

斜面上における内部重力波の砕波について Breaking of Internal Gravity Wave on Sloping Beach

大阪大学工学部 正 員 室田 明
 大阪大学工学部 正 員 〇平田 健正
 大阪大学大学院 学生員 道奥 康治

1. はじめに

成層化した密度場での水質混合，すなわち界面での乱れの発生という観点から密度界面に生長する内部波の砕波機構が検討されてきた。従来，混合現象を論じる時，実験的には混合層スケールの小規模な内部波が対象とされ，¹⁾ 水工学上の興味もこの種の内部波の安定・不安定問題に向けられていると言ってよい。しかし，界面近傍には密度差による成層安定化効果も働き，前述の自励的な内部波による界面の破壊は著しく困難と予想される。さらに，海洋における step-structure 的な密度分布の形成，あるいは岸近くの内部重力波の挙動が注目されている現在，水質混合機構の解明という意味からも，むしろ大規模な内部重力波の挙動把握は工学上重要な課題と考えられる。

最近，Thorpe²⁾，あるいはOrlanski³⁾等により，静止内部重力波が overturn-type の砕波，つまり重力的に不安定な密度勾配が局所的に出現し mushroom-shape の砕波をすることが示された。他方，進行波について，Wunsch⁴⁾ は密度勾配が一定である単純化された条件下で，内部重力波は crest 直下に強い vortex を形成して，斜面上で砕波するという興味深い結果を報告している。しかしながら，二層系での浅水変形や砕波機構については，水と油を用いた immiscible な状態での実験結果⁵⁾はあるものの，モデルが現実と遊離し，実際の現象へ適用し難いのが現状である。

そこで，本研究は塩淡水二層界面に内部重力波を生起させ，可視化手法により内部重力波の浅水変形から砕波に至る過程を定性的に明らかにする。そして，より現実に則した密度モデル⁶⁾を用いて，斜面上における内部重力波の砕波機構の究明を目的とする。

2. 実験装置および実験方法

実験装置と座標系は図-1に示す。実験水路は有効長 400 cm，幅 20 cm，高さ 30 cm で，側壁透明の塩化ビニル製である。本実験は塩淡水の二成層で，上・下層静止とし，水路の上流端に設置したピストンタイプの造波機により二層界面に内部重力波を生起させる。造波機の動力源には 1 HP 三相交流モーターを用い，生起させる内部重力波の周期 T は $T = 3.0 \sim 15.0$ sec の範囲で連続的に変化させることができ，振幅はピストンのストロークを変えることにより調節可能である。そして，ピストンの往復運動は長さ 70 cm の助走区間を介して下層塩水側に伝達される。また，一様水深部における淡水深 h_1 および塩水深 h_2 はそれぞれ 13.3 cm と 14.7 cm で，斜面勾配は $1/20$ である。

可視化手法は二種類によっている。一つは砕波点近傍，つまり $x = 230 \sim 315$ cm 間の水路中央の斜面上に白金線を張り，水素気泡を連続的に発生させて下層塩水側に水素気泡カーテンを設け，砕

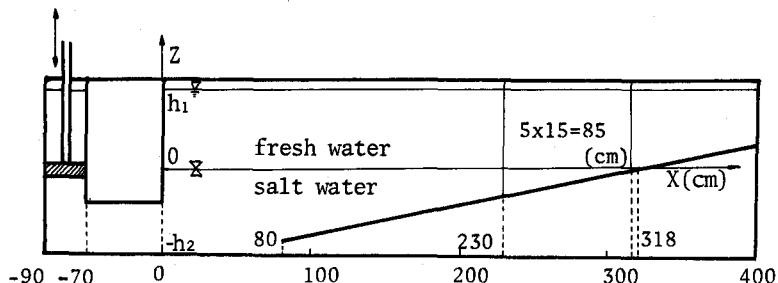


図-1 実験装置

波時の水粒子挙動を可視化した。今一つは、砕波から遡上に至る過程で、過渡的に顕著な三次元的挙動を示す領域を二次元スリット光束を用いて観測した。尚、この実験にはあらかじめ塩水側に、色素トレーサとしてフルオレセインを溶解させている。可視化実験に用いた密度差 ε ($= (\rho_2 - \rho_1) / \rho_1$, ρ_1, ρ_2 はそれぞれ上下層の密度) は 0.0138, 0.0174, 0.0253 の三種類である。

