

成層流界面における混合の特性について

Turbulent Characteristics of Mixing near the Interface of Stratified Flows

東京大学大学院 学生員 ○浅 枝 隆

東京大学工学部 正 員 玉 井 信 行

1. はじめに

密度境界面を通しての混合現象に関しては、従来いろいろなタイプでの実験が行なわれているが、大きく二つに分かれるようである。すなわち、一つはセン断流が卓越する場においてセン断流による乱れによって混合させようとするものであり、他の一つは顕著な平均流の存在しない場で機械的な乱れを起こして混合させようとするものである。前者には水平噴流や塩水くさびを利用したもの他に循環水路中でスリットを動かしてセン断流を起こしたもの、上層を固定して下層を動かしたものの、風によるセン断流を利用したものなどがある。しかし混合速度に関しては層平均量を用いた関係を示したものが多くいようである。後者については振動格子を上下に振動させて乱れを起こしたものが多く、局所的な乱流量を容易に測定できることから、局所的な水理量を用いて整理したものが多くいようである。これらを混合速度という面から分類していくつか掲げてみると次のようになる。

a) セン断流が卓越する場でのもの

水 平 噴 流	Ellison ・ Turner ⁽¹⁾	u_e/U と Ri^A の関係
	芦 田 ・ 江 頭 ⁽²⁾	u_e/U と Ri^A の関係 (温度による密度差)
傾斜ブリューム	Ellison ・ Turner ⁽¹⁾	u_e/U と Ri^A の関係
塩 水 く さ び	須 賀 ・ 高 橋 ⁽³⁾	$u_e/U \propto (Ri^A)^{-10/3}$
循 環 水 路	Moore ・ Long ⁽⁴⁾	$u_e/U \propto (Ri^A)^{-1}$
	Kato ・ Phillips ⁽⁵⁾	$u_e/U \propto (Ri^A)^{-1}$
上 層 流	椿 ・ 小 松 ・ 今 酒 ⁽⁴⁾	$u_e/U \propto (Ri^A)^{-2}$
下 層 流	Lofquist ⁽⁷⁾	u_e/U と Ri^A の関係
風によるセン断流	Wu ⁽⁸⁾	$u_e/U \propto (Ri^A)^{-1}$
	岸 ・ 加 藤 ⁽⁹⁾	u_e/U と Ri^A の関係
	和 田 ・ 片 野 ⁽¹⁰⁾	$u_e/U \propto (Ri^A)^{0.63}$

b) セン断流のほとんど存在しないもの

振動格子による乱れ	Turner ⁽¹¹⁾	$u_e/u \propto Ri^{-3/2}$ (塩分による密度差)
		$u_e/u \propto Ri^{-1}$ (温度による密度差)
	Hopfinger ・ Tolly ⁽¹²⁾	$u_e/u \propto Ri^{-3/2}$

ここに、 u_e は混合速度、 U は代表的な平均流速、 Ri^A は層平均リチャードソン数、 u は乱れの平方根平均二乗速度、 Ri は局所的なリチャードソン数をあらわす。これらをみると大まかに、無次元化した混合速度がリチャードソン数の -1 乗に比例する場合と、 $-3/2$ 乗に比例する場合とに分かれるようである。ここで報告するのは、上に掲げたものと異なった形式の実験により、リチャードソン数と無次元混合速度の関係をあらわすとともに、層平均リチャードソン数と局所的リチャードソン数の関係ならびに混合の形態について考察したものである。

2. 実験方法および実験装置

ここで用いた実験装置は図-1のように、長さ4 m、高さ50 cm、幅20 cmの水路の底に摺動板を敷き、それを0.5~1.0 Hzの周波数で正弦波的に滑動させて行なった。摺動板上には、図中の円内に示すような1 cm角、高さ2.3 cmの柱状粗度を千鳥状にとりつけて乱れを起こしている。測定器具は、塩分濃度については導電率

計を、流速の測定についてはホットフィルム流速計を用いている。流速計のプロブは、X型のものと円筒型のものを適宜使っている。データ処理については、読みとり間隔 $1/100$ 秒で2100個のデータを用いている。距離スケールおよび波数については、台車の速度 (10 cm/s) が変動流速に対して10倍程度あるのでTaylorの凍結乱流の仮定を用いてある。またX型プロブを用いての流速測定の際に台車による振動が多少認められたが、これについては、乱流による流速 u 、振動によるもの u' 、測定される流速 u_0 としたときに、 $u_0 = u + u'$

$$\text{より } \overline{u^2} = \overline{u_0^2} + \overline{u'^2} - 2\overline{u_0 u'}$$

