

密度界面における波動の発生と破壊条件

Generation and Breaking of Waves at Density Interface

北海道大学工学部 正会員 吉田 静 男

1. 序 文

室内規模の定常二層流の界面に生ずる、いわゆる、interfacial gravity wave（界面波、又は、界面重力波と訳しておく）の破壊機構は、界面近傍の速度勾配がなだらかな、内部フルード数が1以下の界面（たとえば、塩水楔、中間密度層、下層静止上層流動の界面）に見出せる cusped breaking のタイプと、河口沖合に生ずる一時加速領域¹⁾におけるような、界面近傍での速度勾配が著しい場合に見出せるスパイラル渦に成長するタイプに分けることができる。前者は Keulegan²⁾ によって取扱われて以来、未だ、十分な解決を見ていない界面破壊の機構で、二成層からの取水に伴って発生する中間密度層の界面にも見出されるものであるが、後者は、Thorpe³⁾の取扱った exchange flow におけるまき波に成長する界面破壊と定性的には変わるところがない。この他、非定常二層流においては、強混合型式へ移行する界面破壊⁴⁾があるが、この機構は、上述の二つのタイプとも又異っている。このように、ひと口に界面破壊といっても、大いに様相の異なる、幾つかのタイプがあり、唯一の機構でこれらを説明することは困難である。

本論文においては、上述の3つのタイプの界面破壊に関連する波動の発生、及び破壊の条件を調べ、この点から、各タイプの破壊機構の相異を明らかにする。

2. 河道の二成層界面に生ずる波動の発生条件及び破壊条件

2-1. 従来の cusped breaking に関する研究結果

二成層の規模が、全水深8cm、幅8cm程度の場合、クーリガン数 $\theta(=(\varepsilon g \nu)^{1/3}/U)$ 、 g : 重力加速度、 U : 淡水平均流速、 ν : 動粘性係数、 $\varepsilon=(\rho_2-\rho_1)/\rho_2$ 、 ρ_1, ρ_2 : 上、下層の密度)が0.13程度の状態が河道内に生ずるようになると、淡水内には、写真-1に示すような縦渦が、間けつ的に生じ、同時に、界面波も間けつ的に生ずるようになる。従って、界面波の発生は、この縦渦の発生に関係するという予想が立つが、その確証は、未だ、得られていない。発生した界面波は河口に向かって伝播し、ほぼ $\theta=0.13$ となる界面にさしかかると cusped breaking に至る。この cusped breaking 現象は、塩水楔の界面のみならず、中間密度層や、Keuleganの取扱った二層流においても見出せる。以下、この現象に関連する波動の最近の研究状況を、概略、のべておこう。

筆者は、cusped breaking 現象が、平行せん断流の不安定現象としては不自然なものであることに注目し、界面波とは位相速度の異なる、別種の波動の存在を予想し、実際にこれを発見した⁵⁾⁶⁾。ただ、この新しい波の発見の時点では、この波を Thorpe のまき波(K-H波)と解釈したが、その後、この波が、漸変密度構造を有する連行層のせん断流不安定にもとづいて発生する、三次元構造のスパイラル状渦の影響を受けた界面変形であることをつきとめ、特に、この界面変形については、その形状から、サイクロイド波(C波)なる名称を与えた⁷⁾⁸⁾。このC波、あるいは、その発生因であるC波直下のスパイラル渦は、界面を通じての混合に重要な役割を果すことも、同時に、明らかにされた。たとえば、C波は、水平な界面においては不安定になり得ないはずの界面波を不安定化させ、下層塩水を上層に輸送させる原因を作り出し、スパイラル渦は、界面近傍の希釈塩水を下層に輸送する機能を有していた。

ごく最近(1978年2月)室田、平田らは、シュリーレン法を用いた界面現象の観測結果を報告した⁹⁾。彼らはその報告の中で、比較的速い位相速度を有する波(i.r.波)と、遅い位相速度を有する波(i.c.波)の存在することをのべているが、それらの伝播特性、及び、混合への寄与のし方が、i.r.波は界面波と、又、i.c.波はC波と全く相異するところがない点からみて、筆者の主張する cusped breaking 現象のメカニズムが再確認されたといえる。ただ、彼らは、i.c.波(C波)の発生原因を界面張力にもとめた点が筆者と見解を異にする

