

滑面・粗面および浸透層上の流れの抵抗則と乱れの構造
Resistance Laws and Turbulence Structures of Flow
over Smooth, Rough and Porous Boundaries

東京工業大学	正会員	日	野	幹	雄
東京工業大学	正会員	山	田		正
東京工業大学	学生員	○	川	端	規之
東京工業大学		太	田	明	彦

I はじめに

実河川における河床は、礫や砂粒子の層によって構成されて、その層は浸透性を有している。それゆえ河床上の流れと浸透層中の流れおよび河床粗度との関係はかなり複雑な事が予想される。よってこのような底面（壁面）上の流れは、通常の粗面上の流れとはその水理学的な特性を異にしていると考えられ、その解明は水工学上重要なものである。また、気象学の分野でも浸透性境界面上の流れの一種であると考え得る植物群落内およびその上の風速分布等を見積る事が、植物をとり囲む生態系を明らかにする目的のために、研究されている。

このような浸透層上の流れを対象とした従来の研究はいくつかあるが、最初にこの点に着目して実験を行ったのはMunoz & Gelhar (1968)である。彼等はパイプの管壁に浸透性のマットをはりつけてその抵抗係数がレイノルズ数の増加に伴って増大している事を認めた。さらに Lovera & Kennedy (1969)は実河川の平坦河床で流れの抵抗係数を測定し、Nikuradse の行った実験結果とは明らかに異なる傾向を見出した。彼等はこの原因として、移動床としての特性の他に、河床の浸透性を考えている。また中川、棚津(1975)も、開水路で浸透性水路床上の乱流を測定し、その現象を境界面上の誘導応力を用いて理論的に説明している。

一方、吉川・山田・中沢・川端(1979)は、流れがすべて層流のときには、主流の抵抗が減少する事を理論的に導き出し、それが通常の壁面上の流れと異った境界条件、即ちスリップ速度の存在による事を明らかにした。またその結果は層流の場合の抵抗を測定した Beavers ら(1967)の実験結果をかなり説明し得る事がわかった。さらに、著者らは浸透性境界面上の流れが乱流である場合を検討するために、風洞の床面に流れ方向に長いひれを多数もった浸透層を模擬した風路を設置し、この中で抵抗を測定している。この実験で乱流の場合には、主流底面のスリップ速度の存在にもかかわらず、流れの抵抗は滑面乱流よりも大きくなっている事がわかった。

以上のように、従来よりいくつかの研究が発表されているが、浸透性境界面とNikuradseが行ったような通常の粗面上の流れを直接比較した例はなく、特に粗面における乱流の測定も存外少ない事を考慮し、本研究において著者らは、浸透性境界面上の乱流特性を、同じ粗度で非浸透性境界面の場合の実験結果と比較し検討する。

II 実験装置および実験方法

実験は、幅 20.0cm、高さ 4.8 cm、長さ 4.0 m の風洞で行った。粗度としては直径 2.4 mm 鉛玉を用いた。浸透性粗面と非浸透性粗面（通常の粗面）との比較をするために、Case-Aでは鉛玉を細密状態に一層だけ敷き、非浸透性粗面とした。Case-Bでは、これを4層に積み上げ、浸透層を構成した。2つのケースとも粗度要素は平行平板の下側にだけ敷き、また粗度頂から上板までの高さがCase-AとCase-Bとで等しくなるようにした。測定断面は風洞の入口から3 mの位置である。この位置において、境界層の発達と、流速の2次元性は従前の実験で確認している。

圧力勾配の測定には風洞の上板に直径 2 mm の小穴を開け、ポリエチレンの管を接続して、ベッツ型マンノメーターと差圧計 (S T 研究所製作) を用いた。

風速の測定は、ビトー管、I 型および X 型の熱線流速計によって行った。熱線流速計のキャリブレーションは、流速変動の小さい風洞の入口付近の一樣流中で、ビトー管との同時測定によって行った。変動速度は熱線流速計からの出力を A/D 変換し、小型コンピュータによって演算した。この測定におけるサンプリング時間間隔は、40 msec で、データ数は 1,024 個である。後出のスペクトル計算では、サンプリング間隔を細かくするために熱線流速計からの出力を一旦 Data-Recorder に記録し、低速回転で出力させて、これを A/D 変換して大型コンピュータにより Blackman-Tukey 法を用いて計算した。なお、このスペクトル測定のサンプリング時間間隔は 0.25 msec で、データ数は 2,048 個である。

