

管水路内の粗砂の流動に関する理論的研究

Theoretical Study on the Hydraulic Transport of Coarse Solids in Pipes.

高知工業高等専門学校 正会員 那 須 浩 平

1. ま え が き

管水路内の流砂機構の解明を意図して、筆者は前報¹⁾において Durand²⁾の実験式の理論的根拠に関する考察を試み、併せて限界堆積状態（すなわち一定の動水勾配が与えられた場合、その勾配で流し得る最大の流砂濃度で流れている状態）における管内の掃流砂量および浮遊砂量を与える式を誘導した。

これ等の式は、比較的単純な考察を基にして導かれた理論式であるが、現象を定量的に表わすものとしてはまだ諸種の未知量を含んだものであり、検討の余地を残しているものであった。

これ等の式をさらに改善していくために、これ等の未知の物理量を明らかにしていくことが必要であるが、その中の幾つかのものは、流れが二次元的でないために厳密な理論的な算定が困難であったり、また実験的に求める場合にも実験技術の面で未解決の問題が残されていたりするものである。例えば、管路内における掃流砂と浮遊砂の判別、管底の砂層の平均移動速度、管底に移動砂層が存在する場合の管内浮遊流機構等がそれである。

この様な現状から、この研究を進めるに際して、従来の代表的な実験データを色々な角度から検討しなおして、それに基づいて考察を進めるのも一つの有力な方法と思われるが、その場合にも可成り大胆な類推や仮定によらなければならない所も生じて来る事が予想される。

筆者はこの様な実状を考慮しながら、前報の理論を基礎にして、粗い粒子の場合を対象として解析を行い、図-4に表わされる様なある程度まで満足しうる理論式を導いた。本報はそのような研究の報告である。

2. 管水路内の流砂のエネルギーについて

管水路内の固体粒子を含む流れについて、動水勾配 i と平均流速 v との関係を図示すると、その典型的な変化の様子は、一般に図-1、図-2のようになることが実験により確かめられている。³⁾

これ等の図で、動水勾配が最小になる点（例えば図-1、図-2のA点）より平均流速の遅い左側では管底に砂の堆積が生じ、流速の速い右側では生じない。

また、A点附近では極く僅かな i の変動により v の大きな変動がもたらされるので、この近傍では管底の砂層が断続的に摺動したり静止したりする状態が起こり勝ちである。

また、一般に限界堆積流速（管底に堆積砂層が形成されはじめる臨界の流速）と、動水勾配を最小にする流速とは必ずしも等しくないことが実験からも認められているが、この両者に対応する動水勾配の値はほぼ等しいと考えられる。

図-1は、粒径が0.44mmの細砂を管路に流した場合であるが、これによると砂水混合体の平均流速が或るところまで増すと（図-1の場合は5~6 m/sec 以上）砂粒子が管路断面に一樣に分布するようになり、損失水頭は流砂濃度 C の大小には無関係に清水のみを同じ平均流速で流した場合の損失水頭 i_w と概ね等しくなっている。

水より重い固体粒子を浮遊して流している場合には、それを含まない流れに比べて、粒子の浮遊を維持するのに必要なエネルギーが浮遊濃度に比例して余分に消費されるものと考えられる。

しかし他方において、流れが粒子を浮遊すれば、流れの内部構造が変化して流速分布の勾配が急になる。その結果、同一の平均流速であった場合には、清水のみを流した場合よりも水流の摩擦抵抗は常に減少するので、摩擦による損失エネルギーが減少する傾向があり、この傾向は浮遊粒子の濃度の増加とともに顕著になっていることが、Vanoni⁴⁾ (1944) の指摘以来多くの研究によって確認されて来ている。^{5) 6) 7)}

この現象は、一般にはKármán定数の減少として説明されており、その詳細なメカニズムについては、室田⁸⁾(1953)、椿⁹⁾(1955)、志村¹⁰⁾(1957)、日野¹¹⁾(1963)によって研究が行われて来たことは周知の通りである。

すなわち、図-1のB点の場合にも、水流が浮遊砂を混入すれば、その浮遊を保持するために清浄な水の流れの場合よりもエネルギー損失を増すが、一方において粒子の混入に伴う乱流構造の変化が生じて摩擦損失も減少する。この両者が打ち消しあうために、管路内の砂水混合体の流れの全体としてのエネルギー損失を表わしている測定値には浮遊砂の混入の影響が顕われ出て来ないものと思われる。

また、この解釈に従えば、図-1のB点においては、浮遊砂濃度の増加とともに浮遊に要するエネルギーも増すが、それと同時に濃度増加に伴って摩擦損失の量も同程度のオーダーで減少している様子がうかがえる。

図-1のB点の現象に関しては、現状では以上の様な説明が一応は可能ではないかと思われる。

図-2は粒径が2.04 mmの粗砂の場合であるが、この場合にも同じ様な傾向は確かに認められる。すなわち、限界堆積流速 v_c をこえて流速が増してゆけば、混合流の動水勾配を表わす i の曲線と清水流の動水勾配 i_w を表わす直線との間の縦方向の間隔が次第に縮小して行っている。また、濃度Cの異った混合体流の間の損失水頭の差も、平均流速の増加とともに減少している。

