

粗面上の薄層流の抵抗則に関する実験的研究

Experimental Study on Resistance Law of Sheet Flows over Rough Surfaces

神戸大学工学部 正 員 ○神田 徹
神戸大学大学院 学生員 喜久里政宏

1. ま え が き

降雨によって地表面や舗装面上に生ずる薄層流は水深の大きな開水路流で見られないいくつかの特性（たとえば転波列の発生）を示すことが注目され、従来その流れの機構が究明されてきた¹⁾。特に流体抵抗に関しては、流出解析や地表面浸食に関連して1940年代から研究が始められ、実験室内と現地での観測と解析の結果が報告されている^{2),3)}。その主たる成果の一つは後述するように抵抗則が流れのregimeに対応して実験公式として定式化され、それを用いた流出の数学的モデルが単純な流域に対して有効になりつつあることである。しかしながら、薄層流の抵抗に強く影響する要素は粗度特性や雨滴などであり、粗度要素のみをとり上げてもその幾何学的特性は多様であるため流体抵抗と粗度要素との関係は未だ一般的には定量化されておらず、また実験・実測上の困難が伴うため流れの挙動も明りょうにされていない。したがって、薄層流に対する統一的な抵抗則を得るためには今後さらに詳細な観察と理論的解析が必要と考えられる。

本研究は、定常・等流状態における薄層流の抵抗則を大小2種の粗度要素について検討したものである。また後流域の流速分布から算出される抗力係数と実測した抵抗係数との比較を行う。

2. 実験装置と実験方法

実験水路は長さ6m、幅30cmで、水路床および側壁はアクリル樹脂製である。

粗度要素として水路床面にガラス球を付着した。粗度要素（ガラス球）の配置はランダムであるが、ほぼ等間隔に分布している。床面積に占める粗度要素の面積比率を次のパラメータ、集中度で定義する。

C = n Ar / A (1)

ここに、C は集中度、n は面積A の床面に含まれる粒子数、Arは1 個の粒子の床面への投影面積である。

本実験で用いた粗度要素の直径：d，集中度：C，水路床こう配：S を表-1 に示す。

水路上流端で給水して等流状態をつくり、1/10mm読みのポイントゲージで水深を測定した。測点は等流水深とみなし得る水路下流端から1.8,2.2,2.6m の各断面で3 点、合計9 点で、その平均水深をその流れの等流水深とした。

流速の測定には熱線流速計を用い、測点は水路下流端から約2.2mの水路中央部で、2 個の粒子が流れ方向に一直線上に位置するときの中点である。

3. 抵抗係数

抵抗係数を次のDarcy-Weisbach の式で定義する。

U = (8g / f)^{1/2} (h S)^{1/2} (2)

表-1 実験の諸元

	d (mm)	C	S
SMOOTH SURFACE			0.004
			0.008
			0.015
			0.030
			0.040
			0.052
ROUGH SURFACE		0.0625	0.00353
		0.113	0.00807
	1.12	0.250	0.0130
		0.377	0.0272
		0.625	
		0.05	0.00353
		0.10	0.00807
	4.2	0.30	0.0130
		0.60	0.0272
			0.040

上式を書き直せば

$$f = \frac{8gSh}{U^2} = \frac{8gSh^3}{q^2} \quad (3)$$

ここに、 f は抵抗係数、 S は水路床こう配、 h は水深、 U は平均流速、 q は単位幅流量である。
水路床面でのせん断力 τ_0 は上式の f を用いて次式で表わされる。

$$\tau_0 = \frac{f}{8} \rho U^2 \quad (4)$$

開水路流の抵抗則に関して従来用いられる関係式は次のようである。

(a) 滑面層流に対する理論式：

$$f = 24/Re \quad (5)$$

(b) 粗面層流：

$$f = K/Re \quad (K > 24) \quad (6)$$

ここに、 K はパラメータで、水路床の粗度や断面形状で値が異なる。

(c) 滑面乱流に対するBlasius の式：

$$f = 0.223/Re^{0.25} \quad (7)$$

(d) 粗面乱流に対するManning の式：

$$f = \frac{8gS^{1/6}h^{4/3}}{v^{1/3}Re^{1/3}} \quad (8)$$

(e) 粗面乱流に対するChezy の式：

$$f = 8g/C^2 \quad (9)$$

ここに、 $Re = Uh/v = q/v$ (10)