となり、 $\overline{u_0 u'} \approx 0$ であるために、強度に関しては摺動板を固定させておいて台車だけ移動させた時の値をそのまま減じている。

3. 乱れの諸量

この装置でつくられる乱流の諸量を図-2に示す。ここで積分特性距離 l は、凍結乱流の仮定により得られた相関係数から定めた。また粘性逸散に関しては、等方性と凍結乱流の仮定のもとに、パワースペクトルから算定した。この結果をみると、乱れの強さ、 $\overline{u^2}$ 、 $\overline{v^2}$ に関しては粗度から離れるに従って急激に減少しているが、粘性逸散は距離による差はほとんどない。すなわち、低周波のスケールの大きな乱れは粗度から離れるに従って急激に減衰する。一方、逸散を支配するスケールの乱れは全域でほぼ一様に近いことが分かる。このことは、図-3の乱れの波形をみても確かめられる。またこの乱れは一定の粗度間隔で機械的に起こした乱れのために図-4に示すようにかなり場所的に周期性をもった乱れであることがわかる。図-2中に示してあるNo.1~No.6のデータは密度勾配が 2×10^{-3} から 2×10^{-5} 程度の間層における測定である。図の結果から判断すると、乱流量に及ぼす密度差の影響は小さいことがわかる。

4. 混合の形態

成層場で摺動板を動かし始めると、粗度付近は乱れが強いために、図-5

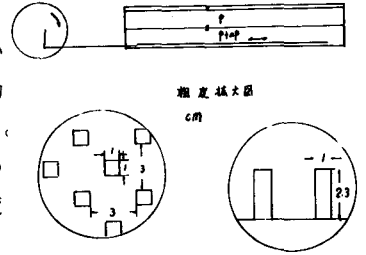
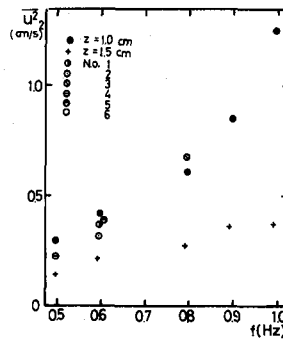
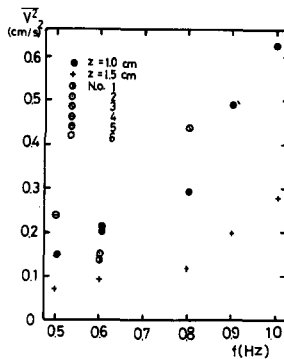


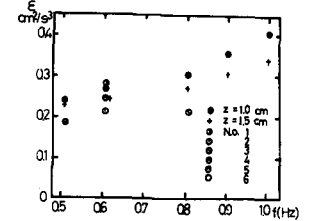
図-1 実験装置



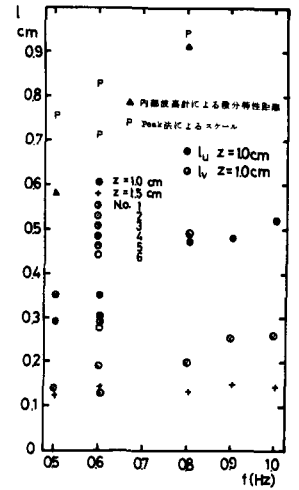
(a) 水平方向流速変動



(b) 鉛直方向流速変動



(c) 粘性逸散



(d) 渦のスケール

図-2 乱れの諸量

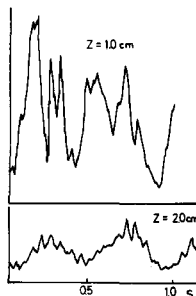


図-3 乱れの波形

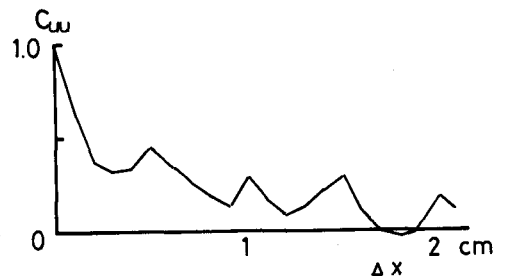


図-4 速度の相関係数

に示すように短時間のうちに密度一定の層ができる。その後は時間とともにこの層厚がしだいに増加していく、この密度一定の層を混合層、その上の密度勾配の存在する層を中間層とよぶことにする。また全密度差の $\frac{1}{2}$ あたりの密度勾配一定の面の上昇速度を混合速度とする。