が、周囲の流れと、界面に現実に存在する混合をも考慮に入れた場合の界面張力の介在の裏づけには、未だ、成功していない。これに対し、筆者は既発表論文¹⁰⁾（以下再出するので論文Aとする）において、C波の発生に、界面張力の介在が認められないことを示した。C波存在の確認の報告は、ごく最近（1978年9月）灘岡・日野・萩原 によってもなされている。この場合の波の観測は、色素トレーサーを使用して行なっており、彼らのいう WAVE II は、一見して、C波と同じものであることが分かる。又、WAVE I については、彼らは界面波ではないという立場をとっているが、伝播特性からみて、やはり界面波と解釈するのが妥当と思われる（土木学会第33回年次学術講演会講演概要集, pp. 427~428）。

2-2 cusped breaking の本質

以上のべたごとく、C波と界面波の重畳の際に cusped breaking を生ずるというのが、従来の研究結果である。筆者は論文Aにおいて、cusped breakingの本質が、C波と界面波の非線型重畳にあるという立場をとったが、さらに界面現象を観察した結果、別の見方も可能であることが分かってきた。以下、これについてのべよう。論文Aの写真3に対応する一連の観察結果の別の時刻における現象を示すと、写真-2のごとくである。これを見ると、界面波前方の淡水内には、必らずスパイラル渦を伴っていることに気づくが、このスパイラル渦は、C波に出合う前には存在しないものである。従って、この渦は、界面波の非線型成長というよりは、界面波とC波が重畳する際に生ずる、非平行な淡水流れのせん断流不安定の結果であると見ることができる。このように解釈すれば、界面波の crest がカスプ状にひきのばされる原因は、淡水内のスパイラル渦の連行作用によるということになるが、写真-2の breaking の様子は、まさに、このことを裏づけている。以上の結果は中間密度層に関するものであるが、塩水楔の場合にも、全く同様のことがいえる。かくして、cusped breaking に関しては、定性的に、ほぼ説明し得る段階を迎えたが、問題は、界面波前方の淡水内に成長するスパイラル渦の発生機構の解明である。仮に、この渦発生が、C波の存在によって強いられる淡水の非平行流れにあるとするならば、渦発生の理論的解析はきわめて困難となろう。

2-3 界面現象に対するクーリガン数の適用限界

C波直下のスパイラル渦が、せん断流不安定にもとづくものであるということや、cusped breaking 現象が、やはりせん断流不安定の結果生ずると予想される淡水内のスパイラル渦にもとづくという、上述の結果は、界面現象を、巨視的量であるクーリガン数を用いて規定し得ないことを暗示しているが、この事は、Keuleganが、この無次元量をはじめて採用したときから分かっていることでもある（碎波限界が2つ存在するという意味で）。この事情をさらに明確にするために、様々な規模の成層流の界面現象を θ を使用して表現すると表-1のごとくなる。なお、表中の $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ は、それぞれ、界面波の発生限界、C波の発生限界、界面波の破壊の限界を表わすクーリガン数である。又、界面波の発生がないにもかかわらず、C波の発生する場合が幾つかあるが、このときの攪乱は、連行層より下部の乱れによって与えられるものと思われる。表-1からは、確かに θ 値を用いて、局所的な界面現象を規定し得ないことが分かるが、Keulegan の実験が示すように、同程度のスケールを有する流れにおいては、 θ によって、界面破壊の現象をある程度示し得ることも確かである。この後者の事実は、界面現象が、本来、局所的な現象でありながら、流れのスケールが同程度であれば、巨視的な量 θ を用いて説明し得ることを示して注目されるが、この理由は、界面近傍の速度勾配が、 θ と概ね比例関係にあるためと考えられる。いずれにせよ、 θ を用いて、厳密に界面現象を規定することは不可能であり、やは

表 - 1

界面の種類	中間密度層 I	中間密度層 II	中間密度層 III	塩 水 楔	Keulegan
全水深×水路幅 (流動層厚さ)	27cm×30cm (20cm)	38cm×8cm (30cm)	10cm×8cm (8cm)	10cm×8cm (一)	2cm×4cm~ 11.3cm×28.5cm
θ_1	270/R _n	0.177	0.13	0.13	
θ_2	0.215	0.249	0.13×0.17	0.13~0.17	
θ_3	0.215	0.177	0.13	0.13	0.13~0.178