III 実験結果

(1) 実験諸量

Case-A および Case-B における実験諸量は表 - 1 の通りである。Case-A は鉛玉 1 層を風洞の下板に敷いた結果で、Nikuradse が行った実験に対応する。Case-B は鉛玉を 4 層に重ねたもので、境界面を浸透性にした結果である。流れの概略は図 - 1 に示されている。高さ H は、開水路と対応させるために、粗度頂から流速の最大値を生じる点までの高さで定義した。後で示すように、この高さとせん断応力 $\tau = 0$ の高さの差は高々 2 mm 程度であった。

(2) 平均流速分布

Case-A および Case-B の平均流速分布を図 - 2 に示した。図から分るように、最大流速が生じる位置は粗度の影響によってレイノルズ数の増大と共に、上板の滑平板側に近寄っていく事が認められる。ここで Case-A と Case-B とで、同じ U_* (摩擦速度) に対応する流速分布を比較すると、Case-B では、Case-A に比べて流速が小さく流量が減少しており、また流速が一様化している事がわかる。また同じレイノルズ数に対しては、流速分布の顕著な差が見られないが、この時の U_* は Case-B の方が大きい。以上の事から本実験の範囲では、浸透層上の流れの方が、通常の粗面上の流れよりも抵抗が大きくなっている事がわかる。上記の実験結果をより詳細に検討するために、以下に示すような展開を試みた。

RUN	Re	U_b	U_*	(dp/dx)	f'	k_s/k
C-A-1	3000	174	12.4	0.60	0.0101	0.38
A-2	4000	243	17.3	1.18	0.0101	0.38
A-3	5000	296	21.7	1.74	0.0108	0.46
A-4	7000	396	28.8	3.12	0.0106	0.50
A-5	9000	492	35.5	4.80	0.0104	0.42
A-6	14000	675	48.4	9.70	0.0103	0.54
A-7	19000	893	63.8	16.6	0.0102	0.71
A-8	25000	1148	83.3	25.8	0.0105	0.75
A-9	30000	1404	102.2	38.0	0.0106	0.54
A-10	37000	1692	122.5	58.7	0.0105	0.54
C-B-1	4000	214	18.6	1.08	0.0151	1.54
B-2	5000	258	22.2	1.55	0.0148	1.29
B-3	6000	322	28.7	2.60	0.0159	1.75
B-4	9000	421	38.1	4.53	0.0164	2.92
B-5	12000	526	49.5	6.75	0.0177	2.67
B-6	13000	652	60.3	11.0	0.0171	1.96
B-7	16000	754	70.4	14.5	0.0174	2.29
B-8	19000	872	74.1	19.7	0.0145	1.71
B-9	24000	1157	101.0	25.7	0.0152	1.58
B-10	30000	1362	121.2	31.8	0.0158	1.67
B-11	32000	1454	135.6	46.8	0.0174	2.21
B-12	35000	1565	150.7	48.8	0.0185	2.67
		cm/s	cm/s	$\times 10^{-4}$		

表 - 1 実験諸量

(i) 対数則 (滑面との比滑)

平均流速を無次元化し、対数紙上に描いたものが図 - 3 である。風洞の上板に沿う流れは通常の滑面上の流れと考えられるが、その平均流速分布

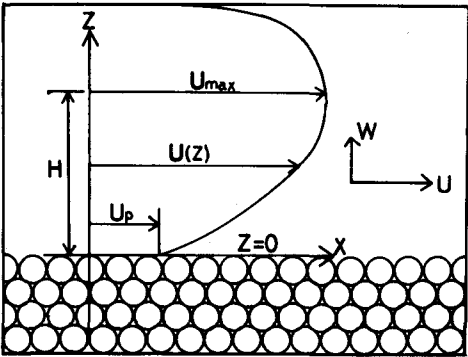


図 - 1 流れの概略図

は図-3より Prandtl の log-law によく一致しており、測定の精度を確かめる事ができる。また Kennedy (1973) らの縦型さん粗度における実験結果にも破線で示されている。図-3の(a),(b)から、粗面および浸透性境界面上の流速分布は、ともに次式で表し得る事がわかる。

$$\frac{u}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \log \frac{U_* (Z + \Delta h)}{\nu} + A_s - \frac{\Delta u}{U_*} \dots\dots\dots (1)$$