この様な、図-1のAB間や、図-2のAより右側の領域では、砂粒子は浮遊と掃流(Saltationまたは撈動)の混合状態で流れていると考えられるが、この場合に測定結果として出て来る i の内容は、その大部分が流体と管壁との摩擦および管底の掃流砂層の存在に起因するものであり、浮遊砂の存在によって寄与される量は、上述の様な事情により、全体から見れば決して大きくはないものと推定される。

従って、この領域においては、流れの中に粒子が混入することによってもたらされる損失エネルギーの増加量は、その大部分が砂層が管底を移動することに費やされていると考える事が出来る。この損失エネルギーの増加量($i - i_w$)は平均流速の増加に伴って減少していくことが実験からも認められているが、これは v の増加とともに掃流砂から浮遊砂への移行が起こり、管底の掃流砂層が次第に薄くなっていくためだと考えられる。

すなわち、平均流速 v が増せば、同一の流送濃度Cであった場合には、浮遊によって運ばれる砂量の比率が次第に高まり、その結果掃流砂量が減少するので、砂粒子群の掃流に必要なとされるエネルギーも減少していくものと推定される。

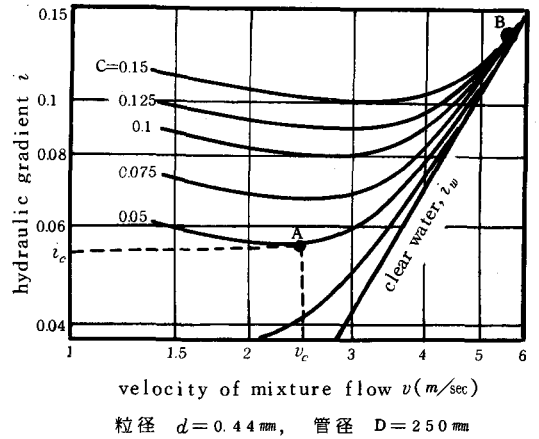


図-1 砂水混合体の平均流速とエネルギー勾配の関係(Condolios and Chapus による)

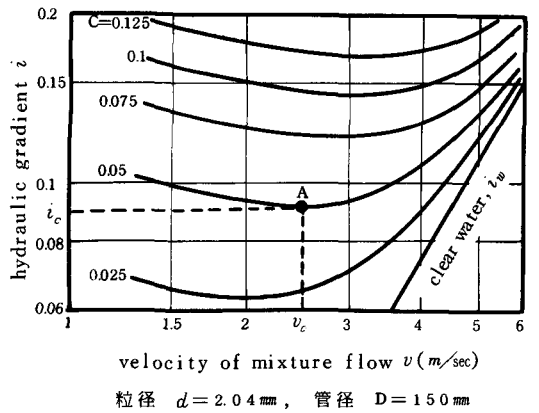


図-2 砂水混合体の平均流速とエネルギー勾配の関係(Condolios and Chapus による)

この掃流砂によるエネルギー逸散は、砂が高濃度に管底附近に集中して移動するために砂粒子と管底壁面との間に、また粒子相互に衝突や摩擦が激しくなって生じるものと思われる。

また、ある粒径以上の粒子になると、流動の際の慣性力が大きくなるために、可成りの高流速になって粒子群が管底附近に偏在しなくても管壁との衝突が頻発しており、それも高濃度になる程著しくなることが予測される。そのために、粗砂を含んだ流れの動水勾配は、細砂の場合ほどには清水流の動水勾配に近づく傾向は明確ではなく、むしろそれと平行になっていく傾向があるようである。(図-2)

3. 前報における考え方とその問題点

前報においては、筆者は上述の図-1や図-2のA点での流れの機構を図-3のようにモデル化し、管底の掃流砂層を、管底の固定床面と砂層との間に生じる摩擦応力 τ_0 によって影響される領域 A_{st} と、砂層と砂層との間に生じるせん断応力 τ_0 によって影響される部分 A_b との二つに分けて考えた。

実験から、 A_{st} では静止と滑動とが断続的に起こる傾向があり、また A_b においては停止を生じないことが観察される。

図-3は、管底の砂層 A_{st} が静止直前の状態で撓動を継続している場合と、始動直前

で静止を維持している状態、あるいはこの両者が交互に起こる場合等に当てはめたものであるが、いずれの場合にも A_{st} 表層にはほぼ等しい値のせん断応力 τ_0 が作用していると考えた。また、上記のいずれの場合にも砂層 A_{st} は静止時の体積濃度におよそ等しい濃度を維持していると仮定した。

A_{st} が静止直前の状態で撓動を続けている場合、簡単のために等速で移動していると仮定して、

$$\tau_0 = \tau'_0 = \rho g R i_c = \frac{1}{4} \rho g D i_c \quad \text{----- (1)}$$