薄層流では Re 数が小さい領域が主たる対象となるから、層流領域の f に関してはこれまで多くの実験結果が報告されている。それによれば砂、球、草などを粗度要素とする粗面に対しては、(6) 式と同様な関係式が得られており、人工粗度の水路床については、(6) 式中の K は一般に次のような関数で表わされる。

$$K = K(d/h, S, C, Id_r/v) \quad (11)$$

ここに、 d/h は相対粗度、 I は降雨強度、 d_r は雨滴の大きさである。

K と水路床こう配との関係、相対粗度との関係がそれぞれ、Woo・Brater⁴⁾、Phelps⁵⁾ らによって明らかにされているが、これらの実験の粗度は、比較的小さく ($d=1\text{mm}$ 前後)、また大粒径の粗度要素による端野⁶⁾ の実験結果は (6) 式と若干異なる関係を与えていることから (6) 式あるいは (11) 式の関係式はさらに検討の余地がある。

本研究は無降雨の実験であり、2 種の粗度要素についてそれぞれ、抵抗係数と Re 数、水路床こう配、集中度、との関係をしらべた。すなわち

$$f = f(Re, S, C) \quad (12)$$

の関数関係を層流領域、乱流領域について実験的に求めた。

4. 実験結果

4.1 滑面の抵抗係数

まず、アクリル樹脂板に対する摩擦抵抗係数を (3) 式から求めた結果は図-1 のようである。 $f-Re$ の関係は層流領域で (5) 式、乱流領域で (7) 式の直線上にプロットされ、水路床こう配は関係しない。

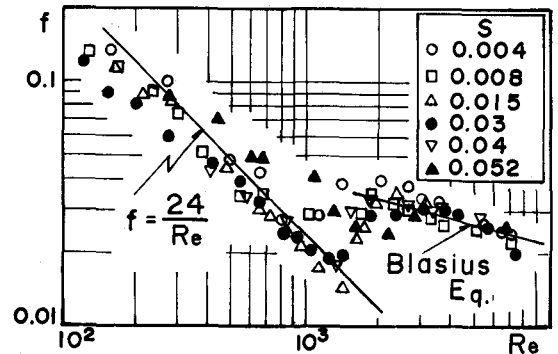


図-1 摩擦抵抗係数 (滑面)

すなわち、水深の大きな開水路の抵抗則とほとんど同一の性質を示すことが確認された。

4. 2 粗面の抵抗係数

(1) 水深の基準面

粗面上の薄層流では水深が粗度高さと同程度であるから、水深の場所的变化が極めて大きい。また、水深が小さいため水深のわずかな差異によって f の値はかなり変化する。したがって平均水深を決めるための水深の基準面のとり方は重要な問題であるが未だ適切な方法は定まっていない。

従来の研究で多く用いられる基準面として、Schlichting によって最初に提案された幾何学的基準面がある。

$$\Delta h_0 = n V / A = (2 / 3) d C \tag{13}$$

ここに、 Δh_0 は水路床面から基準面までの高さ、 n は面積 A の水路床面に含まれる粒子数、 V は1 個の粒子の体積である。

小粒径 ($d=1.12\text{mm}$) の粗度要素に対してこの基準面を用いたときの f - Re 関係は、集中度が小さい場合には (5) 式の直線と平行な直線上にプロットされるが、集中度が大きい場合には (5) 式の直線とは平行にはならない。そこで

(5) 式に平行な直線を表わす (6) 式を満足するように水深の基準面を定め、その高さ Δh_1 を示せば図-2 のようである。 $C \leq 0.25$ に対しては $\Delta h_1 \div \Delta h_0$ であるが、 $C \geq 0.377$ に対しては $\Delta h_1 > \Delta h_0$ である。これは、集中度が増加して粗度要素が接近あるいは接触すれば、接点より下方の水は流れにほとんど寄与しないため、実際に流れに対して有効な水深を与えるための基準面は幾何学的基準面より高い位置に選ぶべきことを意味している。

