

傾斜 Plume の流れと連行現象 Flow Properties and Turbulent Entrainment of Stratified Inclined Plume

九州大学工学部 正員 椿 東一郎

九州大学工学部 正員 小松 利光

1. ま え が き

周囲の静止流体より重い流体が傾斜した壁面に沿って下降する傾斜下降 plume の流れや、逆に軽い流体が壁面に沿って上昇する傾斜上昇 plume の流れは、我々のまわりに多数みられる。たとえば、前者には海底や湖底における turbidity flow の挙動や寒気流が斜面に沿って吹き降り、冷害や霧の発生の一因となる現象および傾斜板式沈澱池の流れなどがあり、後者には坑内に発生したメタンガスが天井に沿って上昇、拡散して坑内の安全に深く関わる問題などがある。とくに我国においては、最近貯水池における濁水の長期化が顕在化し、問題の早急な解決を迫られているが、そのためにはまず、洪水時に流入する微細粒子を多量に含んだ濁水の流下過程、あるいは温度躍層をもつ貯水池に温度の低い河川水が流入する傾斜下降 plume の問題を解明することが必要である。泥水密度流については既に Plapp-Mitchell¹⁾、福岡²⁾、平野・羽田野³⁾および芦田・江頭⁴⁾などにより研究され、興味深い知見が得られているが、いずれも傾斜勾配が $1/100 \sim 1/10$ 程度の比較的緩勾配における実験に基づくものである。一方、Ellison・Turner⁵⁾は塩淡水を用いて傾斜角を大幅にかえた傾斜下降 plume の実験を行ない、流れが傾斜角に応じて決まるほぼ一定な overall Richardson 数 R_{if} と連行係数 E_f にかなり急速に近づくことを示し、それぞれについて傾斜角 θ との間の実験曲線を与えている。本文は著者⁶⁾が表面密度噴流で得た浮力効果による乱流構造の変化に関する知見を傾斜 plume に拡張し、Ellison・Turner が実験的に指摘した上記の諸問題を理論的に解明したもので、Ellison らや著者らの実験値と比較検討するとともに、連行係数を用いた傾斜 plume の流れ特性の表示式を提示している。

2. 理論的考察

図-1(a), (b)に示すように、傾斜角 θ の壁面に沿って幅 h_0 のスリットから密度 ρ_0 の流体が密度 ρ_a の静止流体中に噴出する2次元噴流を考え、壁面に沿って x 軸、それに直交して y 軸をとる。当然(a)の上層 plume では $\rho_0 < \rho_a$, (b)の下層 plume では $\rho_0 > \rho_a$ である。 x , y 方向の平均流速を U , V , 平均の圧力を P , 単位質量あたりの平均の浮力を

$$B = g |\rho_a - \rho| / \rho_a \quad (1)$$

とし、それぞれの変動分を小文字 (u , v), p , b で表わすと、連続の式、運動方程式、拡散方程式および乱れエネルギー $\overline{e} / 2 = (\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}) / 2$ の方程式は、 y 方向には静水圧分布であるとして、次式のような式である。

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y} = - \frac{\partial}{\partial x} \int_y^\infty B \cos \theta dy + B \sin \theta + \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (3)$$

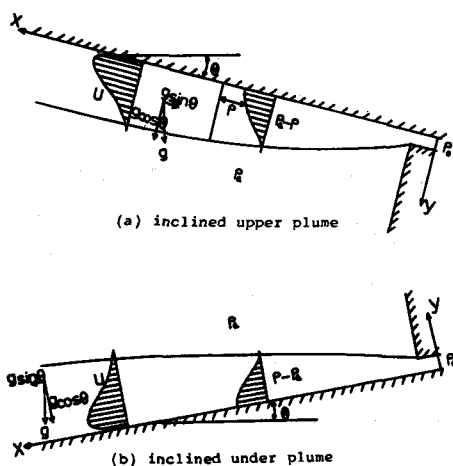


図-1 流れの模式図

$$\frac{\partial BU}{\partial x} + \frac{\partial BV}{\partial y} = - \frac{\partial \overline{v\overline{b}}}{\partial y} \quad (4)$$

$$U \cdot \frac{\partial \overline{c^2}/2}{\partial x} + V \cdot \frac{\partial \overline{c^2}/2}{\partial y} = - \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} - \overline{bv} \cos \theta - \frac{\partial}{\partial y} \left(\overline{v \left(\frac{c^2}{2} - \frac{p}{\rho} \right)} \right) - \varepsilon \quad (5)$$

(移 流) (発 生) (浮 力 束) (拡 散) (逸 散)