り、安定性理論の助けをかりる必要があると思われるが、より簡単に使用し得るパラメーターを望む場合には、C波と界面波の発生条件の相異を表現し得る量を採用する必要がある。

2-4 C波の存在にもとづく界面波の発生

これまでは、C波（あるいは連行層内のスパイラル渦）の発生トリガーが界面波にある場合についてのべてきたが、C波の存在が、逆に界面波を生み出す場合もある。たとえば、表-1の中間密度層Ⅱの界面波の発生が、この場合に属している。この例の界面波の発生の様子は、およそ次のとおりである。まず、 $\theta=0.249$ 程度の界面に、連行層より下部の不安定にもとづくと思われるスパイラル渦が連行層内に出現するが、この影響を受けて、C波が発生する。時間の経過につれてC波の振幅が著しくなると、その前面（淡水の流下方向側）の淡水内に、時として、スパイラル状の渦（発生機構はせん断流不安定によると考えられる）を発生することがある。この渦は、周囲の流れに乗って流下するが、その際、渦背後の界面が局部的に上昇し、これが、界面波に発展する。この段階では、この渦が、 $\theta=0.249$ より小さい θ の界面に移動しているから、さらに成長し、発生した界面波を増幅せしめ、窮極的に、界面波のcrestを渦の一部として取り込む形となる。これは cusp-ed breaking に他ならないが、この現象において、最も重要なスパイラル渦による界面波の発生は、界面上の淡水内におかれた円柱から発生するカルマン渦が界面波を生み出すのと同じ機構、すなわち、界面波の伝播速度が淡水内のスパイラル渦の移動速度に近いことによる共鳴現象であろうと思われる。このような現象は、他の例における、 θ の小さい界面での界面波と、C波との重畳の場面でも生じている可能性があるが、この場合、あらかじめ生じていた界面波と、新たに生じた界面波の区別をすることは非常に困難である。

2-5 塩水楔の連行層のせん断流不安定の可能性

論文Aにおいて、連行層の不安定が、線型安定性理論を用いて論議されたが、増幅率の評価が必ずしも十分でなかった。そこで、本節の最後に、この検討を行っておく。論文Aの図-2のごとく流れ場をモデル化した場合、実測によって、表-2の結果を得る。なお、表-2は、論文Aの表-2に相当しているが、本論文においては、比重でなく密度に換算しているために、 ρ の値が若干相異している。又、 ρ_1 については、概略値を使用せず、より正確な値を使用している。表-2の結果を用いて増幅率の計算を行なうには、論文Aの固有値方程式(14)によればよい。今これを再録すれば、

$$\Delta(y_c, k) = \Delta(y_{cu}, y_{ci}, k) = 0 \dots\dots\dots(1)$$

となるが、増幅率は $a_i y_{ci} k$ で与えられる。式(1)から求められる増幅率を示すと図-1の実線のごとくなる。この結果は y_{ci} の1次のオーダーで打ち切った場合のものであるが、 y_{ci} の8次オーダーまで考慮した結果（破線）も同図に記入してある。この二つの結果を比較すると、most unstable wave number については差がほとんどなく、その波数における増幅率の相異も10%程度にすぎない。従って、現段階においては、式(1)からでも十分な情報を得ることができる。

現実には流れが不安定になり得るかどうかを調べるためには、さらに、粘性減衰率の評価が必要である。この粘性減衰率については浜田⁽¹⁾が次式を提案している。

$$m \doteq \sqrt{-n_0 \nu k / 2 \sqrt{2}}$$

$$(n_0 \doteq -\sqrt{k(\epsilon g + k^2 T) / 2}) \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 k は波数、 T は界面張力であるが、事実上

表-2

a_1	1.9	$y_{1u}(\text{cm})$	6.7	ρ_{2u}	1.00437
a_2	2.0	$y_{2i}(\text{cm})$	2.9	ρ_{2i}	1.00499
a_3	0.9	α	0.00062	ρ_3	1.00547
$y_{12}(\text{cm})$	1.0	ρ_1	0.99943	R_i	1.151