の関係を用了。ここに、 τ_0 : 砂層 A_{st} 表層に作用しているせん断応力、 τ'_0 : A_{st} と管底壁面との間の摩擦応力、 ρ : 水の密度、 g : 重力加速度、 R : 輸送管の径深、 D : 輸送管径、 i_c : 図-1、図-2のA点における動水勾配である。

図-3の h_{st} と h_b の値にしても、前述の様にこの図の流況は極めて不安定である事からして、もとより固定したものではなく、時間的平均値、および空間的平均値(全輸送管長にわたったの平均値)を想定したものである。

元来、掃流と浮遊という分類は必ずしも厳密なものではなく、両者の境界についても明確な定義があるわけではない。

特に管路のように流れの空間を限定されている場合には、周囲の固体壁によって、主流方向に対して直角な方向への粒子の動きがどの様に影響されるのか(すなわち拡散係数がどの様に修正されるのか)。具体的には、固体壁からの粒子や流体のはね返りが濃度分布や流速分布に対してどのような効果をもたらすのか等の疑問が未解決であるために、粒子の動きのみから掃流か浮遊かを判定することは難しい。例えば、砂の粒径がある値以上に大きくなると、それが管内を流れる場合には、流体の慣性力に対しての粒子の慣性力も大きくなるので、管路断面の上部(図-3の場合には A_b の上方)を、それも鉛直成分をもって流れているときでも流れの機構は本質において浮遊ではなく掃流であるという場合も起こり得るであろう。

このような事情から、基本的に掃流砂と浮遊砂とはその流動のメカニズムによって区別されているのであ

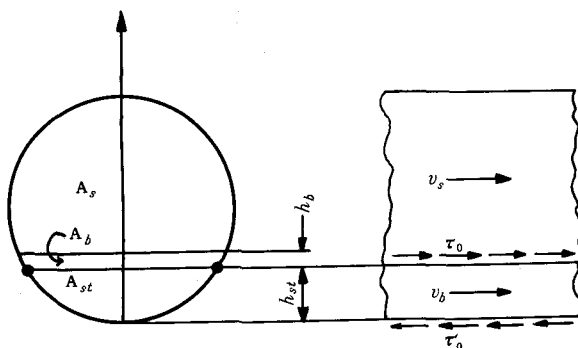


図-3 管内流砂の解析に用いたモデル

って、空間的領域によって定義されているのではないから、図-3の様に空間領域を区分するようなモデル化は本来無理ではないか、という議論も当然成立するであろう。

しかし、円管内の流砂のような複雑な現象を解明してゆく過程において、その一つの段階としてはこの様な措置もやむを得ない様にも思われるし、また実験管路内に限界堆積状態を現出させての観察からも、図-3はそれ程不都合なモデル化でないと思はれた。筆者は考えた。

そこで、図-3のA₀断面における浮遊砂の平均濃度C_sを求めるために、限界堆積状態（図-1、図-2のA点）における単位管長当りの損失エネルギーi_cを次の様に表わした。

$$i_c = i_f + i_b + i_s \quad \text{-----} \quad (2)$$

こゝに、i_f：管壁面と流体との間の摩擦による単位管長当りのエネルギー損失、i_b：管底の砂層が管底の凹形固定壁面にそって移動するのに費やされる単位管長当りのエネルギー、i_s：水より重い固体粒子の浮遊を維持するのに消費される単位管長当りのエネルギーである。

以上の様な考察の結果得られたのがつぎの(3)(4)(5)のような流砂量式である。すなわち、全流砂量Q₀は次式のようになり、

$$Q_0 = Q_b + Q_s \quad \text{-----} \quad (3)$$

このうち、掃流によって送られる砂量Q_bは

$$Q_b = \frac{D^{\frac{5}{2}}}{4(\rho_s/\rho-1)^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{g}{C_b \mu_w} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{v_b}{v_*} \right) \left(\frac{1}{3\mu_w} + \frac{1}{2\mu_s} \right) i_c^2 \quad \text{-----} \quad (4)$$

また、浮遊流砂量Q_sは次の(5)式のように書き表わされる。

$$Q_s = \frac{D^{\frac{5}{2}}}{2(\rho_s/\rho-1)^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{g}{C_b \mu_w} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{v_*}{w_f} \right) \left[\frac{2i_{opt}}{f i_c} - \frac{\mu_w}{2} \left(\frac{1}{3\mu_w} + \frac{1}{2\mu_s} \right) \left(\frac{v_b}{v_*} \right)^2 \right] i_c^2 \quad \text{-----} \quad (5)$$

また参考のために、Durandの実験結果に基づく全流砂量の式は、

$$Q_0 = \frac{D^{\frac{5}{2}}}{9(\rho_s/\rho-1)^{\frac{3}{2}}} \frac{2\pi g^{\frac{1}{2}}}{K f^2} i_c^2 \quad \text{-----} \quad (6)$$