ここで κ はカルマン定数であり、 $\Delta h = 0$ とすれば、Case-A, B を通じて 0.4 である。それゆえ、ここでは $\Delta h = 0$ として議論する。また摩擦速度 U_* は直接レイノルズ応力の測定から求めた。滑面とみなし得る風洞の上側滑平板上の流速分布から A_s は従来より言われている $A_s = 5.5$ となる事が確められる。一方、 $\Delta u/U_*$ は、粗度径で定義したレイノルズ数 $R_k = U_* k / \nu$ の関数であると考えられるが、実験で得られた $\Delta u/U_*$ と R_k との関係を図示したものが図-4である。同じ図中に Clauser によってまとめられている結果も載せている。ところで、Nikuradse が行った実験の粗面上の流速分布式を用いると、 $\Delta u/U_*$ と R_k との関係は次式となる。

$$\frac{\Delta u}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \log \frac{U_* k}{\nu} + A_s - A_r \dots\dots\dots (2)$$

図-4に示した実線は上の(2)式である。本研究のCase-A では、 $U_* k / \nu > 100$ の完全粗面の領域に達していないので、実験結果は(2)式で与えられる値よりも小さくなっている。また(2)式とCase-Aの実験値のずれは、粗度径と相当粗度が異なる事によるものであるが、 R_k の増大につれて実験値が(2)式に漸近している事実は、 R_k の増大と共に相当粗度が増加して、粗度径(鉛玉の径)に漸近している事を意味する。一方、Case-B では、同じ R_k に対して $\Delta u/U_*$ は(2)式よりも大きな値をとり、勾配の違いから相当粗度も変化している事がわかる。表-1の k_s/k は Nikuradse の粗面上の流速分布式から直接求めたものであるが、同じ事を示している。

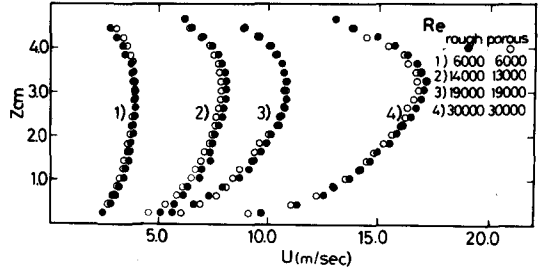


図-2 平均流速分布

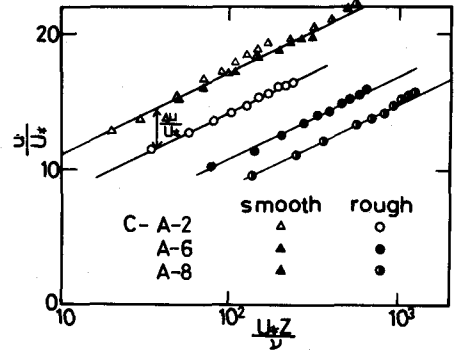


図-3(a) Case-A の対数則

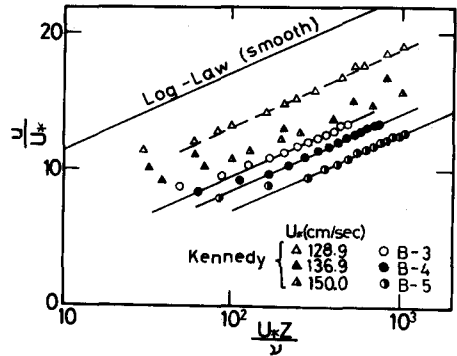


図-3(b) Case-B の対数則

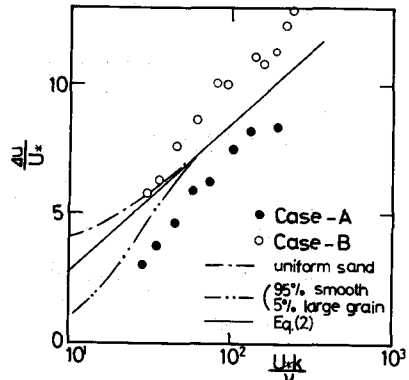


図-4 $\Delta u/U_* \sim U_* k / \nu$ の関係

(ii) 修正 log-law

ところで、実験の河床の砂粒子の運動を取扱う移動床等の問題では、砂粒子直上での流速を知る必要がしばしばあるが、この目的に適う様に通常の対数則のかわりに(3)式の形の対数則を用い、(3)式中の Δh および u_p/U_* に関して以下の検討を行った。