幾何学的基準面に替るものとして、流速分布から基準面を設定する方法がある。著者らは流速分布から定めた基準面の高さが図-2 に示される Δh_1 と同程度になる結果を得ている⁷⁾

一方、大粒径 ($d=4.2\text{mm}$) の粗度要素の場合は、後述するように抵抗係数は Re 数によってかなり変化するので、幾何学的基準面をそのまま用いた。

(2) 抵抗係数- $d=1.12\text{mm}$

(3) 式から算出した f の値と Re 数との関係を図-3 に示す。ここに、水深の基準面は前述のように決めたので、層流領域では (6) 式の直線上にプロットされる。(6) 式における K の値を示せば図- (4) のようであり、 K とこう配との関係は最小二乗法によって次式で表わされる。

$$K = a S^{0.380} \tag{14}$$

上式の係数 a の値は集中度によって変化し、 $C=0.25$ で最大値をとる。これは、Phelps⁵⁾らの結果とも一致する。図中にはWoo・Brater⁴⁾による砂面 ($d \div 1.0\text{mm}$) の実験結果も示しており、ほぼ同様な傾向が認められる。

Re 数を増すと流れは層流から乱流に遷移し、同時に f の値は急増して (6) 式の直線から離脱する。この限界レイノルズ数 Rec は図-5 に示すようにこう配の増加とともに減少する。集中度による差異は少ないが、 $C=0.113 \sim 0.25$ に対してやや小さな値をとり、 $C=0.625$ で最大となる。本実験の範囲では $Rec=250 \sim 625$ であり、従来報告されている値と同程度である。^{4), 5)}

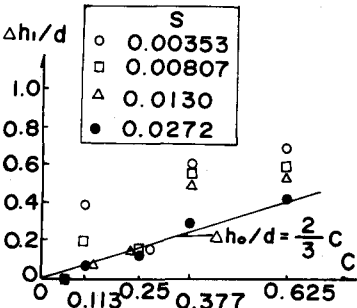


図-2 水深の基準面

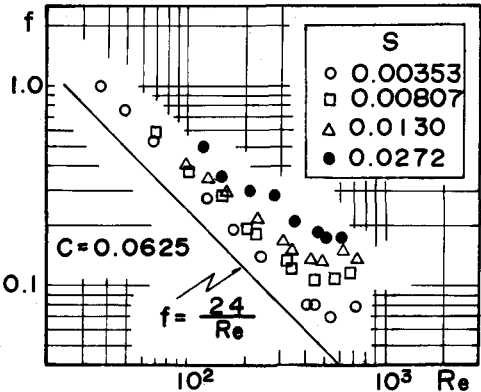


図-3 抵抗係数- $d=1.12\text{mm}$ (その1)

