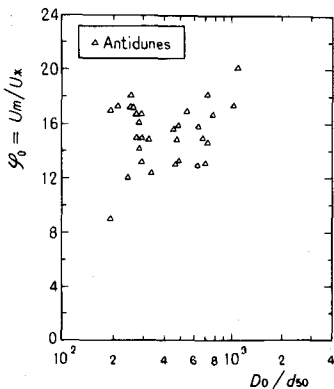


Fig. 4. Average velocity ratio

(Data from : Guy, Simons and Richardson (1966))⁹⁾

(b) 遅れ距離

遅れ距離 δ の値が砂粒の1ステップの長さ δ_s に対応していることは林・尾崎 (1978)¹⁰⁾ により明らかにされている。そこでフルード数が $Fr < 1$ のときの1ステップ長さとして Einstein (1950)¹¹⁾ の式形を用いると,

$$\delta_s = \lambda_1 d \dots\dots\dots (41)$$

と表わせる。ここに, d : 砂粒の粒径, λ_1 : 定数, である。(41) 式を平均水深 Do で無次元化すると

$$\delta_r = \lambda_1 \frac{d}{Do} \dots\dots\dots (42)$$

となり, 上で述べたように無次元遅れ距離 δ_r は相対水深 Do/d のみによって変化することがわかる。Einstein は λ_1 の値を $\lambda_1 \cong 100$ としたが, この値は掃流力が十分大きいときの値であり, 掃流力が小さいときには λ_1 は 100 よりも小さい値を取ることが篠原・椿 (1963)¹²⁾, Yalin (1977)¹³⁾ ならびに林・尾崎 (1979)¹⁴⁾ により示されている。そこで, 本研究ではそれらの研究結果を参照して, 砂漣および砂堆に対して $\lambda_1 = 20$ として解析を行なった。

反砂堆の遅れ距離 δ としては, 林・尾崎 (1979)¹⁴⁾ が導いた砂粒の1ステップ長さ δ_s を用いた。

$$\delta_s = \lambda \tau_{*0} d \dots\dots\dots (43)$$

ここに、 $c_{*0} = U_*^2 / (s-1)gd$: 無次元掃流力、 $\lambda = \text{定数}$ 、である。(43) 式を水深 Do で無次元化すれば、

$$\delta r = \lambda \left(\frac{Fr}{\varphi_0} \right)^2 \bigg/ (s-1) \dots\dots\dots (44)$$

となる。(44) 式より、反砂堆のときの遅れ距離 δr は流速係数 φ_0 とフルード数 Fr によって変化することがわかる。なお、前述のように本解析では反砂堆における流速係数は $\varphi_0 = 15$ とし、また、 $\lambda = 85$ として解析を行なった。

7. 解析結果

本研究から得られた小規模河床波の卓越波数を、相対水深 Do/d をパラメータとして Guy らの実験値とともに図示したものが Fig.5 である。図中の実線が(40)式から与えられる河床波の卓越波数を表わしている。

この Fig.5 でフルード数 Fr が 0.3 以下の領域では、河床波の卓越波数はフルード数にはほとんど無関係となり相対水深のみによって河床波の波長が決まることになる。またそのような領域の河床形態は、実験データより砂漣であることがわかる。本解析ならびに Guy らの実験データから、砂堆の発生領域は河床波の無次元波数 kDo が 0.4 ~ 2 付近であり、砂漣の発生領域は kDo が約 2 以上であることもわかる。

Fig.6 には砂漣と砂堆の卓越波数を相対水深 Do/d に対して、フルード数 Fr をパラメータに取って画いたものである。

前述の Fig.5 の考察より $Fr \leq 0.3$ の曲線は砂漣の卓越波数を示していて、無次元卓越波数 $krDo$ がフルード数 Fr に関係なく相対水深 Do/d_{50} のみによって決まることを示している。このことは、砂漣の波長は河床砂礫の粒径と密接に関係していることを意味している。 $Fr > 0.4$ の卓越波数については、 $Do/d_{50} < 600$ の領域で河床波の卓越波数は相対水深 Do/d_{50} と密接に関係するが、 $Do/d_{50} > 600$ の領域の卓越波数は相対水深よりもむしろフルード数 Fr によって河床波の波長が決まる領域である。また、フルード数 Fr が 0.4 前後で相対水深 Do/d_{50} が 600 以下の領域では、本研究の解析結果ならびに Guy らの実験データから砂漣と砂堆が共存する領域であることがわかる。

Fig.7 には砂漣あるいは砂堆の卓越波長について求められている Yalin (1967, 1971) および日野 (1968) の式が、Guy らによる Fig.6 と同じ実験値とともに示されている。Yalin および日野の式はつぎの通りである (カッコ内は河床波の波長 L を波数 k で書き直したもの、 $k = 2\pi/L$)。