他方、浅水変形から砕波に至る水平方向水粒子速度 u の分布形状は $x = 230 \sim 315$ cm の区間で、5 cm 間隔に設けた白金線から 0.2 sec 毎に水素気泡列を発生させ、 $\varepsilon = 0.0126$ の場合について計測した。可視化像と流速分布形はいずれも 2 台の 16 mm シネカメラ (Photo-sonic と Bolex) を用いて撮影している。さらに、密度分布は塩分濃度計により、入力波形は $x = 100, 120$ cm の二地点でサーボ式水位計を用いて検出し、砕波点付近の波形は 16 mm シネフィルムを解析して求めた。

3. 可視化実験結果

ここでは、砕波帯における内部波波形の変化および砕波形態について、可視化実験結果より考察する。図-2 は砕波帯における界面変位の時間波形を、静止界面を基準にして示したものである。内部波形は、16 mm シネフィルムから求めるが、視覚的に界面を決定することが困難であるため、本研究では水平方向流速 u が 0 となる位置を界面として定義した。砕波点付近では静止界面は時間波形の crest と trough のほぼ中央に位置し、set-up の効果はあまりない様である。そして、内部重力波は砕波点に近づくに伴ない、漸次 crest 前面が立ち、

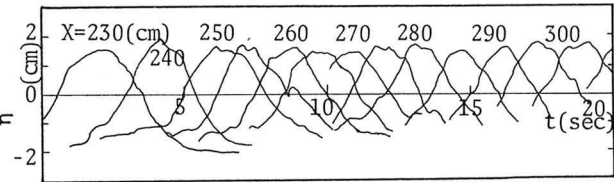


図-2 界面変位の時間波形

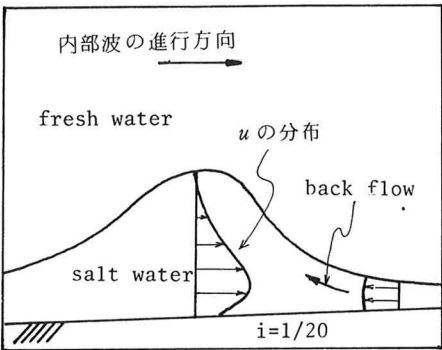


図-3 砕波点付近の流速分布

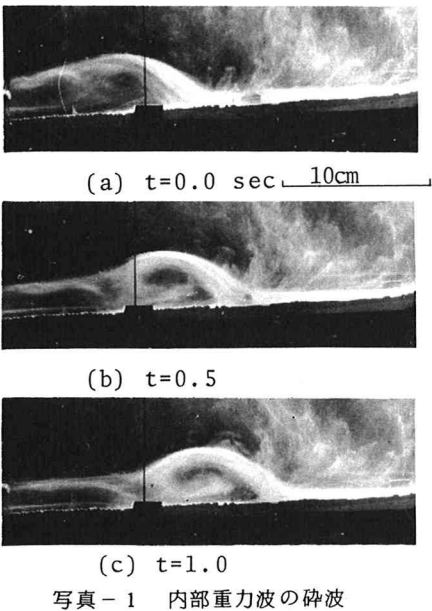


写真-1 内部重力波の砕波

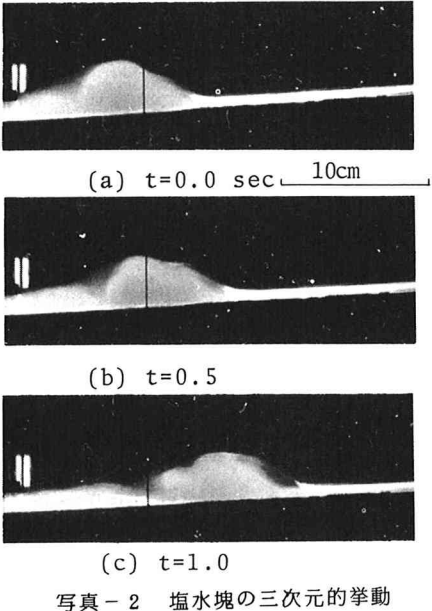


写真-2 塩水塊の三次元的挙動

trough は平坦になることが認められる。さらに、砕波後、波高は若干減少し、最終的には斜面上を遡上する。浅水変形から砕波に至る過程で特筆すべきことは、水平方向流速の最大値 u_{max} は界面近傍ではなく底面近くに現われることである。従って、本実験の範囲では内部重力波の砕波は界面付近からではなく、底部近くの水粒子挙動がトリガーとなる非常に興味深い現象を呈する。写真-1 は砕波点付近の水粒子の挙動を水素気泡により可視化したものであり、0.5 sec 間隔で示しているが、写真から、内部重力波は波高スケールの循環を形成し、内部波特有の砕波をすることがうかがえる。そこで、実験的にはこの循環の形成が明瞭に認められた位置を砕波点と定義した。 $u_{max} = C$ (C は波速) は波動としての一つの極限状態と考えられるが、前述した様に u_{max} は底部近くに現われるため、砕波時でも波形に大きな乱れはなく、水質混合も少ないことを示唆している。