ここで、 $-\overline{uv}$ 、 $\overline{bv}$ はせん断応力 τ と乱れによる浮力束であって、渦動粘性係数を K_M 、渦動拡散係数を K_B 、運動量の輸送に関する混合距離を ℓ とし、 $K_B/K_M = \kappa_B$ とおくと、次式

$$-\overline{uv} = \frac{\tau}{\rho_a} = K_M \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{3} \sqrt{\overline{c^2}} \ell \frac{\partial U}{\partial y}, \quad \overline{bv} = -K_B \frac{\partial B}{\partial y} = -\frac{1}{3} \kappa_B \sqrt{\overline{c^2}} \ell \frac{\partial B}{\partial y} \quad (6)$$

で与えられる。

流速分布・浮力分布については近似的に相似形を仮定し、断面の基準流速、基準浮力および plume 幅をそれぞれ U_i 、 B_i 、 h とし

$$\frac{U}{U_i} = f(\eta), \quad \frac{B}{B_i} = m(\eta), \quad \eta = \frac{y}{h} \quad (7)$$

で表わす。また、乱れ強度 $\sqrt{\overline{c^2}}$ 、混合距離 ℓ の分布についても相似形を仮定し、基準値 $\sqrt{\overline{c^2}}_m$ 、 ℓ_m はそれぞれ U_i 、 h に比例するものと考えて次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\overline{c^2}} &= \sqrt{\overline{c^2}}_m \cdot i(\eta) = q_m U_i \cdot i(\eta), & \ell &= \ell_m \cdot j(\eta) = \beta_m h \cdot j(\eta) \\ \sqrt{\overline{c^2}} \ell &= (U_i h) q_m \beta_m \cdot k(\eta) & (k(\eta) &= i(\eta) \cdot j(\eta)) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

本文においては U_i として壁面に沿って発達する境界層と噴流主流部との境界における最大流速を用い、 B_i には壁面における最大の浮力を用いる。また、plume 幅 h は均一流体における噴流幅の定義にならって、流速 U が $U_i/2$ となる点の壁面からの距離を用いる。

断面特性量 U_i 、 B_i 、 h を求めるため式(2)~(4)を y について 0 から ∞ まで積分する。まず連続の式(2)は連行速度を表面密度噴流の場合と同形の $V_e = EU_i$ とおいて

$$\frac{d}{dx} (\alpha_u U_i h) = V_e = EU_i, \quad \alpha_u = \int_0^\infty f \, d\eta \quad (9)$$

となる。また拡散方程式(4)を積分すると、流れ方向の浮力束の保存式

$$\alpha_{UB} U_i B_i h = N_0 (= \text{const}), \quad \alpha_{UB} = \int_0^\infty f m \, d\eta \quad (10)$$

となる。ここで、次の式で定義される overall Richardson 数

$$Ri = \frac{N_0 \cos \theta}{U_i^3} \quad (11)$$

を導入する。次に式(3)および式(3)に U をかけて平均流のエネルギー方程式になおした式を積分すると、壁面におけるせん断力を $\tau_b/\rho_a = (1/2) C_f U_i^2$ とおいて、それぞれ次式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[\int_0^\infty U^2 \, dy + \int_0^\infty B \cdot \cos \theta \cdot y \, dy \right] &= \int_0^\infty B \sin \theta \, dy - \frac{1}{2} C_f U_i^2 \\ \frac{1}{2} \frac{d}{dx} \int_0^\infty U^3 \, dy &= - \int_0^\infty U \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty B \cdot \cos \theta \, dy \, dy + \int_0^\infty UB \sin \theta \, dy - \int_0^\infty \frac{\tau}{\rho_a} \frac{\partial U}{\partial y} \, dy \end{aligned}$$

式(7)、(8)を代入し、式(11)を用いて変形すると、それぞれ

$$\frac{d}{dx} [\alpha_{2U} h R_i^{-2/3} (1 + \gamma R_i)] = R_i^{-2/3} (R_i \tan \theta \cdot \frac{\alpha_B}{\alpha_{UB}} - \frac{C_f}{2}) \quad (12)$$

$$(1 + 2\gamma_1 R_i) \frac{dh}{dx} - (1 - \frac{2}{3}\gamma_2 R_i) \frac{h}{R_i} \frac{dR_i}{dx} - \frac{2}{\alpha_{3U}} R_i \tan \theta = -\frac{2}{3} \frac{q_m \beta_m}{\alpha_{3U}} \int_0^\infty k \left(\frac{df}{d\eta}\right)^2 d\eta \quad (13)$$