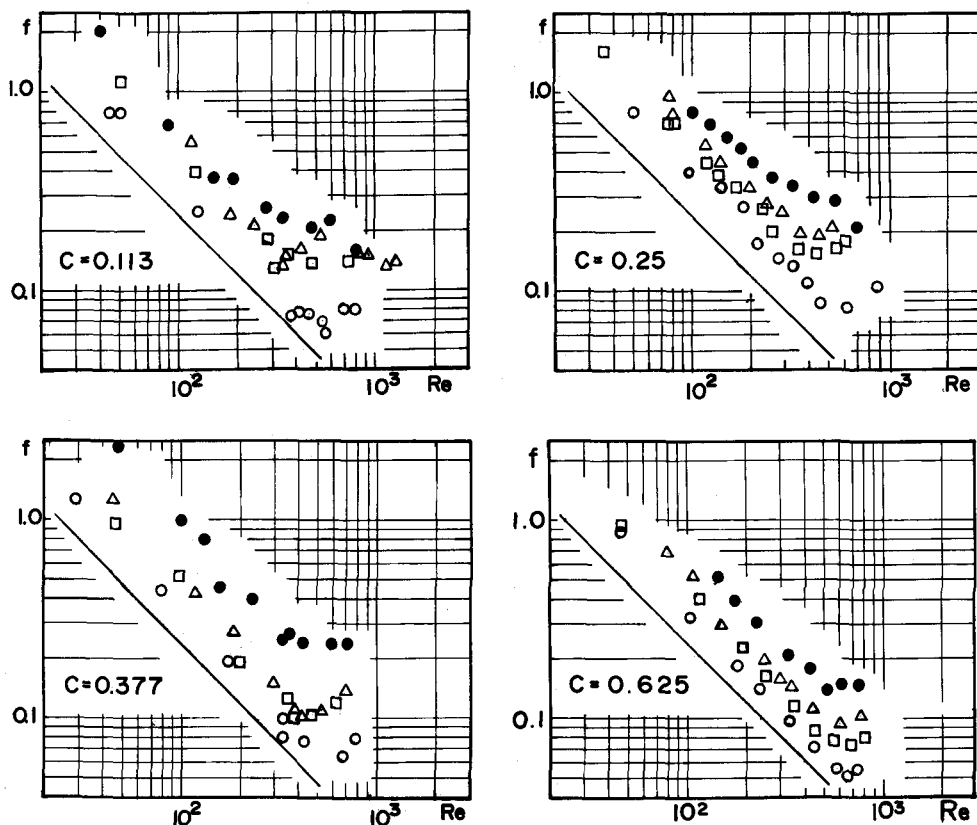


図-3 抵抗係数- $d=1.12\text{mm}$ (その2)

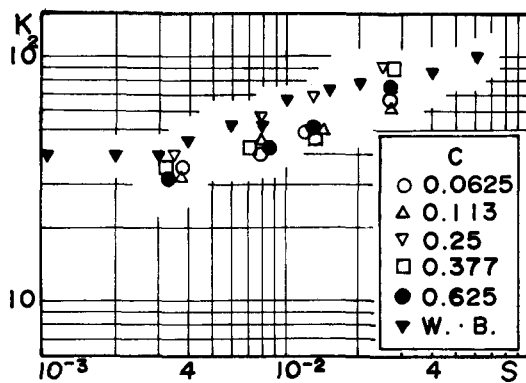


図-4 $K \sim S, C$ 関係

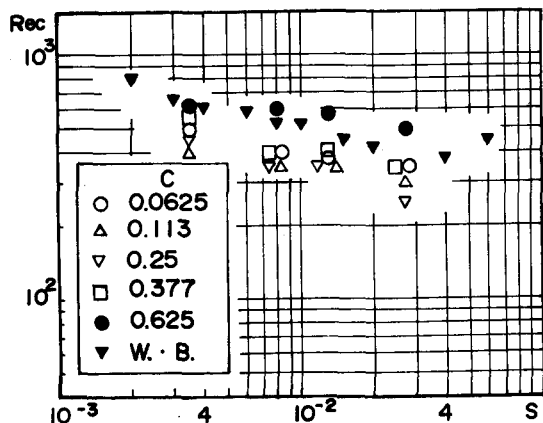


図-5 限界レイノルズ数

(3) 抵抗係数- $d=4.2\text{mm}$

$f-Re$ の関係を図-6 に示す。この粒径では水深が極めて小さい場合についても実験を行った結果、 $h/d < 1$ の場合の $f-Re$ 関係は $h/d > 1$ の場合とは異なる特性を示すことが明らかになった。図-6 を模式的に示せば図-7 のようである。流量が小さい場合には $h/d < 1$ の流れとなるが、流量（あるいは

Re数)を増加させると h/d は0 から1 に近づき、この間に流れは層流から乱流へ遷移するとともに、粗度要素に作用する抗力の増加によって f の値は一定であるかもしくは増大する (領域-1)。つぎに、 $h/d > 1$ では流れは層流ではないが (6) 式の $f-Re$ 関係が成立する領域があり (領域-2)、さらにRe数を増加させると (6) 式で表わされる直線よりも緩いこう配を持つ直線上に f の値がプロットされる (領域-3)。(6) 式の直線とこの直線とはかなり明確に折れ曲っており後者の直線関係は次式で表わすことができる。