砕波帯における流速分布を模式的に図-3 に示しているが、 $u_{max} > C$ がトリガーとなり、底部付近の質量欠損に伴う上方からの質量の補償、さらには、塩水塊内の水粒子は塩水塊を超えて進行できないこと等から循環が形成されるものと推察できる。加えて、砕波帯には先行した塩水塊の若干稀釈された強いもどり流れが存在し、このもどり流れが循環の形成を促進する方向に働くことが理解できる。次に、砕波から遡上に至る過程で、循環を伴った塩水塊は顕著な三次元的挙動を示すことが判明した。すなわち、界面にくぼみが発生し(発生しない場合もある)、くぼみに沿って淡水の混入が認められた。写真-2 はスリット光束を使用して捉えた塩水塊であるが、界面に発生したくぼみ(写真 2-b) は後方に移流され、このくぼみを境にして後部はとに残される。これらの現象は密度下層流と類似点はあるものの、⁷⁾ 砕波後の塩水塊には沖側からの運動量の供給はなく、運動量の減少後は再び二次元性を回復して斜面上を遡上する。この時、流速分布は鉛直方向にはほぼ一様である。

以上述べた様に、斜面上における内部重力波の砕波機構の解明には、砕波帯で最大流速が底部近くに現われる機構を明確にすることが肝要である。そこで、まず二層系にポテンシャル理論を用いると、上下層でポテンシャルの符号が逆転し、界面ですべりが生ずる。つまり、界面に強いシアアが働き、上下層の水深比が 1 であれば界面で水平方向流速が 0 であると容易に予想できる。従って、Phillips⁸⁾ に倣い、界面で $u = 0$ の条件で渦度方程式を解き、境界層内の流速分布を求めるわけであるが、この場合の境界層厚さは 1~2 mm 程度である。現実の躍層厚さが 1~2 cm あることを考慮すれば、せん断層厚さを小さく見積りすぎ、まして u_{max} が底面近くに現われることは説明できない。これらの不合理は、密度場の近似の不十分さに起因するものであろう。

4. Holmboe の密度モデル⁶⁾

実際の海洋の密度分布、あるいは二層系を対象として、Holmboe はより現実的な密度分布形を次式で表わした。尚、座標系は図-1 に示している。

$$\rho = \rho_0 \exp [-\alpha \tanh (z/h)] \quad \text{-----} (1)$$

ここに、 ρ_0 : 平均密度、 α : $\epsilon/2$ に相当する密度差を示すパラメータ、 h : 特性躍層厚さである。次に、流れ関数 ψ を次式で設定する。

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{\rho}} X(z) \exp [i(kx - \sigma t)] \quad \text{-----} (2)$$