となる。ここに

$$\alpha_B = \int_0^\infty m \, d\eta, \quad \alpha_{2U} = \int_0^\infty f^2 \, d\eta, \quad \alpha_{3U} = \int_0^\infty f^3 \, d\eta, \quad \gamma = \frac{\int_0^\infty m \cdot \eta \, d\eta}{\alpha_{2U} \alpha_{UB}}, \quad \gamma_1 = \frac{\int_0^\infty f m \eta \, d\eta}{\alpha_{3U} \alpha_{UB}}, \quad \gamma_2 = \frac{\int_0^\infty f \int_0^\infty m \, d\eta \, d\eta}{\alpha_{3U} \alpha_{UB}}$$

上の両式において均一流体の壁面噴流，すなわち $R_i \rightarrow 0$ の極限を考え，そのときの諸量を以下*をつけて表わすと， $q_m \rightarrow q_*$ ， $\beta_m \rightarrow \beta_*$ として直ちに

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)_* = -\frac{3}{2} \frac{C_f}{\alpha_{2U}} + \frac{4}{3\alpha_{3U}} \chi_*, \quad \chi_* = q_* \beta_* \int_0^\infty k \left(\frac{df}{d\eta}\right)^2 d\eta \quad (14)$$

となり，均一流体における壁面噴流の拡がり，は，2次元 half jet や plane jet と同様，直線的であることがわかる。また，その勾配 $(dh/dx)_*$ の測定値から渦動粘性係数の無次元表示である χ_* を推定することができる。

ここで式(13)にもどり，平均流のエネルギー式で $q_m \beta_m / q_* \beta_* = \chi_2(R_i)$ とおくと

$$(1 + 2\gamma_1 R_i) \frac{dh}{dx} - (1 - \frac{2}{3}\gamma_2 R_i) \frac{h}{R_i} \frac{dR_i}{dx} - \frac{2}{\alpha_{3U}} R_i \tan \theta = -\frac{2}{3\alpha_{3U}} \chi_* \chi_2(R_i) \quad (15)$$

となる。式(12),(15)が傾斜 plume の R_i ， h を規定する基本式であって， $\chi_2(R_i)$ が浮力効果によって減衰する機構を解明することが問題の焦点となる。

そのためには，まず乱れエネルギーの式を考える。式(5)におけるエネルギー-逸散率 $\mathcal{E}$ については

$$\mathcal{E} = \chi_\nu \frac{(\sqrt{c^2})^3}{\ell}, \quad \chi_\nu : \text{定数}$$

とし，式(6)を用いて乱れエネルギーの式を表わすと次のようになる。

$$U \cdot \frac{\partial (1/2 \cdot c^2)}{\partial x} + V \frac{\partial (1/2 \cdot c^2)}{\partial y} = \frac{1}{3} \sqrt{c^2} \ell \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 + \frac{1}{3} \chi_B \sqrt{c^2} \ell \frac{\partial B}{\partial y} \cos \theta + \frac{\partial}{\partial y} v \left(\frac{c^2}{2} + \frac{p}{\rho_a}\right) - \chi_\nu \frac{(\sqrt{c^2})^3}{\ell}$$

上式を $y = 0$ から ∞ まで積分し，式(7)，(8)，(11)を代入すると，拡散項は消え，噴流断面について，乱れエネルギーの移流，Reynolds 応力による乱れの発生，乱れによる浮力束，および分子粘性によるエネルギー-散逸のつり合いを表わす次の式

$$3\chi_\nu \frac{q_m^2}{\beta_m} \int_0^\infty \frac{i^4}{k} d\eta - [\beta_m \int_0^\infty k \left(\frac{df}{d\eta}\right)^2 d\eta - R_i \frac{\chi_B}{\alpha_{UB}} \beta_m \int_0^\infty k \left|\frac{dm}{d\eta}\right| d\eta] - q_m^2 \frac{\beta_m}{\alpha_{3U}} \Phi(R_i) \int_0^\infty f i^2 d\eta \int_0^\infty k \left(\frac{df}{d\eta}\right)^2 d\eta = 0 \quad (16)$$

が得られる。ここに

$$\Phi(R_i) = \frac{1 + 4\gamma R_i}{1 + R_i(4\gamma - 4\gamma_1 - 2\gamma_2) + 2\gamma R_i^2(\gamma_1 - \gamma_2)}$$

であり，また移流項の計算において簡単のため $dq_m/dx \neq 0$ としている。

q_m ， β_m を求めるために必要な乱れについてのもう一つの関係式として乱れの加速度平衡式

$$\ell \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 = \ell_* \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 + \chi_c \ell \frac{\partial B}{\partial y} \cos \theta \quad \chi_c : \text{定数}$$