混合の形態については、密度差が大きく、安定で、境界面のはっきりした場合 ($\Delta\rho/\rho > 0.02$ 程度) と、密度差が小さく、不安定で、境界面のはっきりしない場合 ($\Delta\rho/\rho < 0.01$ 程度) とでは多少現象が異なる。安定度の高い場合には、明瞭な重力内部波が生じる。(写真-1a) 混合はこうした内部波の砕波によるか、スケールの小さい渦が飛び上がって短時間のうちに周囲水におおいかぶさり、下層にとりこむ形で行なわれている。従って中間層はあまり発達せず、混合層がしだいに厚くなっていく場合が多い。安定度が小さい場合には、重力内部波ははっきりせず、下層から上がってくる渦が卓越する。渦自体の動きはゆっくりしていて、飛び上がってから再び没するまでの時間が長い。従って渦が重なったり、一つの渦がいくつかの小さな渦に分化する場合も多い。(写真-1b, c) 混合は上層に飛び上がった渦が上層水を巻きこみ、表面にベール状のものができ、渦が下降するにしたがって上下方向に細長く引き伸ばされたり、膜状のままでとに残される。そのため混合層の増加の他に、中間層が発達し、勾配がしだいに緩やかになっていく。図-6は初期の短時間にできる混合層が生成後、中間層勾配があまりかわらないものと、しだいに緩やかになっていくものを分けて示す。中間層の勾配が変化しない場合はリチャードソン数が大きな領域の資料に対応し、中間層の勾配が緩やかになる場合はリチャードソン数が小さな資料に対応している。

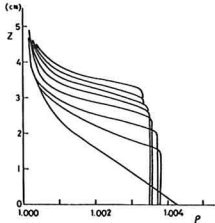
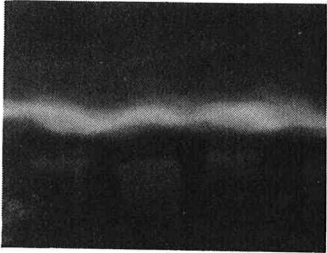


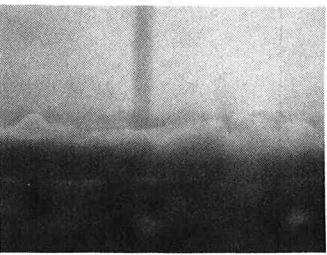
図-5 密度分布図



(a)



(b)



(c)

写真-1

5. 渦のスケール

図-2dには流速変動積分特性距離、境界面変動の積分特性距離、および、ピーク法によって求めたピーク間隔の平均値が示されている。積分特性距離は平均渦径を表わし、ピーク間隔は最大の渦径を表わすと考えられるので、図-2dの傾向は妥当なものと考えられる。界面変動の積分特性距離が大きくなった理由としては、渦が集団になっている場合には、それらをまとめて一つの大きな渦とみなす結果になった故と思われる。中間層厚との関係について付言すると、安定度の高いものについては中間層厚が渦スケールとあまり変わらないのに対し、不安定なものについては、渦が高く上ることおよび、前述のようなベール状のものを上層に残してしまうことなどから、渦スケールよりかなり大きくなっている。

6. 混合速度

代表流速で無次元化した混合速度は、代表的な水理量を用いたリチャードソン数と密接な関係があると考えられる。ここでは代表的な三つのリチャードソン数で整理したものをあげ、かつ二種のリチャードソン数の間の関係について考察する。まず境界層厚が小さく、混合層の密度をもった渦が上層まで達し得る場合には、最も密接に関係する量が上下層密度差、渦の大きさとしての流速の積分特性距離、境界面付近での鉛直方向流速変動の平均二乗成分と考えられる。こうした量で表現したリチャードソン数を用いて整理したものが図-6である。ほば、

$$\frac{u_\theta}{v} = \text{const.} \quad R_i^{-\frac{3}{2}} \quad R_i = \frac{g \Delta \rho \ell}{\rho v^2} \quad (1)$$