ただし、 k ; 波数、 σ ; 周波数である。(2)式の流れ関数を線形化された二次元の内部波の運動方程式に代入すれば、流れ関数の振幅 $X(z)$ に関するルジャンドルの陪微分方程式が得られる。この方程式の一般解はルジャンドルの陪関数で与えられるが、Holmboe は分散関係と流れ関数について、それぞれ(3)式および(4)式を得た。

$$\begin{vmatrix} P_n^m(\zeta_1) & P_n^{-m}(\zeta_1) \\ P_n^m(-\zeta_2) & P_n^{-m}(-\zeta_2) \end{vmatrix} = 0 \quad \text{-----} (3)$$

ここに, $m = kh$, $n = (-1 + \sqrt{1 + 4gh\alpha/C^2})/2$ (g ; 重力加速度, C ; 波速), $\zeta = \tanh(z/h)$, $\zeta_1 = \tanh(h_1/h)$, $\zeta_2 = \tanh(h_2/h)$, $P_n^m(\zeta)$; 第一種ルジャンドルの陪関数である。

$$\psi = \frac{C_1}{\sqrt{\rho_0}} \exp\left[\frac{\alpha}{2} \tanh(z/h)\right] \left[\frac{e^{kz}}{\Gamma(1-m)} \cdot F(1+n, -n; 1-m; \frac{1-\zeta}{2}) - \frac{R \cdot e^{-kz}}{\Gamma(1+m)} \cdot F(1+n, -n; 1+m; \frac{1-\zeta}{2}) \right] \exp[i(kx - \sigma t + m\pi)] \quad (4)$$

ここに, C_1 ; 定数, $\Gamma(a)$; ガンマ関数, $F(a, b; c; z)$; 超幾何関数で

$$R = \left[\frac{\Gamma(-m)e^{-kh_2}}{\Gamma(-m-n)\Gamma(1-m+n)} + \frac{\Gamma(m)e^{kh_2}}{\Gamma(1+n)\Gamma(-n)} \right] / \left[\frac{\Gamma(m)e^{kh_2}}{\Gamma(m-n)\Gamma(1+m+n)} + \frac{\Gamma(-m)e^{-kh_2}}{\Gamma(1+n)\Gamma(-n)} \right]$$

である。(4)式から流速分布を求めるために, C_1 を決定する必要がある。そこで, 界面での等密度線の変位 η を $\eta = a \cdot \exp[i(kx - \sigma t)]$ と仮定し, 界面における kinematic condition $\partial\psi/\partial x = \partial\eta/\partial t|_{z=0}$ を用いると,

$$C_1 = -a \cdot (\sigma/k) \cdot \sqrt{\rho_0} / \left[\frac{1}{\Gamma(1-m)} F(1+n, -n; 1-m; \frac{1}{2}) - \frac{R}{\Gamma(1+m)} F(1+n, -n; 1+m; \frac{1}{2}) \right] e^{m\pi i}$$

となる。従って, 水平方向流速 u は(4)式から,

$$u = \frac{\partial\psi}{\partial z} = \frac{(a/h) \cdot (\sigma/k) \cdot \exp[i(kx - \sigma t)]}{\frac{1}{\Gamma(1-m)} F(1+n, -n; 1-m; \frac{1}{2}) - \frac{R}{\Gamma(1+m)} F(1+n, -n; 1+m; \frac{1}{2})} \cdot \exp\left[\frac{\alpha}{2} \tanh\left(\frac{z}{h}\right)\right] \times$$

$$\left[\frac{e^{kz}}{\Gamma(1-m)} \left\{ \left(\frac{\alpha}{2} \operatorname{sech}^2\left(\frac{z}{h}\right) + m \right) F(1+n, -n; 1-m; \frac{1-\zeta}{2}) + \frac{1}{2} \operatorname{sech}^2\left(\frac{z}{h}\right) \frac{(1+n)n}{1-m} F(2+n, 1-n; 2-m; \frac{1-\zeta}{2}) \right\} - \right.$$

$$\left. \frac{R e^{-kz}}{\Gamma(1+m)} \left\{ \left(\frac{\alpha}{2} \operatorname{sech}^2\left(\frac{z}{h}\right) - m \right) F(1+n, -n; 1+m; \frac{1-\zeta}{2}) + \frac{1}{2} \operatorname{sech}^2\left(\frac{z}{h}\right) \frac{(1+n)n}{1+m} F(2+n, 1-n; 2+m; \frac{1-\zeta}{2}) \right\} \right] \quad (5)$$