$$f = K'/Re^b \tag{15}$$

ここに、 b はこう配にかかわらずほぼ一定値をとり、 $b=0.575$ である。 K' は図-8 のようにこう配、集中度によって変化する。 K' の値は $C=0.05$ ではこう配に関係しないが、 $C \geq 0.1$ では次式で表わされる。

$$K' = a S^{0.345} \tag{16}$$

a の値は $C=0.6$ で最小、 $C=0.3$ で最大である。

図-7 における領域-2 と領域-3 の境界、すなわち (15) 式の直線にデータがのり始める点について、まずこの点のRe数をしらべると、Re数はこう配、集中度によって大きな範囲で変化するからこの点を規定する量としては適当でないと考えられる。いま、この点における相対水深 h/d を示せば図-9 のようであり、集中度の増加とともに h/d の値は若干大きくなる傾向があるが、こう配に対してはほぼ等しい値をとる。領域-1 から領域-2 への $f-Re$ 関係の変化が1.0 よりやや大きい h/d の値で起こることをも考慮すれば、粗度高さに対する水深が抵抗則と密接に関連しているものと考えられる。

(4) $h \sim q$ 関係式

Kinematic Wave 法では次の基本式が用いられる、

$$h = k q^p \tag{17}$$

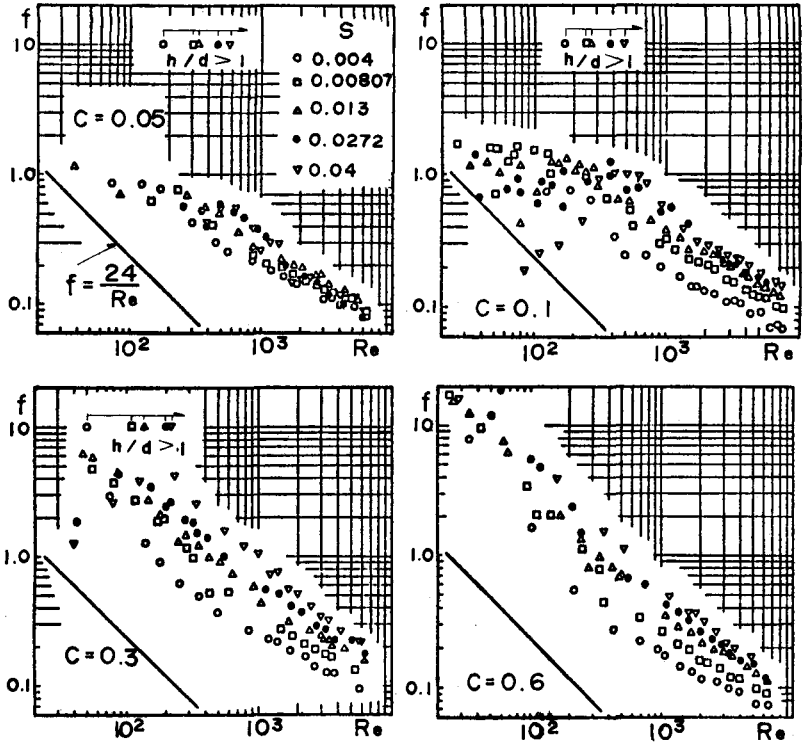


図-6 抵抗係数 — $d = 4.2 \text{ mm}$

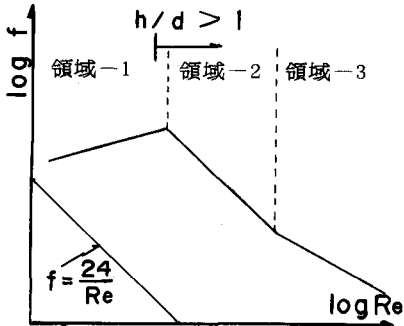


図-7 $f-Re$ 関係の模式図 ($d=4.2 \text{ mm}$)