の関係があることがわかる。これは Turner, Hopfinger, Tollyらの行った格子乱流の結果とほぼ一致している。また図中の○印で示したものは、中間層厚が2 cm程度以上もある連続密度勾配をもったものであるが、やはりこうした密度差型のリチャードソン数で整理できる。こうした場合には、渦の上下運動が大きくなり、しかも渦が層状に重なるために、上下層の密度差に支配されるためと考えられる。

次に、連続密度勾配をもった場合を対象にすれば、上下層密度差のかわりに境界面の密度勾配の影響が大きくなることが考えられる。図-7は初期の最大密度勾配を用いたリチャードソン数

$$R_i N = \frac{N_0^2 \ell^2}{v^2} \quad N_0^2 = -\frac{g}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dz} \right)_0 \quad (2)$$

で整理したものである。図中の○印は密度勾配が比較的小さいもの、●印は密度勾配が比較的大きな資料を示す。全密度差を用いた R_i による整理法に比べ勾配が緩やかになっている。これについては次のように考えられる。中間層厚は主に渦の飛び上がる高さで決定される。渦の上下運動を単振動型に仮定すれば

$$\delta \propto v/N \quad N^2 = -g/\rho \cdot d\rho/dz$$

とおける。これを $R_i = g \Delta \rho \ell / (\rho_0 v^2)$ に代入すると、

$$R_i \propto \frac{g \Delta \rho \ell}{\rho v^2} = \frac{g \Delta \rho / \delta \cdot \ell \delta}{\rho v^2} \propto \frac{N}{v} \ell = (R_i N)^{1/2} \quad (3)$$

式(3)の関係を用いて式(1)を書き直すと

$$\frac{u_e}{v} \propto (R_i N)^{-3/4} \quad (4)$$

が導かれる。前述の通り、リチャードソン数の小さい場合には境界面の密度勾配はしだいに緩やかになっていくため、実際の密度勾配は初期のものより緩やかになっていることが推測され、(4)式に近くなっていることが考えられる。