である。すなわち、実験の場合には掃流砂と浮遊砂とを個別に測定することが出来ないのが全流砂量のみが与えられることになる。

上の諸式において、ρ_s：固体粒子の密度、μ_w：管底の固体壁面と掃流砂層との間の動摩擦係数、μ_s：掃流砂層内部の砂と砂との間の動摩擦係数、C_b：限界堆積状態の管底の砂層の平均濃度（体積比）で堆積状態の濃度に近い値をもつものと仮定する。また、v_b：限界堆積状態のときの管底の砂層の平均移動速度、v_{*}：限界堆積流における摩擦速度で、v_{*} = √τ₀/ρ = ½√gD i_c で与えられる。w_f：粒子の沈降速度、i_{opt}：限界堆積流速（図-1、図-2のv_c）で清水のみを流した場合に生じる動水勾配、f：Darcy-Weisbachの流体抵抗係数、K：Durandの実験式の係数で、K = 81/C_D^{3/2} で与えられ、C_Dは粒子の抗力係数である。

(3)(4)(5)式と(6)式とを見比べた場合、筆者の式とDurandの式とは可成り似通った形のものであることが認められよう。前報において、式形に関する限りはある程度適確なものが理論的に組み立てられたと言えると思う。しかし、これ等の式は未だに諸種の未確定の水理量を包含しているのであり、これらの諸無次元量の吟味を行うことが必要である。

また、この様な取り扱い方法で問題になるのは、前節でも述べた様に(2)式での第三項i_sが果たして測定値の中に現われ出てくるのかどうか、また現われるとすればどの様な現われ方をするのかという点であろう。これは、(5)式のQ_sの値をそのまま左右する重大な問題である。

(2)式において、第一項のi_fは固体粒子を含まない水流と固体壁との間の摩擦係数をそのまま用いて算定したものであり、またi_sは固体粒子が浮遊状態を保つためには、粒子が沈降することによって失われる位置の

エネルギーと等量のエネルギーを平均流から与えられなければならないという考え方に基づいている。

しかしながら、前節に述べたような事情により、水流が固体粒子を浮遊すれば、その濃度とともに i_s は増加するが、他方において i_f が濃度とともに、それも i_s と同程度のオーダーで減少することが予想される。すなわち、図-1のB点の様な現象が、A点における A_s 断面(図-3)にも起こりうることは十分に考えられると思う。

このような関係を定量的に把握するためには、円管の内壁と管底の移動床とによって囲まれた空間での浮遊砂を含んだ水流の内部構造を明らかにしなければならないが、これは現状では非常に難しいと思われる。つまり、現状ではエネルギーの関係から C_s を算定することは無理であろう。

この問題に関しては今後の研究課題とすることにして、本報では次節以下の様な理論展開を行うことにする。

4. 粗粒砂の流砂量式

理論式(3)(4)(5)はその誘導過程において、輸送される粒子の粒径の影響を考慮していない。すなわち、前報の理論の展開過程において、その理論を適用すべき粒径の範囲に関して何も考察を行っていないという点は問題である。これに関連して、前節に述べたような理由により、限界堆積状態においてもなお浮遊砂の存在が無視し得ないような細砂の場合には筆者の方法を適用することには無理があると言うことが出来よう。

そこで本報においては、管底に堆積砂層が形成されはじめるような平均流速においては、大部分の粒子が管底に集中して浮遊砂は無視し得る程の量になるような粗砂の場合を対象として以下の考え方により前報の理論を進展させることにする。

浮遊砂の卓越する領域から次第に流速を下げていくと、粒子が管底に集まる傾向が強まり掃流砂の卓越した流れへと移行する。平均流速が低下するに従って掃流砂層が次第に厚くなって、同じ掃流状態であっても、管底面への衝突(saltation)や転動を主としたものから滑動を主としたものへと変わっていくと考えられる。平均流速 v が限界堆積流速 v_c に近づくと、同一の C であったならば、掃流砂の占める比率が急激に増加することが図-1、図-2からも認められる(すなわち、 $(i - i_w)$ の値が急激に増加している)。砂層が停止直前の状態にある v_c 附近では当然のことながら、堆積を生じない範囲での管底の砂層は最も厚くなっていると考えてよいであろう。

この限界堆積状態の附近においては、一定の C の場合には、掃流砂の占める割合が圧倒的に多くなっている、それとは逆に浮遊砂の比率は非常に少なくなっていると思われるが、粒径 d が一定値を超えると、図-1、図-2のA点での流砂量はほとんどが掃流によるものであって、浮遊砂はもはや無視し得るということも起こるであろう。この場合浮遊砂とは、もちろん空間領域によってではなく流動機構によって定義されたものを意味する。この様な粗い砂の場合には、

$$Q_s \cong 0 \quad \text{-----} \quad (7)$$

であり、よって(3)式は、

$$Q_0 \cong Q_B \quad \text{-----} \quad (8)$$

となる。(7)式が成立つときには(5)式から、

$$\frac{2 i_{opt}}{f i_c} \cong \frac{\mu_w}{2} \left(\frac{1}{3 \mu_w} + \frac{1}{2 \mu_s} \right) \left(\frac{v_k}{v_*} \right)^2 \quad \text{-----} \quad (9)$$