$$\frac{u}{U_k} = \frac{1}{k} \log \frac{Z + \Delta h}{\Delta h} + \frac{u_p}{U_*} \dots\dots\dots (3)$$

ここに Z は粗度頂からの高さを表す。(原点は粗度粒子直上に固定して議論する。) Δh は流速分布を対数則に合わせるための移動量である。(3)式で $Z = 0$ とすれば、 u_p は粗度頂での流速となり、前出のスリップ速度となっている。また通常の粗面の式は(3)式で $Z + \Delta h = Z$, $\Delta h = k_s$ とした場合に相当している。 Δh はたかだか粒径程度のオーダーであり、精度よく求める事はむづかしいが、 Δh の変化に伴ってカルマン定数が増加する事は新たな問題をかかえこんだ事になる。(i)では、底面近傍での流速分布の対数則からのずれを無視して議論し、 $k = 0.4$ を得ている。ここでは、底面の流速に注目しており、 Δh を導入する。この時は、(3)式の k は 0.4 と異なり、幾分小さ目の値をとる。図-5は Δh , u_p/U_* と R_k の関係を示しものである。この図より Δh は Case-A, Case-B 共に、 R_k の小さい所で最大値となり、以後一定の値であった。また、 u_p/U_* は Case-A では Nikuradse の実験結果の 8.5 に近い値であったが、Case-B では 8.5 よりも小さく、 6.0 程度であった。これからも抵抗の増大がうかがわれる。

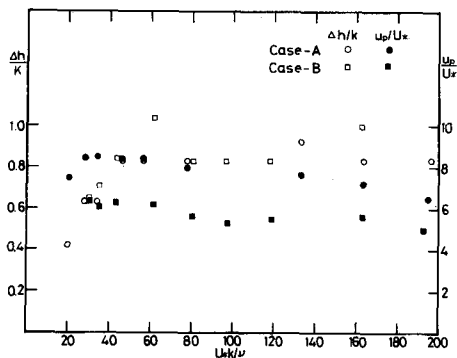


図-5 Δh , $u_p \sim R_k$ の関係

(iii) 抵抗係数

次に抵抗の増減を端的に表現するために、以下に定義する抵抗係数とレイノルズ数の関係を図-6に示した。

$$f' = 2 (U_*/U_0)^2 \dots\dots\dots (4)$$

なお U_* はレイノルズ応力を直接測定した結果から得た値を用いている。また U_0 は底面鉛直上より、最大流速を示す点の高さまでの平均流速である。この図によっても Case-B の抵抗が増大している事がわかる。なお Gelhar ら (1969) は浸透層上の流れの抵抗係数が、主流のレイノルズ数の増加に伴ってゆるやかに増大している事を指摘しているが、本実験ではそのような傾向は顕著には現れなかった。この図より明らかなように浸透層上の流れは、通常の粗面上の流れに比較して抵抗係数で 1.5 倍大きい抵抗を受けている事がわかる。この結果は、著者らが先に発表した“浸透層上の流れは滑面の場合より抵抗が大きくなる”という結論と共に興味ある事である。なお同図中の風洞上板の滑面の抵抗係数の実験値(平均流速は上板より最大流速を示す点までの平均流速として定義する)も載せているがこの場合には Prandtl-Kármán の実験式とほぼ一致しており、実験の精度には問題はないと思われる。