と得られる。また, 内部波波速 C については, 波長 $L \gg h$ の条件下で近似的に(6)式で表わされる。

$$C^2 = \frac{2g\alpha}{k} \frac{1}{(\coth kh_1 + \coth kh_2) \{1 + m(\coth kh_1 + \coth kh_2)/2\}} \quad (6)$$

躍層厚さ $h = 0$, つまり $m = 0$ とすれば, (6)式は二層系のポテンシャル理論より得られる波速と一致する。

図-4 は本実験で得られた密度分布の一例であり, 図中の曲線は回帰分析より求めた(1)式の密度分布を表わす。水理諸元は図中に併記しているが, α はほぼ $\epsilon/2$ に, h は界面近傍の躍層厚さの $1/2$ に相当することが分かる。

内部波波速 C は, 上層の水深比を一定にし, 別途実験で求め, 図-5 に示している。実線 (C_h) は(6)式より, 破線 (C_2) はポテンシャル理論より求めた理論値であり, 計算条件は図中に併記している。概して C_h は C_2 より小さく, 密度差が小さくなる程, また

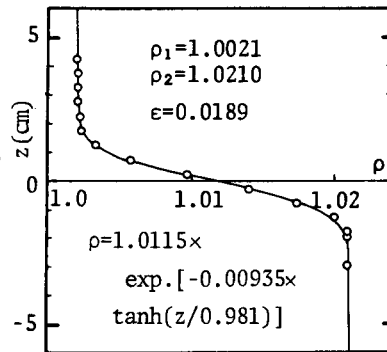


図-4 密度分布

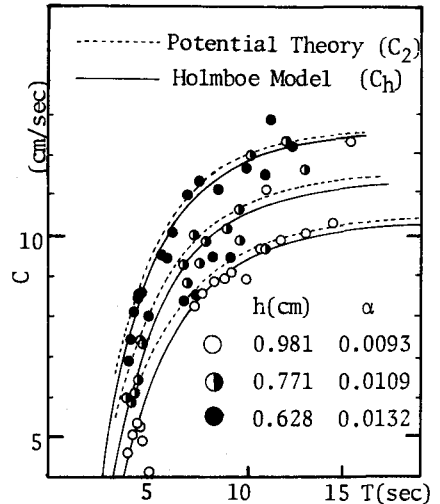


図-5 内部波波速

周期が短くなる程、この傾向は顕著に現われている。特に、波速に関しては、Holmboe モデルを用いると短周期側で改善されている様である。

5. 内部重力波の砕波

5-1. 水深変化に伴う波速と流速分布の変化

内部重力波の浅水変形による波速 C および流速分布の変化を16mmシネフィルムを解析して求めた。図-6は、波速 C と最大水粒子速度 u_{max} の変化を周期別に、塩水深 h_2 に対して示したもので、図中の曲線はHolmboeモデルより算出した理論値である。ここで、 h_2 は一様水深部の塩水深 $\hat{h}_2$ で、 u_{max} および C は $\sqrt{\epsilon g h_2}$ で無次元化して表示している。また、水理諸量はエネルギーフラックス法で推算するが、計算に先立ち、内部波のエネルギー逸散は無視し、エネルギーについては近似的に、波高の二乗に比例するものと仮定している。同図より、波速の実測値は測定上ばらつくものの、理論値と一致した傾向を示し、また u_{max} については、オーダ・傾向とも理論値と十分に一致している。このことは、Holmboeモデルの妥当性を示すものであろう。さらに、 $h_2/\hat{h}_2 < 0.3$ の領域で u_{max} の値が急激に増加し、波速と同等、もしくは大きくなっており、内部波が波動としての極限状態にあるものと推察できる。