上式を無次元量で表わすと

$$h/d = k_o \cdot \text{Re}^{p_o} \quad (18)$$

ここに、 k_o 、 p_o はパラメータで以下のように与えられる。いま、抵抗係数を

$$f = a S^c / \text{Re}^b \quad (19)$$

で表わし、(3)式を用いると k_o 、 p_o は次式で与えられる。

$$k_o = a^{1/3} \left(\frac{v^2}{8gd^3 S(1-c)} \right)^{1/3} \quad (20)$$

$$p_o = (2-b)/3 \quad (21)$$

(6)、(8)、(9)式から、層流に対して $k_o \propto S^{-1/3}$ 、 $p_o = 1/3$ 、Manning 公式に対して $k_o \propto S^{-3/10}$ 、 $p_o = 3/5$ 、Chezy 公式に対して $k_o \propto S^{-1/3}$ 、 $p_o = 2/3$ である。

本実験で得られた f - Re 関係式に対しては、 p_o 、 k_o の値は次のようになる。

$d=1.12\text{mm}$ の場合は、(14)式より

$$p_o = 0.333, k_o \propto S^{-0.207}$$

$d=4.2\text{mm}$ の場合は、(15)、(16)式から

$$b=0.575 \sim 1.0, c=0.345$$

よって

$$p_o = 0.333 \sim 0.516, k_o \propto S^{-0.218}$$

$d=4.2\text{mm}$ の場合のように、 f の値が Re 数の変化とともに比較的緩やかに変化するときには、上記の値からも明らかなように p_o の値の変化はより小さくなる。したがって、(17)式または(18)式において、 Re 数のかなり広い範囲にわたって平均的な p の値を用いることが実用的に可能である。図-10にその例を示すが、 h/d - Re 関係をほぼ直線で近似できよう。

5. 流速分布と抵抗係数の関係

5.1 後流層内の流速分布形

流れの中に置かれた物体によって生ずる後流領域内の流速分布はRouse⁸⁾によって導かれている。山岡⁹⁾はさん粗度による後流領域に対してこの流速分布の適合性をしらべ良好な結果を得ている。

図-11のような後流領域内の流速分布は次式で表わされる。

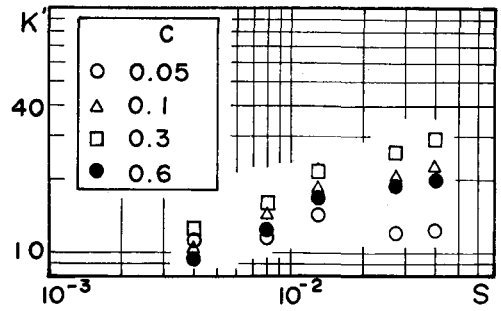


図-8 K' 値 $\sim S$, C 関係

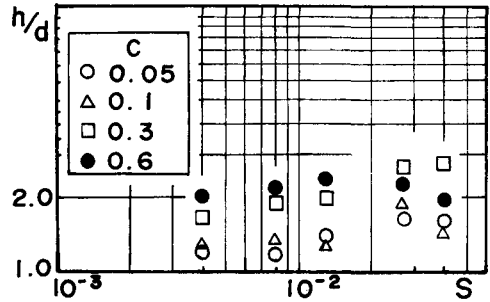


図-9 領域境界の相対水深

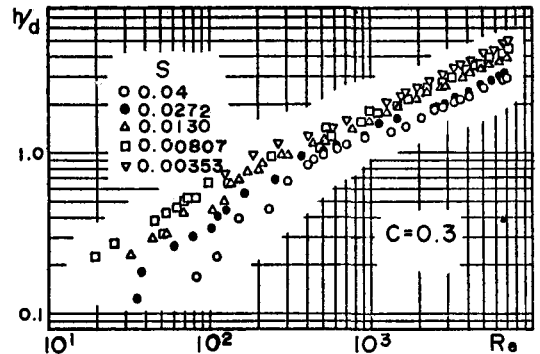


図-10 $h/d \sim \text{Re}$ 関係

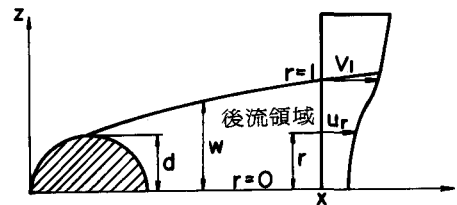


図-11 後流領域の模式図

$$\frac{u_r}{u_*} = \left(1 - 0.313 \left(\frac{C_d d}{C_2 x} \right)^{1/2} (r - 1)^2 \right) \frac{V_1}{u_*} \quad (22)$$