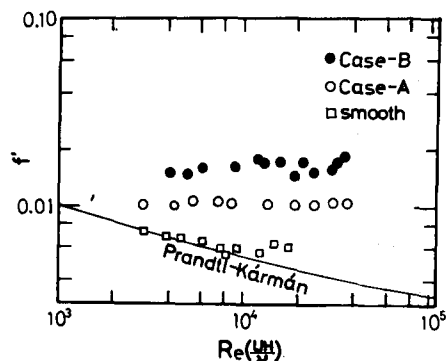


図-6 $f' \sim R_e$ の関係

(3) 乱れの測定

(iii) 乱れ強さについて

以上の結果をより詳細に検討するために乱れの測定を行った。まずレイノルズ応力 $-\overline{\rho u'w'}$ 分布は図-7に示されている。同図中の破線は圧力勾配より計算されるせん断応力の分布であるが、2次元、等流の条件 ($d\tau/dz = dp/dx$) をよく満たしている。

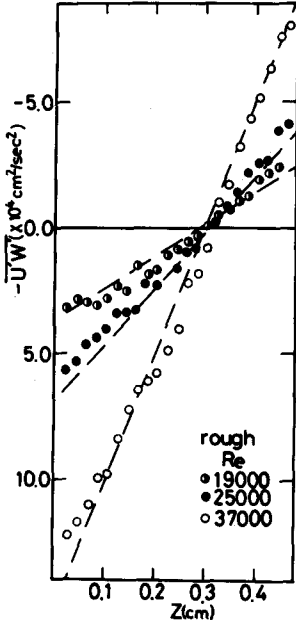


図-7 レイノルズ応力

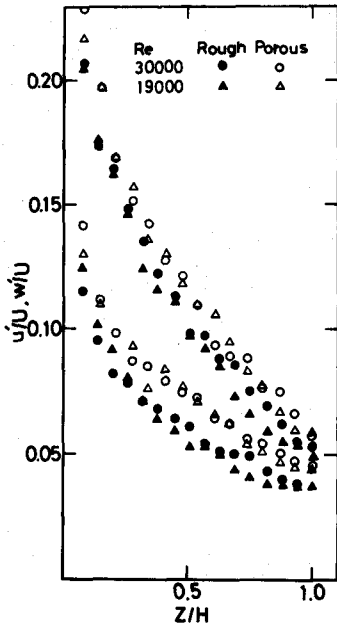


図-8 $u'/U, w'/U$

図-8はレイノルズ数を共通にとった時の浸透層上の流れと、滑面粗面上の流れの場合の $u'/u(z), w'/u(z)$ の比較である。この図から断面全体を通じて、浸透層上の流れの場合の乱れ強さの方が大きい事がわかる。これは乱れエネルギーの逸散率の値が通常の粗面の場合よりも増大している事を示すものである。

図-9は上と同様な比較を $u'/U_*, w'/U_*$ に関して行ったものである。この図より、滑面、粗面および浸透層上の乱れ分布はともに Laufer (1951) の得た乱れ分布とほぼ同様の傾向を示している。さらに摩擦速度で無次元化された u' に関しては、壁近傍では滑面が最も大きく、次に粗面、そして浸透性境界面の場合が最も小さくなっている事がわかる。 w' に関しては Case-A と Case-B とでは、 w'/U_* はほぼ等しいが、 $w'/u(z)$ は Case-B の方が大きかった。また Laufer の実験においてレイノルズ数の増大につれて壁面近傍の乱れ強度が若干減少する傾向を示しているが、著者らの実験においても粗面では R_e 数が増加すると u'/U_* が減少している。それに対して浸透層上の流れでは R_e 数が変化しても $u'/U_*, w'/U_*$ はともに変わらず、本実験の範囲では、摩擦速度で無次元化された乱れ強さはレイノルズ数によっては変化しないという結論が得られた。

(ii) 乱れエネルギーと渦スケール

乱れの諸量は壁面せん断応力を固定しても、粗度の状況や実験条件によって異なっていると考えられる。以下では乱れのどのような量が境界条件に対して変化し、あるいは普遍的なのかを検討する。