の関係が成立っていなければならないことがわかる。ところで上式中に表わされる i_{opt}/i_c には前報において示したように、

$$i_c/i_{opt} = 3 \quad \text{-----} \quad (10)$$

であることが導かれている（本論文末尾補遺参照）から、この関係式を(9)式に代入すると、

$$\frac{v_b}{v_*} = \left[\frac{4}{3f\mu_w(1/3\mu_w + 1/2\mu_s)} \right]^{1/2} \quad \text{-----} \quad (11)$$

をうる。この関係式と(4)式を(8)式に代入すると、粗い粒子の限界堆積状態における流砂量 Q_0 を与えるものとして次式をうる。

$$Q_0 = \frac{D^{5/2}}{2\mu_w(\rho_s/\rho - 1)^{3/2}} \left(\frac{g}{3fC_b} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{3\mu_w} + \frac{1}{2\mu_s} \right)^{1/2} i_c^2 \quad \text{-----} \quad (12)$$

つぎに、限界堆積状態における C 、すなわち最大流砂濃度 C_{max} は、

$$C_{max} = Q_0 / \frac{\pi}{4} D^2 v_c \quad \text{-----} \quad (13)$$

で与えられる。ところで v_c は、

$$v_c = F_{rer} \sqrt{gD(\rho_s/\rho - 1)} \quad \text{-----} \quad (14)$$

と記されるが、 F_{rer} は前報により、

$$F_{rer} = \left[\frac{2i_c}{3(\rho_s/\rho - 1)f} \right]^{1/2} \quad \text{-----} \quad (15)$$

と書き表わされることが判っている（本論文末尾補遺参照）から、この関係式を用いると v_c は、

$$v_c = \sqrt{\frac{2gDi_c}{3f}} \quad \text{-----} \quad (16)$$

と書き表わされる。この v_c と(12)式とを(13)式に代入すると、

$$C_{max} = \frac{\sqrt{2}}{\pi\mu_w C_b^{1/2}} \left(\frac{1}{3\mu_w} + \frac{1}{2\mu_s} \right)^{1/2} \left(\frac{i_c}{\rho_s/\rho - 1} \right)^{3/2} \quad \text{-----} \quad (17)$$

が得られる。

上の(17)式は、一定の i が与えられた場合にその i で流し得る最大の流送濃度の値を表わす。すなわち、ポンプの揚程と輸送距離が定められたときに i が定められたことになり、その i で流送しうる最大の混合率で粒子を送っている場合、その i は必然的に i_c となるのである。

(17)式を実験値と比較するために、式中の物理量 μ_w 、 μ_s 、 C_b に関する検討を次節において行う。

5. 物理量の推定

(17)式に含まれる各物理量に関して、流動する粒子群の全体的な特性を代表するようにして定めることが望ましいが、現状ではそれは難かしいので、本報では以下のように従来の実験資料を参考にして定めることにする。

はじめに、掃流砂層内部の砂層と砂層との間の動摩擦係数 μ_s については、Bagnold¹²⁾が実験から得た値、 $\mu_s = 0.4 \sim 0.5$ から $\mu_s = 0.45$ を用いることにする。粒子群と固体壁面との間の動摩擦係数 μ_w に関しては次の諸研究を参考にする。すなわち、葛原¹³⁾は透明ビニール管（ $D = 38.5 \text{ mm}$ ）の中に水を満たし、それをいろいろな角度に傾斜させて、単一粒子（ $d = 1 \sim 4.6 \text{ mm}$ 、 $\rho_s = 2.64$ の砂）が管内の傾斜壁面にそって静水中を滑降する場合の動摩擦係数を測定して、 $\mu_w \cong 0.3$ を得ている。Wilson¹⁴⁾も同じ様にして、ガラスの傾斜管（ $D = 26 \text{ mm}$ ）の内壁にそって、粒子群（ $d = 0.4 \text{ mm}$ 、 $\rho_s = 2.5$ のガラス粒子）を滑降させる実験を行い、 $\mu_w = 0.29$ であることを見出した。また、椿・平野・渡辺¹⁵⁾は滑面水路の掃流機構の研究に際して、同氏等の理論を石原・岩垣・末石¹⁶⁾の実験資料を用いて検討した結果、 $\mu_w < 0.3$ であると推定している。この研究はもちろん、床

面の平らな開水路の場合であり、且つ粒子が群をなしてその上を移動する場合を対象としている。

寺田¹⁷⁾は、回転ドラムを回転軸を水平にして水中に設置し、その上に底を抜いた容器に入れた固体粒子群を接触させ、ドラムの回転速度をいろいろ変えて、回転ドラム周面の金属面と粒子群との間の動摩擦係数を測定して、 $\mu_w = 0.26$ を得た。以上の諸研究から $\mu_w = 0.28$ を採用することにする。