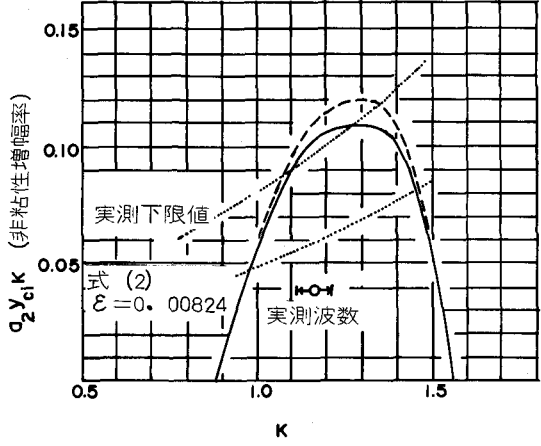


図-1 非粘性増幅率及び粘性減衰率

$T=0$ においてさしつかえない。式(2)を用いると、粘性減衰率が図-2の実線で示し得る。これに対し、人工的に作り出した界面波の減衰率は、 $\varepsilon=0.00824$ の場合、同図の点で示され、波源における振幅が十分に小さければ、現実の粘性減衰率が、ほぼ、式(2)で示し得るものと思われる（なお、図中の点に付された数値は、波源における界面波の振幅がmm単位で示したものである）。図-1には、実測された粘性減衰率の下限値（図-2の破線）も同時に点線で示されているが、most unstable wave number に対応する非粘性増幅率より下まわっており、表-2で与えられる連行層の流れが現実にも不安定となることが示し得る。

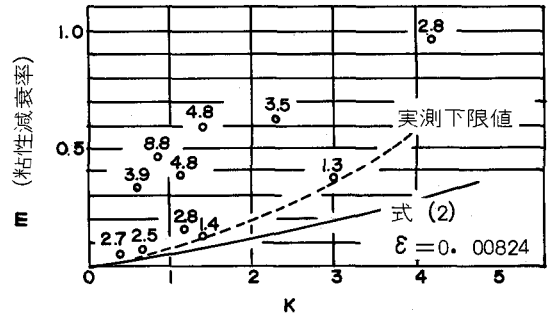


図-2 粘性減衰率

3. 河口沖合の界面に発生する波動の発生及び破壊条件

淡水の流量を徐々に増大させてゆくとき、界面にはじめて波動が発生する場所は、河口の両岸、及び、沖合の一時加速領域である。実験開始間もなくの、淡水が塩水内にほとんど取り込まれていない段階でのその波動の種類は、河口両岸の一時加速域では界面波が、又、沖合の一時加速域ではまき波の形態をとることが多い。なお、後者のまき波の発生が開始される界面では $\varepsilon=0.0031$ の条件下で $\theta=0.065$ となっている。勿論このとき河道内では $\theta<0.13$ であり、界面波もC波も生じていない。写真-3は、上述のまき波をとらえたものであるが、Thorpeの見出したまき波によく似ている。ちなみに、Thorpeのまき波の発生条件を調べてみると、 $\varepsilon=0.058$ 程度で $\theta=0.065$ であり、一時加速域におけるまき波形成の界面破壊の条件と一致する。又、Thorpeの取扱った二成層の規模は、本研究のものと大差がないことから、Thorpeのまき波と一時加速域におけるまき波は、同一の機構によって発生しているものと考えられる。沖合の界面に生ずる波動は、この種のまき波のみとは限らない。実験時間の経過とともに（恐らくは下層への淡水輸送が促進されるために）、C波の発生も認められるようになる。このC波の発生位置での θ は0.065より大きく、時間の経過とともにその発生領域は、 θ の大きい河口、あるいは時として河道内へと広がってゆく。一方、河口両岸に発生する界面波も、時間の経過とともに不安定度が増し、下流に伝播するにつれてまき波と化ようになる。このように、沖合の界面に生ずる波動としては、概ね、C波、界面波、そして、界面波のcrestがスパイラル状に成長したものと見なし得るまき波の3種が存在し、その発生、及び破壊条件は、刻々変化する密度構造に対応して、やはり複雑に変化してゆく。