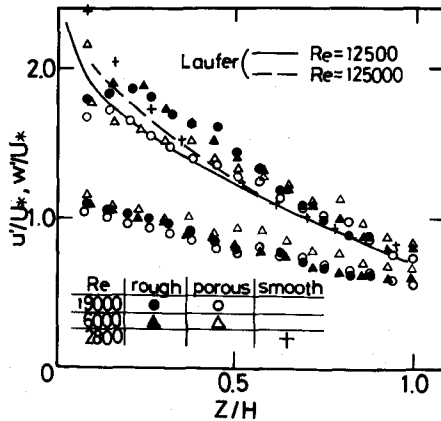


図-9 $u'/U_*, w'/U_*$

図-10は Case-B において測定した振動数スペクトルを波数スペクトルに変換した一例である。粗面乱流の波数スペクトルの測定には Hanjalic' & Launder (1971) のものがあるが、粗度の大きな形状等は、互いに異なっているにもかかわらず、著者らのものとほぼ同じ形状の波数スペクトルが得られている。次に図-10から次式によって乱れエネルギーの逸散率を求める。

$$E(k) = 0.5 \epsilon^{\frac{2}{3}} \cdot k^{-\frac{5}{3}} \dots\dots\dots (5)$$

2次元平行平板間流れの乱れエネルギーの方程式は、微少項を無視して次式のように書ける。

$$-\rho \overline{u'w'} \frac{du}{dz} = \frac{d}{dz} \left[\rho w' \left(\frac{u'^2 + v'^2 + w'^2}{2} \right) + p w' \right] + \rho \epsilon \dots\dots\dots (6)$$

左辺の乱れエネルギーの生成項を(3)と $\overline{u'w'}$ の測定値から算出し、(5)式から求めた ϵ と比較したグラフが図-11である。図-11ではエネルギー方程式の両辺を H/U_*^3 で割って無次元化したものを載せた。同図に Laufer の滑面の場合の測定、Lauderらの粗面上の流れの測定値も示すが、各実験で断面内のエネルギー収支の違いが認められる。即ち、生成項に関しては滑面の場合が最も大きく、Case-Bと粗面の実験結果はほぼ一致した。また逸散項は、粗面の結果が最も小さく、滑面とCase-Bとほぼ一致している。これから、本実験の測定範囲では流れの大部分の領域において、浸透層上の流れの乱れエネルギーは、生成項に比べ逸散項が大きいと結論される。乱れエネルギーの生成項と逸散項は断面全体で積分した時には、等しくなければならないから、上記の結論から浸透層上の流れでは、境界面の極めて近傍の各粗度要素から作られる乱れエネルギーは、滑面や、通常の粗面上の流れの場合より大きくなっており、拡散項によって主流部分へ運ばれていると考えられる。上述の乱れエネルギーの特性が、浸透層上の流れの抵抗の増大をもたらしているのであろう。

次に、 u' の自己相関関数を求めて、次式によって平均渦径を算出した。

$$L_x = \left[\int_0^\infty R_u'(\tau) d\tau \right] U \dots\dots\dots (7)$$

また、等方性乱流の仮定から次式に基いて最小渦径を算出した。

$$\lambda_x = (15 \cdot \nu \cdot \overline{u'^2} / \epsilon)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (8)$$

λ_x , L_x を H で無次元化して図-12 に示した。図から平均渦径 L は Laufer, Launderらの結果とほぼ一致している一方、 λ_x は Case-B で小さくなっている事がわかる。