砂漣：

$$Yalin (1964) \quad L = 1000 d_{50} \left(kDo = 0.0063 \frac{Do}{d_{50}} \right) \dots\dots\dots (45)$$

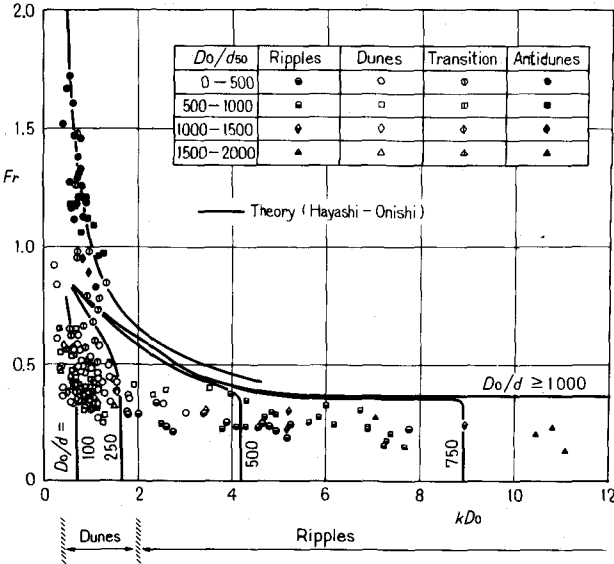


Fig.5. Comparison of Predicted and Observed Wave Length
 (Data from : Guy, Simons and Richardson (1966))

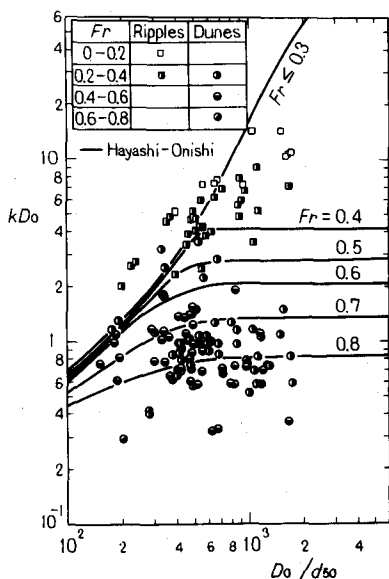


Fig. 6. Comparison of Predicted and Observed Wave Length(Data from: Guy, Simons and Richardson (1966)⁹⁾)

砂堆：

$$\begin{aligned} \text{Yalin (1964)}^{15)} & L = 5 D_o, \quad (k D_o = 1.26) \dots\dots\dots (46) \\ \text{日 野 (1968)}^{16)} & L = 7 D_o, \quad (k D_o = 0.90) \dots\dots\dots (47) \\ \text{Yalin (1971)}^{17)} & L = 6 D_o, \quad (k D_o = 1.00) \dots\dots\dots (48) \end{aligned}$$

Fig. 6 と Fig. 7 とを比較すると、Yalin の式 (45) は著者らの理論から、これは $Fr \leq 0.3$ の場合に当たるものであり、また日野の式 (47) および Yalin の式 (46), (48) は $Fr = 0.7 \sim 0.8$ (ただし $Do/d_{50} > 600$) の場合に当たるものであることがわかる。

8. むすび

本研究において、河床安定理論にせん断流モデルを用いて、低フルード数の流れにおける小規模河床形態に関する理論解析を行なった。本解析より導かれた主な結論はつぎのようになる。

(1) 従来は砂漣と砂堆の河床形態の分類において、河床波の波長および波高が河床面近傍の物理量によって支配されるものが砂漣、平均水深によって支配されるものが砂堆とされてきた。本研究のようにフルード数 Fr と相対水深 Do/d を導入することにより、砂漣と砂堆の波長に支配的なパラメータが明らかとなり、また、砂漣と砂堆を統一的に取り扱えるようになった。これらの関係は Fig. 6 に示されている。

河床波の卓越波数は、(34) 式の河床波の振幅の増幅率より求められたものであり、(34) 式から遅れ距離 $\delta \beta$ ($= 3 / \kappa$) (ただし、 κ =Karman 定数)、河床波が存在するときの流速係数 φ_0 、を出入パラメータとして定まる値である。