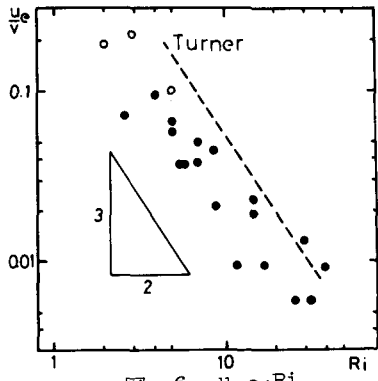


図-6 $u_e \sim Ri$

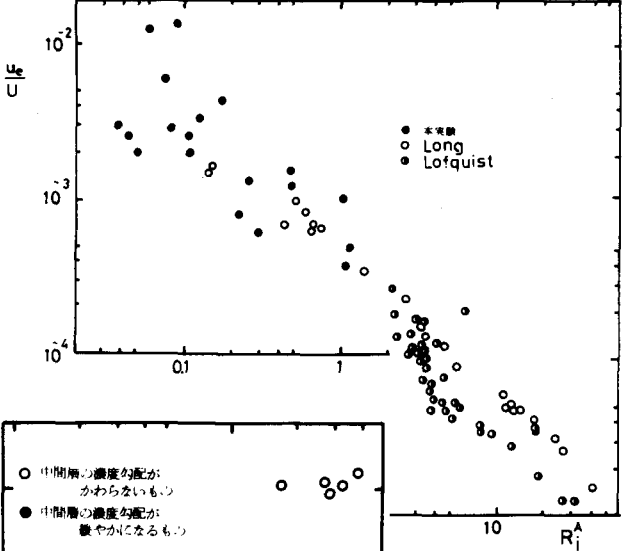


図-8 $u_e \sim Ri^A$

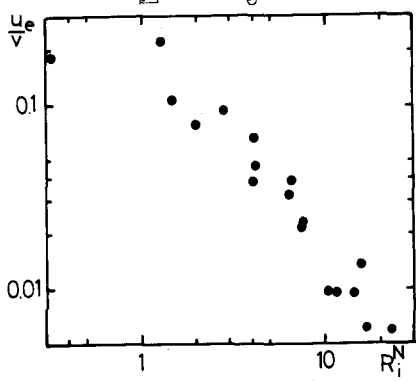


図-7 $u_e \sim Ri^N$

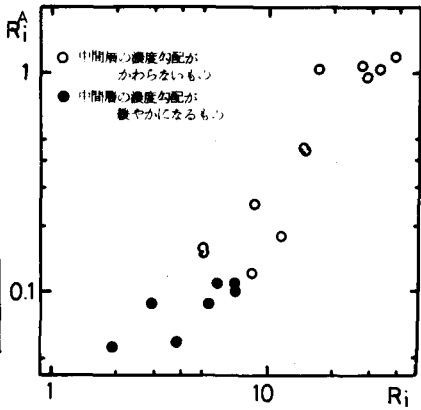


図-9 $Ri \sim Ri^A$

図-8に層平均型のリチャードソン数との関係を示す。Lofquist, Moore・Longのデータは代表流速として上下層流速差U, 代表スケールとして流速勾配をもつ層の厚さLを用いて再整理した。今回の実験ではその条件にあわせるために, 粗度下部付近の流速の場所的, 時間的な平均値を代表流速とし, 摺動板から, 流速がほぼ消失する点までの高さを代表スケールとした。これよりほぼ

$$\frac{u_{\theta}}{U} \propto (Ri^A)^{-1} \qquad Ri^A = \frac{\Delta \rho g L}{\rho \cdot U^2} \tag{5}$$

なる関係が得られる。図-6と図-8を比較すると, 無次元混合速度は局所的なリチャードソン数の $-3/2$ 乗に比例し, 層平均のリチャードソン数で整理すると, その -1 乗に比例することがわかる。次に局所的なリチャードソン数と層平均リチャードソン数との関係を示してみると, 図-9のようになる。中間層の勾配にかかわらずかなりはっきりとした相関があることがわかる。このことは, 混合に直接関係するのは, 境界面付近の局所的な水理量であるが, そうした水理量も層平均量に関係しており, 層平均量を用いても整理できることを示している。

7. スペクトル特性

鉛直方向の流速変動スペクトルを図-10に示す。低周波領域は緩やかな勾配で, 高波数領域ではほぼ -3 乗則に従う。しかも, 低波数部では, 入力エネルギーを規定する摺動板の周波数が高いほど大きな値となっているが, 高波数領域ではほぼ一本の線に乗っていることがわかる。すなわち, 低波数のかなり大きな渦にエネルギーが供給されるが, あるスケール以下になると, 外からのエネルギー供給に依存しない浮力領域にはいるという過程をあらわしているといえる。参考のため, 表1にLumley¹³⁾のスペクトル形を適用した場合の係数の値を示す。次に界面変動のスペクトルを図-11に示す。これについても, 流速変動スペクトルと同じく, 低周波数部には, 振動周波数, すなわち入力エネルギーの影響があらわれるが, あるスケール以下の渦は入力エネルギーに依わないことがわかる。この高周波領域は, Phillips¹⁴⁾が内部深海波について求めたスペクトル形によく適合している。すなわち,

$$S\eta(f) = C \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\rho}\right)^2 Nm^{-2} f^{-3} \quad C = 0.015 \sim 0.019 \quad Nm = \frac{g}{\rho} \left|\frac{d\rho}{dz}\right| \tag{6}$$

$Sv(k) = A \frac{g}{\rho} \left \frac{d\rho}{dz}\right k^{-3}$				
Run	B	$d\rho/dz$	A	
1	5.27	5.18×10^{-3}	10.3	
2	14.5	3.01×10^{-3}	4.92	
3	19.5	6.95×10^{-3}	102.1	

ただし $Sv(k) = B k^{-3}$

表-1

$S\eta(f) = C \left(\frac{\partial \rho}{\rho}\right)^2 Nm^{-2} f^{-3}$				
Run	D	$\partial \rho$	$\left(\frac{\partial \rho}{\rho}\right)^2 Nm^{-2}$	C
4	0.28	0.004	14.9	0.019
5	0.13	0.005	7.8	0.016
6	0.27	0.005	16.3	0.017
7	0.36	0.005	24.5	0.015