次に、浅水変形に伴う水平方向流速 u の分布形の変化を(5)式を用いて算出し、図-7に示している。本実験の範囲では、特性躍層厚さ h は0.5~1.0cmの値をとるが、ここでは代表的に $h=0.75$ cm、 $\alpha=0.0128$ 、振幅 $a=0.89$ cmを用いた計算結果を紹介している。ここに、位相は $(kx-\sigma t)=2j\pi$ (j は整数)である。図に見られるように、 u_{max} は界面($z=0$)ではなく、空間的には変化しないが、ほぼ界面下 $2h$ の位置に現われ、せん断流の存在しない密度場に生起する内部重力波は、界面から非常に砕け難いことを示唆している。さらに、可視化実験結果で述べたが、砕波点付近(section 4)では u_{max} は底部近くに現われていることが分かる。つまり、砕波帯における内部重力波の維持できない過剰なエネルギーが、界面近傍の密度場により界面付近の水粒子運動が拘束されるた

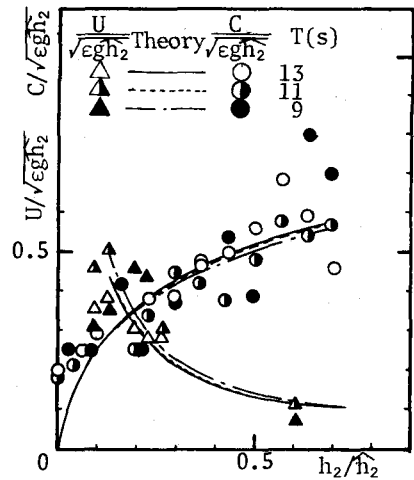


図-6 波速と最大水粒子速度の変化

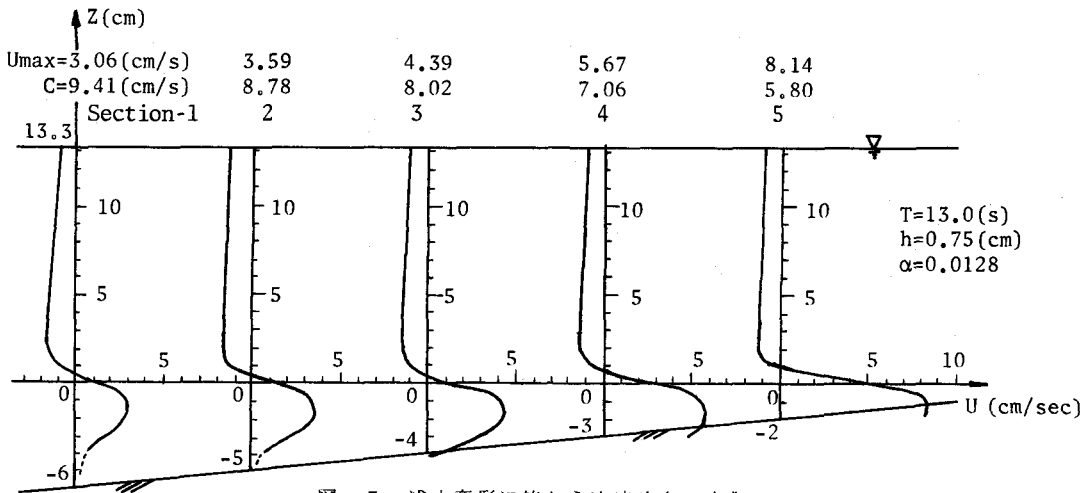


図-7 浅水変形に伴う流速分布の変化

め、 u_{max} を底部近くに出現させるものと考えられる。

5.2 砕波指標

入力波の諸元から、砕波時の水理諸量を推定する場合、砕波の微細な機構はともかく、砕波指標の設定は工学上非常に有用である。そこで、可視化実験結果と若干の計算から内部重力波の砕波指標について考察する。可視化実験における砕波の定義は、循環が形成されることであり、砕波波高 a_b および砕波塩水深 h_b はそれぞれ、砕波点における内部重力波の静止界面からの変位と、砕波点の静止時の塩水深である。一方、計算上は、砕波条件として $u_{max} = C$ を与え、入力波高 H (crest と trough の距離) と波長 L を変化させた時の a_b と h_b を求めた。この場合の a_b と h_b はそれぞれ、砕波時の振幅と塩水深である。砕波の定義は、可視化実験と計算の場合で異なるが、 $u_{max} > C$ が循環形成のトリガーとなるため、 $u_{max} = C$ の砕波条件はは妥当なものであろう。