4. 河道における非定常河口二層流の界面破壊の条件

河口二層流の非定常流としては、淡水流量の変化によるものと、潮汐による、潮流によるものとが考えられるが、本節においては、後者についてのみ考察を進める。吉田・柏村¹²⁾は、河道が滑面の場合には、いかに潮流が強くとも界面の不安定化が促進されないことを示し、強混合型式への移行は河床に粗度が存在しなければ達成されないことを示した。このことは、潮汐によって界面近傍のせん断流不安定が増大しないことを示していると同時に、強混合型式への移行を可能ならしめる界面破壊機構は、上にのべた、どの破壊機構とも相異なるものであることを示している。本節においては、この非定常二層流の室内規模の界面破壊について検討してみる。

流路断面が8cm×15cmで長さ600cmの河道のほぼ中央に位置する河床に、0.6cm×0.6cmの断面を有する角柱を設置し、ある程度以上強い潮汐を与えると、漲潮時に、写真-4に示すように角柱後方約9cmにおける界面が著しく破壊される。さらに角柱を10cm間隔に設置した場合には、漲潮最盛期から満潮にかけて強混合型式へ移行する。この強烈な界面破壊機構は、角柱後方の流れを調べることによって解明できる。これを実際に行なうために、角柱後方に色素を流し、その流跡線をとらえてみると、写真-5に示されるように、スパイラル渦

の発生していることが分かる。このスパイラル渦は角柱後方10cm程度流下すると、周囲の流れが安定なこともあって成長が止まるが、それ以前に、渦の近くに界面が存在すれば、これを著しく破壊する。このスパイラル渦による界面破壊が、非定常二層流における、界面破壊の主たるものである。角柱後方に生ずるスパイラル渦は、一見して自由境界層の不安定波であろうという予想が立つが、その厳密な証明は、水路床が自由境界層のすぐ近くに存在するため、かなり複雑な計算が要求される。しかし、自由境界層が、河床に達する前の、波動発生初期の議論であれば、Lessen¹³⁾ 及び Tatumi and Gotoh¹⁴⁾ らの理論解析の結果を用いて検討することが可能である。実際に発生した不安定波の無次元波数 k_n とレイノルズ数 R を調べてみると図-3の点のごとくになる。なお

$$R = 0.219 \sqrt{R_x} \dots\dots\dots(3)$$

であり、 $R_x = U_\infty x / \nu$ (U_∞ : 水路床から十分遠い位置における流速、 x : 角柱からの距離、 ν : 動粘性係数) である。又、図中の実線 a は Lessen、 b は Tatumi らが求めた中立曲線である。図-5によれば、実測された波動が、Lessen らの求めた不安定領域の妥当な位置にプロットされており、角柱後方のスパイラル渦は、確かに、自由境界層の不安定にもとずき発生したものであることが立証できる。なお、角柱の間隔を9cm以上としても、以下としても、界面破壊の程度が弱まるが、その理由は、前者の場合には河床の存在のため、自由境界層がある程度以上発達できないことにあり、後者の場合には、境界層が十分成長しないうちに次の角柱の影響を受けるためである。