ただし $S\eta(f) = D f^{-3}$

表-2

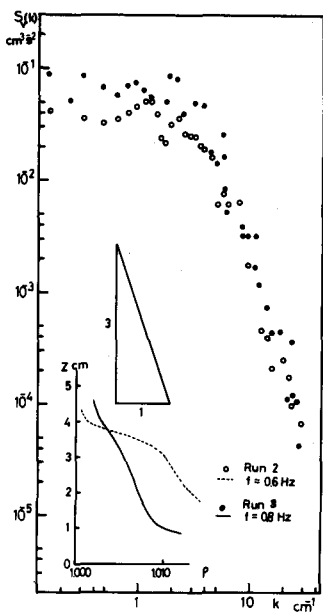


図-10 流速変動スペクトル

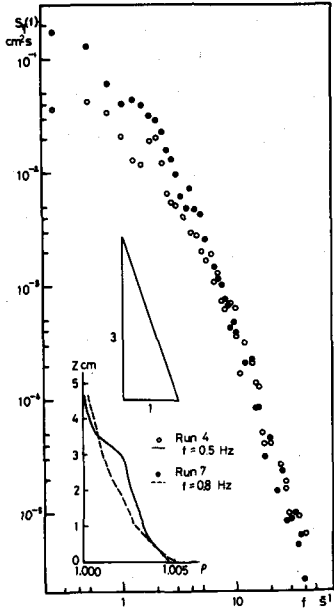


図-11 界面変動スペクトル

8. 結 論

今回、乱れ速度の二成分を測定し、成層界面における混合について次のような知見を得た。

1. 界面における混合機構は、安定度の高い場合と不安定性の高い場合とで異なる。前者の場合には内部波が卓越し、小さい渦が上層水をおおいかぶるように下層にとりこむ。後者の場合、多くのゆっくりした渦が上層水を巻きこみ、そのまま一部を上層にとり残す形で行なわれる。したがって、前者の場合、中間層の密度勾配はほぼ一定であるが、後者の場合、時間とともに緩やかになる。

2. 摺動板の振動周波数と乱れの積分特性距離との関係を定めることにより、界面に発生する渦のスケールを知ることができた。

3. 本研究で扱われた範囲では、安定度の大小に依らず、無次元混合速度は乱流量を用いた局所型のリチャードソン数の $-3/2$ 乗に比例し、層平均型のリチャードソン数の -1 乗に比例する。さらに、層平均型のリチャードソン数と、局所的リチャードソン数との間には、よい相関があることがわかった。

4. 流速変動、界面変動のスペクトルとも、低波数、低周波数部では入力エネルギーにより大きさが決まり、高波数、高周波数部では一本の線にまとまる。鉛直方向流速スペクトルに関し、Lumleyのスペクトル形には適合しないが、界面変動スペクトルに関しては、Phillipsのスペクトル形がよくあてはまる。

9. おわりに

本研究の一部は、文部省科学研究費（代表者 名古屋大学 足立昭平教授）および、鹿島学術振興財団の助成により行なわれた。また、実験、データ整理にあたっては、本学学生佐藤 博（現東京電力）、高橋由多加 両君の助力を得た。記して謝意を表わす。

参 考 文 献

- (1) Ellison, T.H. & Turner, J.S. ; J. Fluid Mech., 6 (1959) (2) 芦田和男・江頭進治 ; 第20回水理講演会論文集 (1976)
- (3) 須賀堯三・高橋 晃 ; 第27回年次学術講演会講演概要集 (1972)
- (4) Moore, D.W. & Long, R.R. ; J. Fluid Mech., 49 (1971) (5) Kato, H. & Phillips, O.M. ; J. Fluid Mech., 37 (1969)
- (6) 椿 東一郎・小松利光・今酒 誠 ; 第33回年次学術講演会講演概要集 (1973)
- (7) Lofquist, K. ; Phys. of Fluids 3 (1960) (8) Wu, J. ; J. Fluid Mech. 35 (1969)
- (9) 岸 力・加藤正道 ; 第14回海岸工学講演会論文集 (1967) (10) 和田 明・片野尚明 ; 電力中央研究所報告 71007 (1972)
- (11) Turner, J.S. ; J. Fluid Mech. 33 (1968) (12) Hopfinger, E.J. & Tolly, J.A. ; J. Fluid Mech. 78 (1976)
- (13) Lumley, J.L. ; J. Atmos. Sci. 21 (1964)
- (14) Phillips, O.M. ; The Dynamics of the Upper Ocean. Cambridge Univ. Press (1969)
- (15) 玉井信行・浅枝 隆 ; 第32回年次学術講演会講演概要集 (1977)
- (16) 玉井信行・浅枝 隆 ; 第33回年次学術講演会講演概要書 (1978)