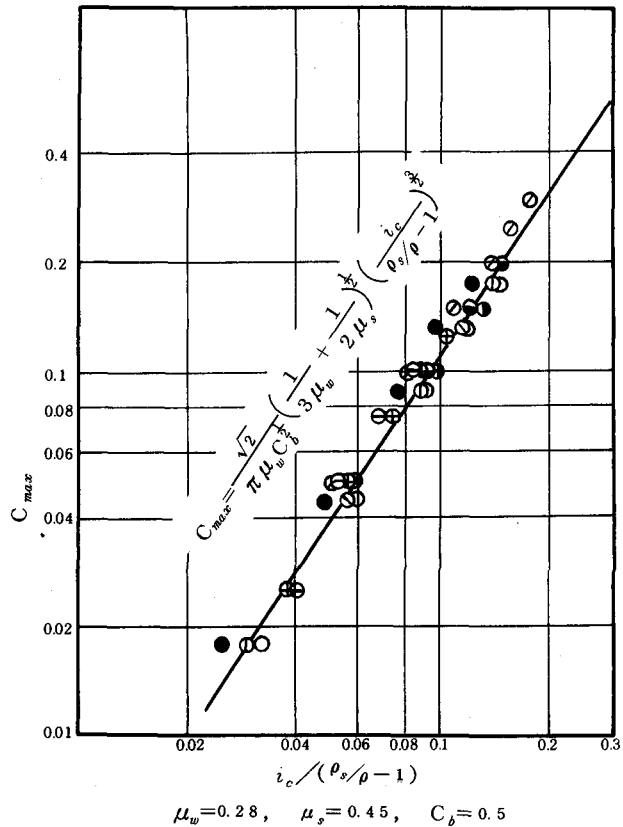
最後に、限界堆積状態における管底の砂層の濃度（体積比） C_b についてであるが、これは静止堆積状態の濃度には等しいと仮定している。

しかし、一口に堆積濃度と言っても、粒子の粒度組成、形状、また配列状態などによって大きく影響されるものであり、また僅かな衝撃や振動によっても可成り大きく変動するものようである。

例えば「土質試験法」（土質工学会）によれば、沖積層の砂礫の場合には間げき率 n は、 $n = 0.45 \sim 0.68$ （つまり、 $C_b = 0.32 \sim 0.55$ ）の範囲の値をとり得るということである。また、箭内・浅川¹⁸⁾は代表的な砂の間げき率の値として、表-1を提案している。これ等の値はいずれも、長時間にわたって静止状態を持続した場合のものと考えられるが、管水路内の掃流砂の場合にはそれとは異り、一般に静止と滑動を交互にくり返しているのが普通である。静止している場合でも砂層全体が止まっているのではなく、部分的には常に動いているのである。

この様な事情を考慮したうえで、これ等の数値を参考にして、 $C_b = 0.5$ と仮定することにする。

以上の様にして定められた物理量を(17)式に代入して、図-4のような関係が得られた。この関係と代表的な実験値との比較を行ってみたが、図に見られるとおり、理論値と実験値とは可成り良好な一致を示している。前報の理論を基礎とした本報の取り扱い方法は、2 mm 以上の粒径を有する粗粒に関する限り、およそ妥当であったように思われる。



記号	実験者	種類	比重	粒径 (mm)	輸送管径 (mm)	文献
⊖	Durand	砂	2.62	2.04	150	2)
⊕	Condolios & Chapus	砂	2.65	2.04	150	3)
◐	Worster & Denny	石炭	1.4	13	75	19)
◑	"	石炭	1.4	35	150	"
⊙	"	石炭	1.4	75~100	300	"
○	八木・奥出 宮崎・是石	砂利	2.61	8	80.7	20)
●	"	砂利	2.7	8.75	155.2	"
⊗	"	砂利	2.65	27.5	155.2	"
①	"	玉石	2.65	45	155.2	"

図-4 筆者の理論式と諸研究者による実験値との比較

なお、 $\mu_w = 0.28$ 、 $\mu_s = 0.45$ 、また $f = 0.02$ としたときの v_b/v_s の値は、
(11) 式より

$$\frac{v_b}{v_s} = 10.17 \text{ ----- (18)}$$

となり、また (11) 式と (16) 式および $v_s = \frac{1}{2} \sqrt{g D i_c}$ を用いて v_b/v_c を計算すると、

$$\frac{v_b}{v_c} = 0.88 \text{ ----- (19)}$$

となる。このように、限界堆積状態における砂層の平均移動速度 v_b は、 v_s よりもむしろ v_c に近いものであることがわかる。

たとえば図-5はWorster and Denny¹⁹⁾ による実験結果の無次元表示であるが、この関係は、 $d = 8 \text{ mm}$ の隙を $D = 80.7 \text{ mm}$ の鋼管内に流した八木・奥出・宮崎・是石²⁰⁾ の実験、ならびに $d = 6.9 \text{ mm}$ の破碎岩を $D = 52.5 \text{ mm}$ の鋼管に流した野田・川島・吉沢²¹⁾ の実験によっても妥当性が確認されている。