を用いる。ここに ℓ_* は浮力勾配のない場合の混合距離であり， $y = 0$ より ∞ まで積分すると $\ell/h = \beta_m j(\eta) = \beta_m k(\eta)/i(\eta)$ を用いて，上式は $\beta_m = \beta_*/(1 + \chi_c \lambda_2 R_i)$ (17)

となる。ここに、
$$\lambda_2 = \int_0^\infty \frac{k}{i} \left| \frac{dm}{d\eta} \right| d\eta / \alpha_{UB} \int_0^\infty \frac{k}{i} \left(\frac{df}{d\eta} \right)^2 d\eta$$

以上の諸式において、式(16)、(17)は乱れ強度、混合距離の無次元表示 q_m 、 β_m を overall Richardson 数 R_i の関数として表示する式である。乱れエネルギーの式(16)より q_m を求めると

$$q_m = \sqrt{\frac{1}{3\chi_\nu}} \varphi_1 \beta_m \sqrt{\frac{1 - \lambda_1 \chi_B R_i}{1 - \varphi_2 \Phi(R_i) \beta_m^2 / \chi_\nu}} \quad (18)$$

となる。ここに
$$\varphi_1 = \sqrt{\int_0^\infty k \left(\frac{df}{d\eta} \right)^2 d\eta / \int_0^\infty \frac{i^4}{k} d\eta}, \quad \varphi_2 = \frac{1}{3\alpha_{3U}} \int_0^\infty f i^2 d\eta \int_0^\infty k \left(\frac{df}{d\eta} \right)^2 d\eta / \int_0^\infty \frac{i^4}{k} d\eta$$

$$\lambda_1 = \int_0^\infty k \left| \frac{dm}{d\eta} \right| d\eta / \alpha_{UB} \int_0^\infty k \left(\frac{df}{d\eta} \right)^2 d\eta$$

なお、式(18)の $\varphi_2 \Phi(R_i) \beta_m^2 / \chi_\nu$ は移流項の寄与を示すものであるが、 β_m の値は $R_i \rightarrow 0$ のときの $\beta_* = 0.31$ から R_i が増すとともに減少するため、その値は 1.0 に較べてかなり小さい。移流項が q_m に及ぼす影響は無視してさしつかえない程度である。

式(18)に混合距離の式(17)を代入し、移流項において $\Phi(R_i) \approx 1$ 、 $\beta_m = \beta_*$ の近似を加えると、結局 q_m は次の式

$$q_m = \sqrt{\frac{1}{3\chi_\nu}} \varphi_1 \beta_* \sqrt{\frac{1}{1 - \varphi_2 \beta_*^2 / \chi_\nu}} \cdot \frac{\sqrt{1 - \lambda_1 \chi_B R_i}}{1 + \lambda_2 \chi_c R_i} \quad (19)$$

となり、均一流体壁面噴流の乱れ強度 q_* は上式で $R_i \rightarrow 0$ とおいて

$$q_* = \sqrt{\frac{1}{3\chi_\nu}} \varphi_1 \beta_* / \sqrt{1 - \varphi_2 \beta_*^2 / \chi_\nu} \quad (20)$$

となる。したがって $\chi_2(R_i)$ は次式
$$\chi_2(R_i) = \frac{q_m \beta_m}{q_* \beta_*} = \frac{\sqrt{1 - \lambda_1 \chi_B R_i}}{(1 + \lambda_2 \chi_c R_i)^2} \quad (21)$$

で与えられ、傾斜 plume の拡散係数が表面密度噴流の拡散係数と同様、overall Richardson 数 R_i の増加とともに減少することを示している。この $\chi_2(R_i)$ を式(15)に用いた式は式(12)とともに R_i 、 h を規定する基本式であって、連行係数 E も式(9)を変形した次の式

$$E = \left\{ \frac{(\alpha_B / \alpha_{UB}) R_i \tan \theta - C_f / 2}{\alpha_{2U} (1 + \gamma R_i)} + \frac{1}{3} \frac{1 - 2\gamma R_i}{1 + \gamma R_i} \frac{h}{R_i} \frac{dR_i}{dx} \right\} \alpha_U \quad (22)$$