a_b/L_0 と h_b/L_0 および h_b/L_0 と H_0/L_0 の関係をそれぞれ図-8、図-9に示している。ここに、添字0は相当沖波諸量を表す。また、Holmboeモデルを用いるに際し、特性躍層厚さ h は3ケースとも $h = 0.75 \text{ cm}$ として計算している。

両図より、当然のことながら、砕波水深の大きい程砕波波高が大きく、また沖波波高の大きい程砕波水深も大きいことが分かる。密度差による差異は、実験値についてはばらつきがあり不明であるが、計算値にはほとんど存在しないことがうかがえる。

6. 結語

斜面上における内部重力波の挙動、特に、砕波点付近を可視化した結果、つぎのことが判明した。

- 1) 内部重力波の浅水変形から砕波に至る過程で、特筆すべき特徴は、水平方向流速の最大値は界面近傍ではなく、底部近くに現われる。
- 2) さらに、この最大流速がトリガーとなり、斜面上の内部重力波は、波高規模の循環を形成し、内部波特有の砕波形態を示す。

本研究は、砕波帯で最大流速が底部近くに現われる現象を、より現実にもしたHolmboeモデルで説明できることを示したが、今後、砕波時あるいは砕波後の水質混合機構の解明が必要である。

参考文献

- 1) 吉田静男、段城邦彦；第21回水理講演会論文集，1977。
- 2) Thorpe, S. A. ; J. Fluid Mech., Vol. 32, 1968.
- 3) Orlanski, I. J. ; J. Fluid Mech., Vol. 54, 1972.
- 4) Wunsch, C. ; J. Fluid Mech., Vol. 66, 1974.
- 5) Nagashima, H. ; J. of the Oceanographical Society of Japan, Vol. 27, 1971.
- 6) 富永政英；海洋波動，1976。
- 7) 福岡捷二，水村正和，加納敏行；土木学会論文報告集，Vol. 274, 1978.
- 8) Phillips, O. M. ; The Dynamic of the Upper Ocean, Cambridge Univ. Press., 1969.

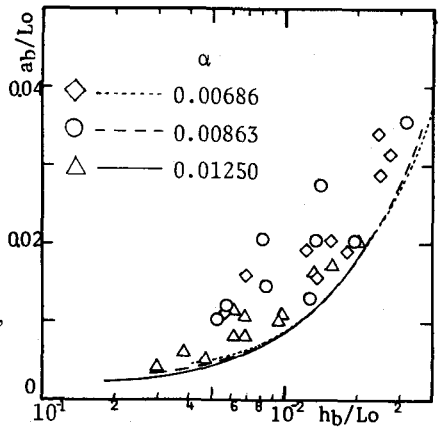


図-8 a_b/L_0 と h_b/L_0

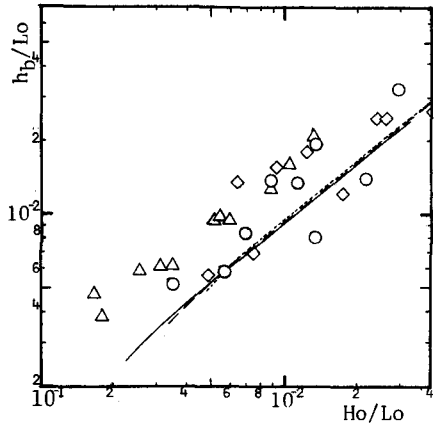


図-9 h_b/L_0 と H_0/L_0