この図によると、 $v/v_b = 1.1 \sim 1.2$ (すなわち、 $v_b/v = 0.83 \sim 0.91$) の近傍で平均流速が急激に大きくなっている。

固液混合体の管路内での平均流速 v

は、一般には管路の出口での吐き出し流量を、管の断面積で割って求めるのが普通である。

このことから図-5の現象は、 $v_b/v = 0.83 \sim 0.91$ を境にして、管路の有効断面積を縮小し、且つ流れに対して抵抗となっていた管底の堆積層が除去されるので、流れの有効断面積が急に大きくなって、その結果流量が急増するためと考えられる。

すなわち、 $v_b/v = 0.83 \sim 0.91$ は限界堆積状態 (図-1、図-2のA点) に相当する領域と考えられ、理論的に算定された (19) 式の値の妥当性を裏付けるものであるように思われる。

6. 結 語

管路内の流砂の研究の第一の段階として、粒径がある値を超える粗い粒子の場合を対象として考察を試みたが、筆者の組み立てた理論式 (17) は実験値とよく一致することが示された。

図-4にも見られるとおり、粒径が 2 mm 以上の粗粒に関する限り、前報にひき続いての筆者の方法は、広い範囲の流送条件に対して可成りの普遍性を有しているように思われる。

本研究は、中央大学の林泰造教授の懇切な御指導によるものであり、深く感謝申し上げる次第である。

	e_{max}	e_{min}	n_{max}	n_{min}	$C_{b\ max}$	$C_{b\ min}$
清 純 な 均 等 砂	1.00	0.40	0.5	0.29	0.71	0.50
清 純 な 砂	0.95	0.20	0.49	0.17	0.83	0.51
標 準 砂	0.80	0.50	0.44	0.33	0.67	0.56
球体 (理論値)	0.92	0.35	0.48	0.26	0.74	0.52
$n = \frac{e}{1+e}, \quad C_b = 1-n$ e : 間げき比 n : 間げき率						

表-1 堆積砂の間げき率と体積濃度 (新内・浅川による)

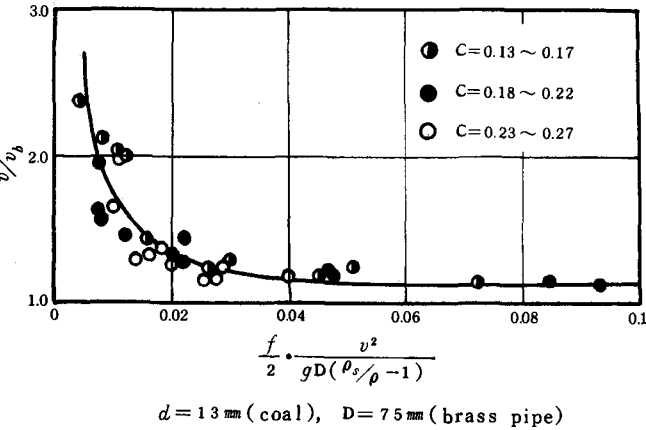


図-5 Worster and Dennyによる v/v_b の表示¹⁹⁾

補 遺 限界堆積状態における動水勾配 i_c と内部Froude数 F_{rer} について (前報¹⁾よりの摘要)

一般に固液混合体の管路内の流動時の動水勾配 i は次のように表わされる。

$$i = i_w (1 + C\varphi) \quad (20)$$

こゝに、 i_w ：固液混合体の平均流速と同一の平均流速で清水のみを流した場合に生じる動水勾配、 C ：流送された混合体の中で固体粒子の占める体積比率。また、上式において φ は、つぎの形の式で表わされることが、Durand²⁾、Worster²²⁾、その他の研究者によって実験的に確かめられており、さらにこの式の指数、 -3 の物理的根拠については前報¹⁾において説明がなされている。

$$\varphi = \frac{i - i_w}{C i_w} = K (F_r)^{-3} \quad (21)$$

こゝに

$$F_r = \frac{v}{\sqrt{g D (\rho_s/\rho - 1)}} \quad (22)$$

こゝに、 v ：固液混合体の平均流速である。いま、(21)式を、

$$C = \frac{(F_r)^3}{K} \left(\frac{i}{i_w} - 1 \right) \quad (23)$$

と書きなおし、また

$$i_w = f \frac{1}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (24)$$

の関係式を用いる。こゝで、(22)式と(24)式を(23)式に代入すると次式をうる。

$$C = \frac{(F_r)^3}{K} \left[\frac{2i}{f(F_r)^2 (\rho_s/\rho - 1)} - 1 \right] \quad (25)$$

上式から C を最大にする条件としての F_r を求めるために、

$$\frac{\partial C}{\partial F_r} = 0 \quad (26)$$

を満足するように F_r を定め、それを F_{rer} で表わすと、

$$F_{rer} = \left[\frac{2i}{3(\rho_s/\rho - 1)f} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