から求まることになる。

3 傾斜 plume の流れと連行係数

(1) R_i と E の流れ方向の変化

傾斜角 θ の傾斜 plume の基本式は式(12)、(15)を変形して

$$\frac{dh}{dx} = \frac{1}{3} \frac{2 - \gamma R_i}{1 + \gamma R_i} \left(\frac{h}{R_i} \frac{dR_i}{dx} \right) + \frac{(\alpha_B / \alpha_{UB}) R_i \tan \theta - C_f / 2}{\alpha_{2U} (1 + \gamma R_i)} \quad (23)$$

$$\alpha_{2U} (1 + \gamma R_i) \chi_1(R_i) \left(\frac{h}{R_i} \frac{dR_i}{dx} \right) = \frac{2\alpha_{2U}}{\alpha_{3U}} \chi_* \chi_2(R_i) + 3 \frac{\alpha_{2U}}{\alpha_{3U}} R_i \tan \theta \cdot \Omega_1(R_i) - 3\Omega_2(R_i) \frac{C_f}{2} \quad (24)$$

である。ここに $\chi_1(R_i) = \{1 + R_i(4\gamma - 4\gamma_1 - 2\gamma_2) + 2\gamma R_i^2(\gamma_1 - \gamma_2)\} / (1 + \gamma R_i)^2$ 、 $\gamma_3 = \alpha_B / \alpha_{2U} \alpha_{UB}$

$$\Omega_1(R_i) = \{(\alpha_{3U} \gamma_3 - 2) + 2(\alpha_{3U} \gamma_3 \gamma_1 - \gamma) R_i\} / (1 + \gamma R_i), \quad \Omega_2(R_i) = (1 + 2\gamma_1 R_i) / (1 + \gamma R_i)$$

傾斜 plume においては壁面に沿って境界層が発達するため、流速や浮力分布および乱れ諸量の分布は表面噴流のそれらとは若干異なるであろうが、噴流幅にくらべ境界層の厚さはきわめて小さいので、ここでは簡単に表面噴流の係数値をそのまま用いる。すなわち、均一表面噴流についての実験結果から乱れ特性量 q_* 、 β_* 、 χ_* の値を求め、ついで表面密度噴流における乱れの測定結果を参照して定数とみなされる χ_c 、 χ_ν 、 χ_B などを決定した。これらの値および計算に必要な係数値 φ_1 、 λ_1 などの値は表面噴流における乱れ特性量の分

布と $f(\eta)=\exp[-(0.833\eta)^2]$, $m(\eta)=1-0.45\eta$ を用いて求めており、一括して表-1に示す。

α_B	α_U	α_{2U}	α_{3U}	α_{UB}	γ	γ_1	γ_2	γ_3	$(dh/dx)*$	
1.111	1.064	0.753	0.615	0.741	1.475	0.832	1.391	1.991	0.072	
β_*	q_*	χ_*	χ_ν	χ_B	χ_c	$\int_0^{\infty} k(df/d\eta)^2 d\eta$	φ_1	φ_2	λ_1	λ_2
0.31	0.27	0.0332	0.125	1.2	2.8	0.40	0.505	0.914	1.89	2.09

表-1 係 数 値

壁面の摩擦抵抗係数 C_f については Schwarz⁷⁾ が均一流体の壁面噴流について求めた $C_f=1.11\times 10^{-2}$ を用いる。

基礎式 (23), (24) に式 (21) の $\chi_2(R_i)$ の表示を代入して数値積分すると R_i や E の流れ方向の変化が求められる。代表的な例として $\theta=42^\circ$ の場合と $\theta=90^\circ$ の場合を考えてみる。最初に $\theta=42^\circ$ の場合について potential core の終点 X_p における境界条件 R_{ip} を3通りに変えて計算を行ない、得られた R_i と E の流れ方向の変化を図-2に示す。いずれも $R_{if}=0.0188$, $E_f=0.0272$ の値 (以後収束値に添字 f をつける) に漸近しており、とくに $R_{ip} > R_{if}$ の場合には plume は縮流を生じて大きく加速され、 R_i , E は急減してすみやかに最終値に漸近する。また $\theta=90^\circ$ の鉛直壁面 plume の場合には、本文で定義した Richardson 数 $R_i=N_0 \cos \theta/U_i^3$ は0となり、式 (22) (23) (24) において $\theta=90^\circ$ の現象を規定するパラメータは $R_i(\tan \theta)_{\theta=90^\circ}=N_0/U_i^3=R_v$ となる。 E と R_v の数値計算の結果は $\theta=42^\circ$ の場合とはほぼ同様の傾向を示し、最終値 $R_{vf}=(N_0/U_i^3)_f=0.0227$, $E_f=0.040$ に漸近する。この最終値におちつくまでの R_v と E の関係を図-3に示す。