本論文をまとめるにあたり、北大工学部、応用物理学科学生西田修三君に実験の補助を願った。ここに記して感謝したい。

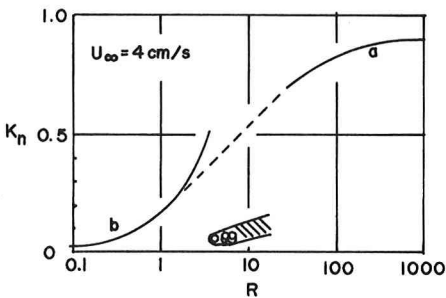


図-3

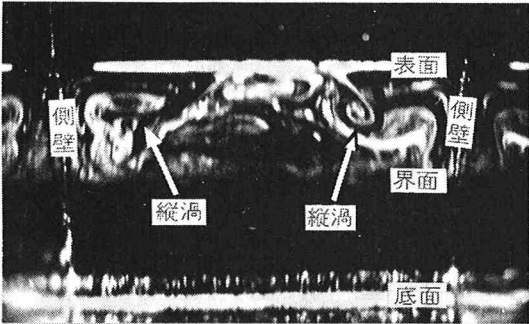


写真-1 二層流の断層写真

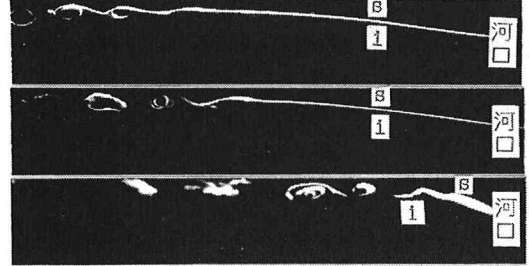


写真-3 S: 表面 i: 界面

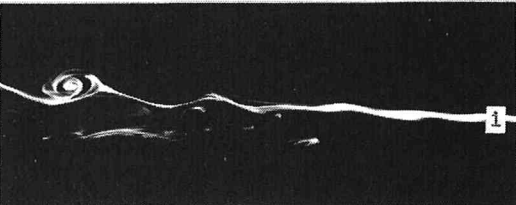
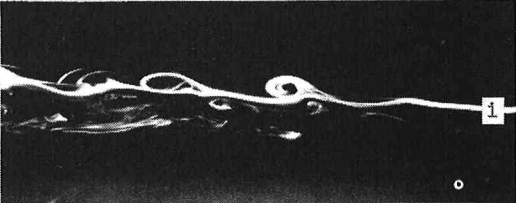


写真-2 i: 界面

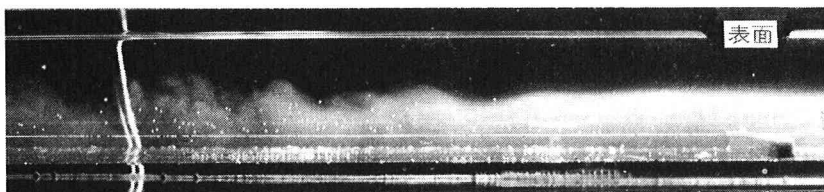


写真 - 4

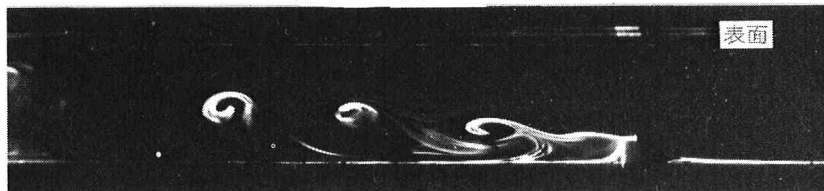


写真 - 5

文 献

- 1) Kashiwamura, M. & Yoshida: Transient acceleration of surface flow at a river mouth, Coast. Eng. in Japan, Vol. 14, pp. 135-142, 1971.
- 2) Keulegan, G. H.: Interfacial instability and mixing in stratified flows, J. Research of Nat. Bur. of Standards, Vol. 43, pp. 487-500, 1949.
- 3) Thorpe S. A.: Experiments on the instability of stratified shear flows; miscible fluid, J. Fluid Mech. Vol. 46, pp. 299-319, 1971.
- 4) 吉田静男・柏村正和: 潮汐による塩水楔の応答(2), 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 167-171, 1975
- 5) 吉田静男: 二成層からの取水にともなう混合層の発生, 土木学会第29回年次学術講演会概要集, pp. 425-426, 1974.
- 6) 吉田静男: 二層流界面波の実態, 土木学会第30回年次学術講演会概要集, pp. 454-455, 1975.
- 7) 吉田静男・段城邦彦: 二層流界面に発生する波動の実態, 第21回水理講演会論文集, pp. 69-74, 1977.
- 8) Yoshida, S.: On a mechanism for breaking of interfacial waves, Coast. Eng. in Japan. Vol. 20, pp. 7-15, 1977.
- 9) 室田明・平田健正: 成層密度流における内部波特性と混合機構について, 第22回水理講演会論文集, pp. 107-112, 1978.
- 10) 吉田静男: 密度界面における混合機構の研究, 土木学会論文報告集, 第273号, pp. 59-68, 1978.
- 11) 浜田徳一: 密度流の問題(1), 第13回海岸工学講演会講演集, pp. 259-262, 1966.
- 12) Yoshida, S. & M. Kashiwamura: Tidal response of two-layer flow at a river mouth, Proceedings of the 15th Coast. Eng. Conf. Honolulu, Vol. 4. pp. 3189-3207, 1976.
- 13) Lessen, M.: On stability of free laminar boundary layer between parallel streams, NASA, Rep., 979, 1950.
- 14) Tatum, T. and K. Gotto: The stability of free boundary layers between two-uniform streams, J. Fluid Mech., Vol. 7, pp. 433-441, 1960.