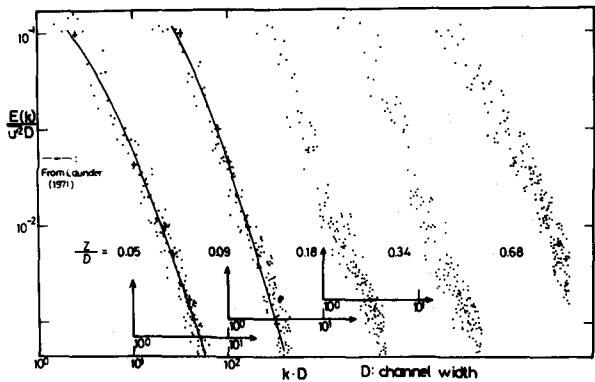


図-10 Case-B のスペクトル

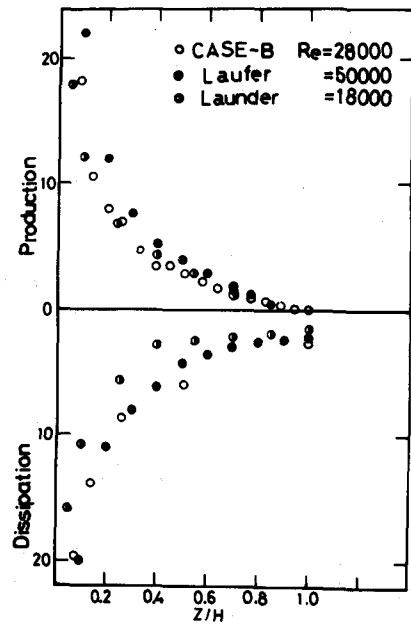


図-11 エネルギー収支

平均渦径は、その場で生成される乱れの代表スケールであり、最小渦径はその場での乱れエネルギーの逸散に有効に寄与する代表スケールと考えられるが、3者（Laufer, Launder, Case-B）を通して平均渦径が等しいという事は、乱れの発生機構が異なるにもかかわらず、生成される乱れのスケールが同じ事を意味し、一方 Case-B で最小渦径が最も小さいという事は、より有効に乱れエネルギーを逸散している事を示している。

IV おわりに

以上の検討から次の事が結論される。

- (1) 浸透層上の流れの抵抗係数は、非浸透性の同じ粗度をもつ通常の粗面上の流れよりも大きい。
- (2) その抵抗の増大は浸透性境界面の極めて近傍で生成されたより大きな強度を持った乱れに寄因し、その乱れエネルギーは、主流中央部に拡散しそこで逸散している。
- (3) その結果、浸透層上の流れの主流での乱れ強度は、 u' , w' , 共に、滑面、粗面上の流れの場合よりも大きくなる。

今後は特に、浸透性境界面近傍で発生する乱れエネルギーを詳細に調べ、上の結論をより定量的にしていこうつもりである。

本研究は文部省科学研究費の補助のもとに行なわれた。ここに謝意を表します。

V 参考文献

- (1) 中沢, 山田, 吉川: 第5回関東支部年次研究発表会講演集(1978)
- (2) 吉川, 山田, 中沢, 川端: 第23回水理講演会論文集(1979)
- (3) Hangalić, K. & B.E.Launder: J. Fluid Mech. vol. 51, part 2 (1972)
- (4) Lovera, F. & J. F. Kennedy: J. Hyd. Division, ASCE, vol. 95, No. HY4, (1969)
- (5) Ruff, J. & L.W. Gelhar: J. Engi. Division, ASCE, vol. 98, No. EM4, (1972)
- (6) Laufer, J.: N. A. C. A. Rep. 2123, (1951)
- (7) 中川, 禰津: 土木学会論文報告集第244号, (1975)
- (8) Beavers, G.S. & D.D. Joseph: J. Fluid Mech., vol. 30, part 1, (1967)
- (9) Kennedy, J. F. & S. T. Hsu, et al: ASCE, vol. 99, No. HY4, (1973)

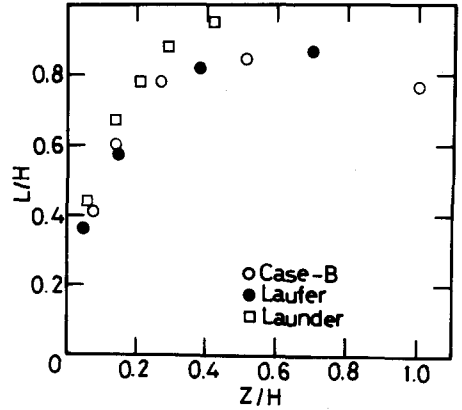


図-12 (a) L_x (平均渦径)

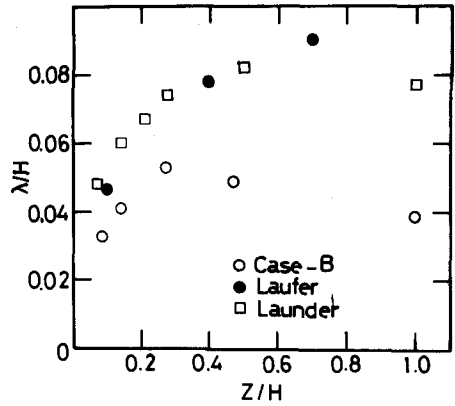


図-12 (b) λ_x (最小渦径)