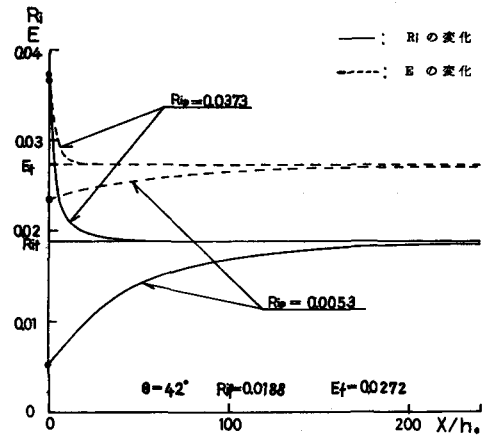


図-2 R_i と E の流れ方向の変化

(2) 最終状態の R_{if} , E_f について

Ellison・Turner の実験や著者の数値計算および後で述べる実験により傾斜 plume の流れはスリット出口の境界条件に無関係に傾斜角 θ で決められる一定の R_{if} (あるいは R_{vf}) と連行係数 E_f に急速におちつくことが確かめられた。したがって傾斜 plume を解析するにあたり θ に応じた R_{if} , E_f を求めることが重要となる。

さて、傾斜 plume の最終状態での基本式の一つは式 (24) で $(dR_i/dx)_f=0$ とおき、右辺の R_i を R_{if} とおきかえた式であって、これから $R_{if} \tan \theta$ と R_{if} あるいは θ と R_{if} の関係が一義的に求まる。結果を図-4に実線で示す。一方、 E_f は式 (22) より次式

$$E_f = \left(\frac{dh}{dx}\right)_f \cdot \alpha_U = \frac{(\alpha_B/\alpha_{UB}) R_{if} \tan \theta - C_f/2}{\alpha_{2U} (1 + \gamma R_{if})} \cdot \alpha_U \quad (25)$$

で与えられ、上述の R_{if} と θ の関係を用いると E_f は θ の関数となり、計算の結果は図-5に示されている。

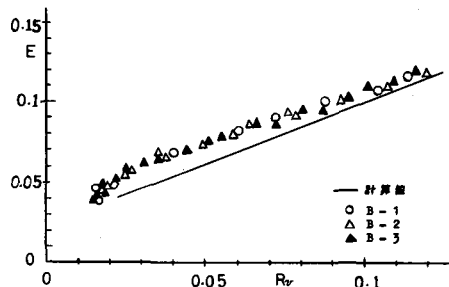


図-3 鉛直壁面 plume における連行係数

4. 実験の方法とその結果

(1) 実験の方法

実験は傾斜下降 plume の実験 (Run-A) と鉛直壁面 plume の実験 (Run-B, $\theta=90^\circ$) の2つについて行った。

Run-AはEllison・Turnerの実験とほぼ同様な実験で、任意の傾斜角 θ における最終状態の R_{if} 、 E_f を主として測定するために行なわれたもので、図-6(a)に示すように長さ3 m、幅0.2 m、高さ0.7 mの片面アクリル製2次元水路を使用した。水路の一端はヒンジ、他端は電動チェンブロックでつり上げ、勾配を自在に変えられるようにしている。実験は静止した密度 ρ_a の淡水中に上流側に取り付けられたスリット(幅 $h_0 = 1\text{ cm}$)から密度 ρ_o の塩水を噴出させて行なった。底面に沿って流れるplumeは周囲の淡水を巻き込んで流量を増やしながら流下し、水路底面下流端に取り付けられた排水口より排水される。その際排水口付近にplume水の定常なpoolができるように排水バルブを調整してplume流量と排水量を等しくしている。なお、連行された淡水の補給は水路全面にわたってほぼ均等になされており、淡水の水頭は一定に保たれている。測定は定常になった後、排水量および連行面積(poolの部分を除く)を計り、連行流速 V_o を求めた。またwater blueをtracerとして用いることにより断面最大流速 U_i を求めた。

Run-Bの実験は $\theta = 90^\circ$ での R_{vf} 、 E_f および最終状態におちつくまでの R_v 、 E の変化を調べるために行なったもので、実験水路は図-6(b)に示すように長さ5.5 m、高さ1.5 m、幅0.15 mの透明アクリル製水路を用い、幅 $h_0 = 5\text{ cm}$ のスリットから出口流速 $U_0 = 2\text{ cm/sec}$ で塩水を鉛直下方に噴出させている。流下した鉛直壁面plumeは水路底面にとりつけられた排水口より排出される。その際、水路底面にあたって横に拡がったplumeの先端境界面がほとんど静止するように排水バルブを調整しており、ほぼ定常状態で測定を行なっている。また連行された淡水を補うため、水路末端より淡水が補給されている。測定において、plume幅 h については淡水中に投入した色素がplumeによって巻き込まれ鉛直方向の流速成分が初めて与えられる点と壁面との距離 h' を測定し、 $h' \approx 2 \cdot 1h$ の関係から h を算出した。一方、water blueおよび