(2) 河床形態とフルード数 Fr および相対水深 Do/d の関係を Fig. 6 よりまとめると Table. 1 の

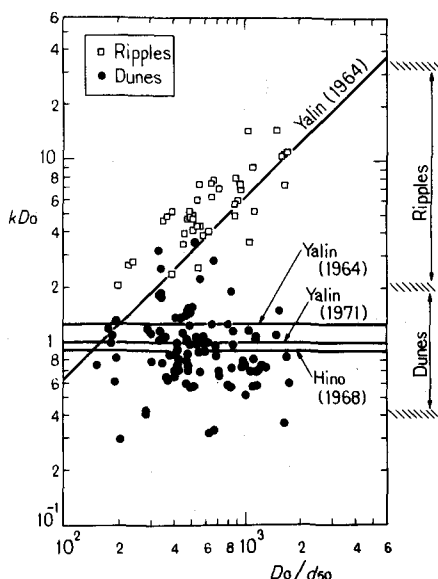


Fig. 7. Illustration of Various Formulae Previously Published on Sand Wave Configurations (Data from: Guy Simons and Richardson (1966)⁹⁾)

Table. 1.

Fr	$Do/d_{50} < 600$	$Do/d_{50} > 600$
≤ 0.3	Ripples	Ripples
≈ 0.4	Ripples and Dunes	Ripples
> 0.5	Dunes	Dunes

ようになる。

本研究で残された問題点としては、本解析においては河床形態によって流速係数 φ_0 を一定(砂漣と砂堆については $\varphi_0 = 10$, 反砂堆については $\varphi_0 = 15$)として計算を行なったが、河床形態と粗度の関係をより明らかにできれば、より正解な解析が実行できると考えている。

謝辞

本研究の遂行に当っては当時中央大学大学院後期博士課程に存学中であった現在電力中央研究所 河川環境研究室尾崎幸男氏から有益な数多くの討議を寄せられた。また、中央大学大学院前期博士課程矢内栄二君より熱心な協力を得た。記して深く謝意を表する。

参考文献

- 1) Kennedy, J.F.: The mechanics of dunes and antidunes in erodible bed channels, Jour. Fluid Mech., vol. 16, pp. 521-544, 1963.
- 2) Hayashi, T.: Formation of dunes and antidunes in open channels, Proc. ASCE, vol. 96, Hy2, pp. 357-366, 1970.
- 3) Engelund, F.: Instability of erodible beds, Jour. Fluid Mech., vol. 42, pp. 225-244, 1970.
- 4) Fredsoe, J.: On the development of dunes in erodible channels, Jour. Fluid Mech., vol. 64, pp. 1-16, 1974.
- 5) 林 泰造・大西光陽: 河床安定理論の立場からみた小規模河床波の発生について, 第23回水理講演会論文集, pp. 169-179, 1979.
- 6) 林 泰造・大西光陽: 波上境界上の開水路流れについて, 第34回年次学術講演会講演概要集, 第2部, pp. 173-174, 1979.
- 7) Brown, C.B.: Engineering Hydraulics edited by H. Rouse, John Wiley & Sons, p. 796, 1950.
- 8) Rubey, W.W.: Settling velocities of gravel, sand and silt particles, Amer. Jour. Science, vol. 25, no. 148, pp. 325-338, 1933.
- 9) Guy, H.P., Simons, D.B. and Richardson, E.V.: Summary of alluvial channel data from flume experiments, 1956-61, USGS Professional Paper 462-1, 1966.
- 10) Hayashi, T. and Ozaki, S.: Formation of alternating bars and braids, Proc. of U.S.-Japan Binational Seminar on Erosion and Sedimentation, Hawaii, 1978.
- 11) Einstein, H.A.: The bed load function for sediment transportation in open channel flows, U.S. Dept. Agr. Tech. Bull. 1026, 1950.
- 12) 篠原謹爾・椿 東一郎: 河床砂礫の移動機構に関する一考察, 九州大学応用力学研究所所報, 第10号, pp. 85-94, 1957.
- 13) Yalin, M.S.: Mechanics of Sediment Transport, 2nd editin Pergamon Press, p. 135, 1977.
- 14) 林 泰造・尾崎幸男: 掃流砂量に関する基礎的研究, 第23回水理講演会論文集, pp. 157-167, 1979.
- 15) Yalin, M.S.: Geometrical properties of sand waves, Proc. ASCE, HY5, pp. 105-119, 1964.
- 16) Hino, M.: Eguilibrium-range spectra of sand waves formed by flowing water, Jour. Fluid Mech., vol. 34, pp. 565-573, 1968.
- 17) Yalin, M.S.: On the formation of dunes and meanders, Proc. IAHR, vol. 3, pp. 101-108, Paris, 1971.
- 18) 土木学会水理委員会(移動床流れの抵抗と河床形状研究小委員会): 移動床流れにおける河床形態と粗度, 土木学会論文報告集, 第201号, pp. 65-91, 1973.