ここに、 u_r は $z=rw$ での流速 ($0 \leq r \leq 1$)、 w は後流層厚、 V_1 は後流層上端の流速、 C_d は抗力係数、 d は粗度高さ、 C_2 は混合距離を $l = C_2 (d C_d x)^{1/2}$ で表わしたときの係数、 x は粗度の下流端からの距離、 u_* は摩擦速度である。

u/u_* を $\log(h/d)$ に対してプロットすると、ある水深より上の流速は $n=5.75$ の傾きを持つ対数分布直線にのる。この水位が $r=1$ に対応し、この水位で $u_{r=1}=V_1$ である。任意のあるいは特定の r に対する u/u_* の測定値から (22) 式の $(C_d d / C_2 x)^{1/2}$ の値が求まり、流速分布形が定まる。

また、 C_2 は任意の r 点での傾き n_r から求められるから、 C_d の値が得られる。

5・2 抗力係数と抵抗係数の関係

面積 A の床面に作用する抵抗力は、境界面に働く摩擦抵抗力と粗度球に作用する抗力との和からなる。摩擦力が作用する境界面の面積を A_1 とすれば

$$\frac{f}{8} \cdot \rho U^2 A = \tau_0 A_1 + n C_d \frac{\rho U^2}{2} A r \quad (23)$$

流速分布を測定したときの Re 数に対しては摩擦抵抗として Blasius の式が成立する。また、 $A_1 = A$ と仮定すれば (23) 式は次のようになる。

$$f = f_0 + 4 \frac{n A r}{A} C_d = f_0 + 4 C C_d \quad (24)$$

5・3 実験結果

本実験では球形粗度を使用しているので流れは3次元であるが、近似的に上述の2次元モデルを使用した。

図-12は流速分布を示したものであり、理論式と実験値の対応はほとんどの測定で満足し得る結果が得られた。つぎに、抗力係数に関して $C C_d$ と C との関係を示せば図-13のようである。

$C C_d$ の値が最大となる集中度 $C=0.3$ は (16) 式の K' の値が最大となった C の値 $C=0.3$ とほぼ一致する。 $C C_d$ は単位床面積当りの平均抗力を表すから、 $C=0.25 \sim 0.3$ で球の抗力が最も有効に作用し、抗力係数を大きくさせているものと考えられる。

(24) 式から得られる f を f' として、前述の抵抗係数 f の値とを比較すれば、図-14のようである。 f と f' の相関はきわめて良好で、流れが3次元であるにもかかわらず (24) 式が有効であることが認められた。

6. 結 論

1) 滑面の抵抗則は、水深の大きな滑面開水路流と同じく、層流領域では $f=24/Re$ 、乱流領域では Blasius の式に従う。

2) 粗面の抵抗則は、粗度要素の大きさによって異った特性を持つ。

小粒径粗度 ($d=1.12\text{mm}$) では層流か乱流かによって抵抗則は変化し、その変化点は Re 数によって規定される。抵抗係数は層流領域で $f=a S^{0.380}/Re$ で表わされ、 a の値は $C=0.25$ で最大

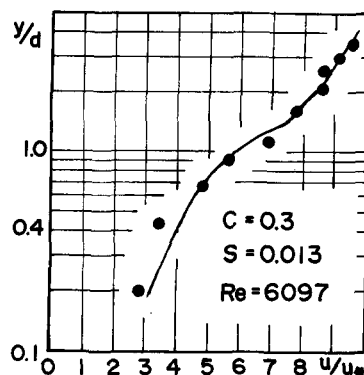
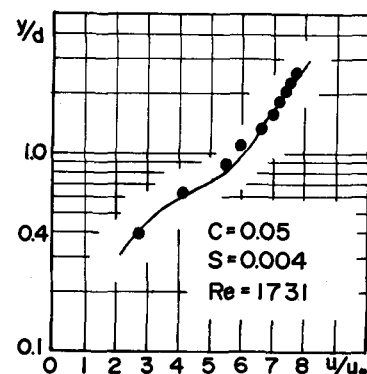