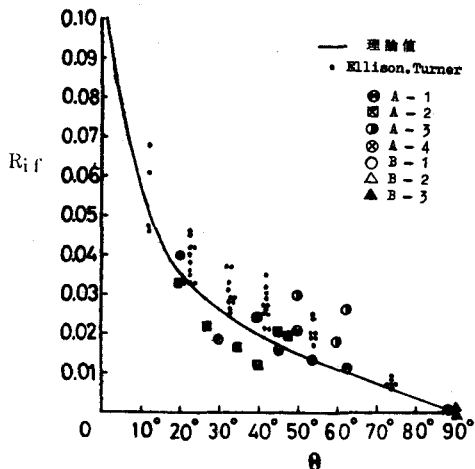


図-4 θ と R_{if} の関係

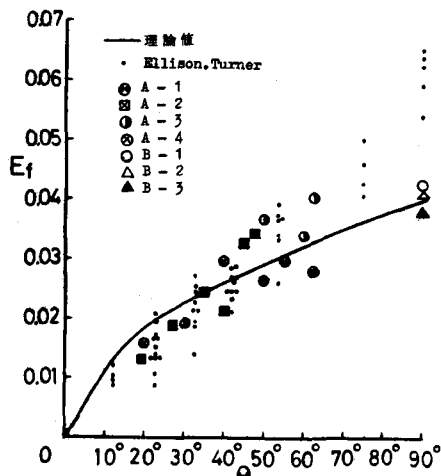


図-5 θ と E_f の関係

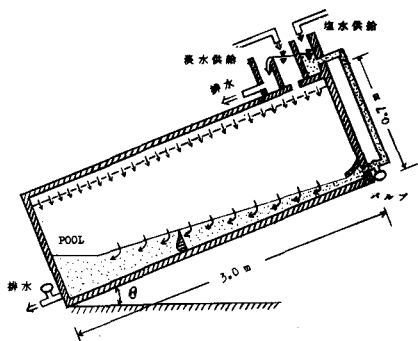


図-6(a) 実験装置 (Run-A)

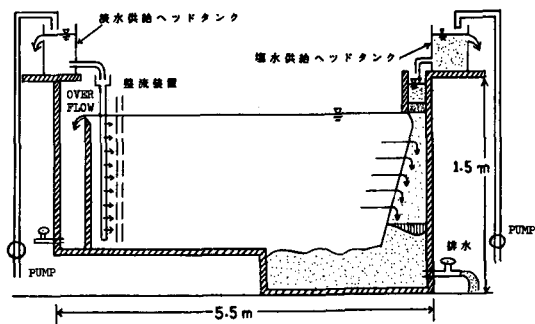


図-6(b) 実験装置 (Run-B)

過マンガン酸カリウムを tracer として淡水中に投入し、場所ごとの連行速度 V_e を直接測定した。その V_e を積分することにより plume の流量および平均流速を計算し、流速分布として Gauss 分布を適用して U_l を求めた。Run-A, Run-B のそれぞれの実験条件を表-2 に示す。

(2) 実験結果とその考察

Run-A, Run-B の実験から得られた R_{if} , E_f を Ellison・Turner の実験値と併せて図-4、図-5 にプロットしている。図-4 の R_{if} については実験値と理論値はかなり良い一致がみられる。また、図-5 の E_f に関しては、 θ の大きいところで Ellison らの実験ではやや過大となっているが著者の実験値とは良く一致しており、上述の理論はほぼ妥当であると思われる。なお、 θ の小さいところで E_f の実験値は理論値にくらべやや小さくなっている。これは θ が小さい場合、最終状態 R_{if} , E_f に達するまでの距離が必ずしも無視できず、遷移領域の影響があらわれてきたものであるろう。

Run	N_0	相対密度差 $(\rho_o - \rho_a) / \rho_a$
Run-A	1	0.0025
	2	0.0043
	3	0.0052
	4	0.0110
Run-B	1	0.009
	2	0.012
	3	0.016