が求まる。この内部Froude数のとき固液混合体の濃度は最大となり、また(22)式からこのような内部Froude数を満足すべき管径と流速(すなわち、最適管径と最適流速)の相互関係が規定される。

(27)式の i は、その動水勾配で最大濃度の粒子を流している場合であるから、これは図-1、図-2のA点に対応するものであり、 i_c と記される。

同様に、このような場合の v は v_c となるので、(22)式と(27)式より、

$$F_{rer} = \left[\frac{2i_c}{3(\rho_s/\rho - 1)f} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{v_c}{\sqrt{g D (\rho_s/\rho - 1)}} \quad (28)$$

となる。(20)、(21)、(23)および(24)式の i_w は全ての範囲の流速に対応するものであるが、最大濃度で流している場合の平均流速 v_c に対応する i_w を特別に i_{opt} で表わすと、

$$i_{opt} = f \frac{1}{D} \frac{v_c^2}{2g} \quad (29)$$

となり、上の(28)式と(29)式より、

$$\frac{f}{2} (F_{rer})^2 (\rho_s/\rho - 1) = i_{opt} \quad (30)$$

$$\therefore F_{rer} = \left[\frac{2 i_{opt}}{f (\rho_s/\rho - 1)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{-----} \quad (31)$$

となる。従って(27)式と(31)式とを等置すると次式をうる。

$$i_c = 3 i_{opt} \quad \text{-----} \quad (32)$$

参考文献

- 1) 那須浩平：管水路による砂れき輸送に関する理論的研究、第22回水理講演会論文集(1978)
- 2) Durand R. : Basic Relationship of the Transportation of Solids in Pipes-Experimental Research, Proc. Minnesota International Convention, I.A.H.R. (1953)
- 3) Condolios E. and Chapus, E. E. : Designing Solid-Handling Pipelines, Chem.Eng. June-July, (1963)
- 4) Vanoni, V.A. : Transportation of Suspended Sediment by Water, Proc. A.S.C.E. Vol. 70, (1944)
- 5) Ismail, H.M. : Turbulent Transfer Mechanism and Suspended Sediment in Closed Channel, Proc. A. S.C.E. Vol. 77, (1951)
- 6) Vanoni, V.A. and Nomicos, G.N. : Resistance Properties of Sediment-Laden Streams, Trans.A.S.C.E, Vol. 126, (1961)
- 7) Einstein, H.A. and Chien, N. : Second Approximation of the Suspended Load Theory, Series 47, Issure No. 2 Univ. of California, Berkley, (1952)
- 8) 室田明：浮砂濃度と流速分布の関連について、土木学会誌 38 巻 11 号 (1953)
- 9) 椿東一郎：浮流流砂が流れに及ぼす影響について、土木学会誌 40 巻 9 号 (1955)
- 10) 志村博康：浮遊砂を有する水流の諸特性について、土木学会論文集 第46号 (1957)
- 11) 日野幹雄：固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化、土木学会論文集 第92号 (1962)
- 12) Bagnold, R.A. : The Flow of Cohesionless Grains in Fluids, Philosophical Trans. Royal Soci. of London, Vol. 249, (1957)
- 13) 葛原定郎：滑管内静水中における砂れきの沈降、転動および滑動、機械学会論文集 30 巻 213 号 (1964)
- 14) Wilson, K.C. and Streat, M. : Slip-Model Correlation of Dense Two-Phase Flow, Proc. 2nd International Conference on the Hydraulic Transport of Solids in Pipes, B.H.R.A. (1972)
- 15) 椿東一郎・平野宗夫・渡辺訓甫：滑面水路における掃流機構について、九大工学集報、第42巻、第3号 (1969)
- 16) Ishihara, T., Y. Iwagaki and T. Sueishi : On the Effect of Bed-Load Movement in Thin Sheet Flow, Proc. 3rd Japan National Cong. App. Mech. (1953 ~ 1954)
- 17) 寺田進：固体混合液の管路輸送 —流動理論と抵抗計算法—、理工図書 (1973)
- 18) 箭内寛治・浅川美利：土質工学、彰国社 (1969)
- 19) Worster, R.C. and Denny, D.F. : Hydraulic Transport of Solid Material in Pipes, Proc. Inst. Mech. Engrs, Vol. 169, No. 32, (1955)
- 20) Yagi, T. et al : An Analysis of the Hydraulic Transport of Solids in Horizontal Pipelines, Report of the Port and Harbour Research Institute, Vol. 11, No. 3, (1972)
- 21) 野田佳六・川島俊夫・吉沢幸雄：固体粒子の水力輸送に関する研究(第三報、摩擦係数の測定)、日本鉱業会誌 86 巻、第 987 号 (1970)
- 22) Worster, R.C. : Proc. Colloq. on Hydraulic Transport of Coal, Nat. Coal Board, London (1952)