図-12 流速分布

となる。

大粒径粗度 ($d=4.2\text{mm}$) では相対水深 $h/d \geq 1$ によって $f-Re$ 関係は異なり, $h/d > 1$ の流れ (乱流領域) に対して, $f=K/Re$ の領域と $f=a S^{0.345}/Re^{0.575}$ の領域がある。後者において a の値は $C=0.3$ で最大となる。

3) f の値が Re 数の増加とともに比較的緩やかに変化する場合には, $h/d=k_0 Re^{p_0}$ における p_0 の値として近似的に一定値を用いることができ, その値は $p_0=0.333 \sim 0.516$ である。

4) 粗度球下流側の鉛直線上の流速分布は, 2次元後流層内の流速分布式で近似できる。流速分布より得られる抗力係数を用いて算出した抵抗係数と実測で得られる抵抗係数の値はかなり良好な一致を示す。

最後に, 本研究において有益な御助言を賜った神戸大学工学部, 篁源亮教授に謝意を表します。また実験に際して御助力を頂いた神戸大学学生, 伊藤昭一郎君に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 岩垣雄一: 雨水流による地面浸食機構に関する基礎的研究 (学位論文), 1955.
- 2) Izzard, C.F.: The Surface-Profile of Overland Flow, Trans. Am. Geophys. Un., 1944, Part 4.
- 3) Harbough, T.E., and V.T. Chow: A Study of the Roughness of Conceptual River Systems or Watersheds, Proc. of 12th Congress of IAHR, 1967.
- 4) Woo, D.C., and E.F. Brater: Laminar Flow in Rough Rectangular Channels, Journal of Geophys. Res., Vol. 66, No. 12, Dec., 1961.
- 5) Phelps, H.O.: Friction Coefficients for Laminar Sheet Flow over Rough Surfaces, Proc. Instn. Civ. Engrs., Part 2, Vol. 59, Mar., 1975.
- 6) 端野道夫・藤原敏: 急こう配粗面上の薄層流に関する実験的研究 (第2報), 土木学会中四支部年次学術講演会講演概要集, 1977.
- 7) 神田徹・喜久里政宏: 粗面上の薄層流の抵抗則に関する考察, 建設工学研究所報告, 第20号, 1978.
- 8) Rouse, H. ed.: Advanced Mechanics of Fluids, John Wiley & Sons, 1959.
- 9) Yamaoka, I.: 河床上の矩形粗度が水路の抵抗に及ぼす効果の研究, 北海道開発局土木試験所報告, 第27号, 1962.

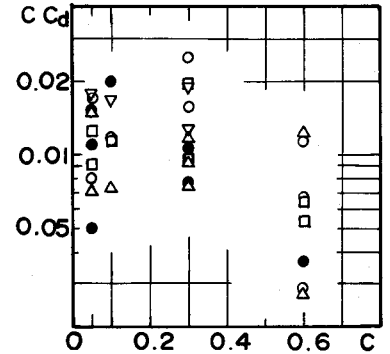


図-13 平均抗力係数, C C_d

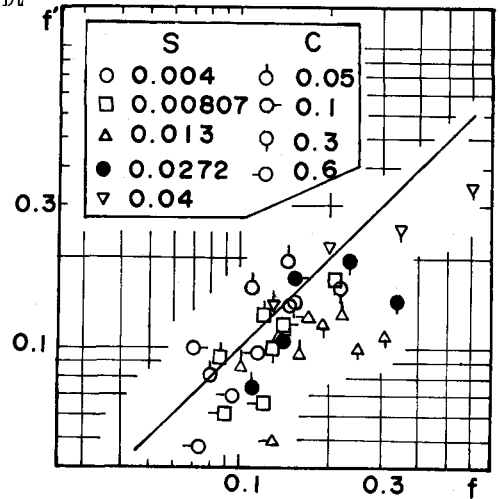


図-14 f と f' の比較