表-2 実験条件

次に $\theta = 90^\circ$ の Run-B の実験において potential core がほぼ消失したと思われる点以降で求められた連行係数 $E = V_e / U_l$ と $R_v = N_0 / U_l^3$ の関係を図-3 にプロットしている。3 通りの実験条件から得られたデータが良くまとまっており、 R_v が増すにしたがって E も大きくなる。本実験で用いた実験条件のもとでは plume はいずれも放出口を出るとすぐ縮流し、その後ほぼ直線的に拡がっていく。 R_v の値は形成領域・遷移領域で急激に減少し、確立領域ではほぼ一定値 $R_{vf} = 0.013 \sim 0.017$ に収束する。連行係数も同様に減少して確立領域ではほぼ一定値 $E_f = 0.039 \sim 0.043$ となる。一方、理論値との比較においては形成領域の後半部や遷移領域では potential core の存在や流速・浮力分布の相似性が厳密には成り立たないことなどから実験と計算の間に若干のずれがみられるが傾向はほぼ一致しており、鉛直壁面 plume の形成・遷移領域における連行現象をもほぼ説明しうるものと思われる。

5 流れの特性量 U_l , B_l , h

最終状態の R_{if} , E_f の値を用いて傾斜 plume の確立領域における流れの特性量 U_l , B_l , h を容易に求めることができる。式 (11) より最大流速 U_l は

$$U_l = \sqrt[3]{\frac{N_0 \cos \theta}{R_{if}}} = U_{if} = \text{const} \tag{26}$$

となり、 U_l は浮力束 N_0 と傾斜角 θ に応じて決定される一定値 U_{if} となり、流れ方向に変化しない。

また、 h は式(9)より

$$\frac{d}{dx} (\alpha_U U_{if} h) = E_f U_l$$

式 (26) を用いて

$$\frac{dh}{dx} = \frac{E_f}{\alpha_U}$$

積分して
$$h = \frac{E_f}{\alpha_U} (x - x_p) + h_p$$

ここに h_p は potential core の終点 $x = x_p$ における h の値で与えられるが、噴出口より遠く離れた $x \gg$

x_p では
$$h \approx \frac{E_f}{\alpha_U} x \tag{27}$$

となって、 h は均一流体の wall jet と同様直線的に増加し、その増加率は図-5 より θ が大きい程大きく、鉛直壁面 plume で最大となる。一方、浮力 B_i は式 (10) および式 (27) より次式で与えられ

$$B_i = \frac{N_0}{\alpha_{UB} U_{if} h} = \frac{\alpha_U}{\alpha_{UB}} \frac{N_0}{E_f U_{if}} \frac{1}{x} \quad (28)$$

B_i は x^{-1} にしたがって減少することがわかる。

6 あとがき

本文では傾斜 plume について、乱れのエネルギー方程式と加速度平衡式を用いて、浮力効果による乱流構造の変化をとり入れた基礎的な研究を行ない、乱れ特性量を overall Richardson 数の関数として表示する式を導くとともに噴流特性量に対しても理論的解析を行なった。理論的に求められた連行係数は Ellison・Turner の実験曲線や著者らの実験結果とはほぼ一致しており、傾斜 plume の連行係数の物理的機構はかなりの程度まで解明されたものと考ええる。また E および R_i が傾斜角 θ に応じて決定される一定の値 E_f および R_{if} に漸近することが数値計算および実験によって確かめられており、このことから流れの特性量 U_i 、 h 、 B_i の流れ方向の変化が得られている。最大流速 U_i は $U_i = U_{if} = \text{const}$ となり、その大きさは浮力 flux と傾斜角 θ によって決まる。また plume 幅 h および浮力 B_i はそれぞれ $h \sim x$ 、 $B_i \sim x^{-1}$ となり、その割合も浮力 flux と θ によって決定される。

最後に、本実験の遂行にあたり熱心に協力された藤田和夫技官および今酒誠、下田五郎の両君に深甚なる謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Plapp, J.E and Mitchell, J.P.: A hydrodynamic Theory of Turbidity Currents. Jour. of Geophy. Res., vol.65, 63, 1960.
- 2) 福岡捷二, 水村和正, 加納敏行: 密度流先端部の流動機構に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第274号, 1978.
- 3) 平野宗夫, 羽田野袈裟義, 赤司淳也: 泥水密度流先端部の挙動について, 九大工学集報, 第51巻, 第4号, 1978.
- 4) 芦田和男, 江頭進治: 泥水密度流に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第237号, 1975.
- 5) Ellison, T.H and Turner, J.S: Turbulent entrainment in stratified flow, J. Fluid Mech. vol.6, 1959.
- 6) 椿東一郎, 小松利光: 2次元表面密度噴流における流れの特性と連行現象, 土木学会論文報告集, 第273号, 1978.
- 7) Schwarz, W.H and Cosart, W.P: The two dimensional turbulent wall jet, J. Fluid Mech. vol.10, 1961.