

水中を落下する固体粒子の挙動について
Studies on Behaviors of Settling Particles in Water

国立公害研究所 正員 ○大 坪 国 順
国立公害研究所 正員 村 岡 浩 爾

1 はじめに

流体中を沈降する粒子は、粒子レイノルズ数がある程度大きくなれば、落下方向に対して直角方向の力を受けることが知られている。そのため、粒子は目標とする位置のまわりにある分布をもって到達する。先に著者の一人は静水中、流水中 落下する固体粒子の分布特性を明らかにするための実験を行ない、その結果から、粒子の挙動を2つの確率変数によって支配される複合過程と考えた¹⁾。その2つの確率変数は粒子の横ゆれの時間間隔と横ゆれの大きさである。粒子の分布特性を解明するためには、この2つの確率変数の統計的性質を明らかにする必要がある。粒子の分布特性に関する研究は、参考文献(2)~(4)がある。

粒子の運動そのものに着目した研究は主に粒子レイノルズ数が小さい場合に限定されている。また、粒子の横ゆれの原因として考えられる粒子後部の剝離渦管の研究としては、Achenbach⁵⁾, Magarvey & Bishop⁶⁾, Taneda⁷⁾, Pao & Kao⁸⁾ があげられる。これらの研究は渦管の特性を実験的に検討したもので、渦管の可視化やhot-wireを用いて球表面の境界層の状態を調べることによって、渦管の発生周波数のストローハル数(St)や渦管の運動の特性を明らかにしている。これらの研究で共通して述べられていることは、渦管はvortex-ringとして球から離脱するのではなく、一部分の渦管が球から離脱してvortex-loopを形成し、それが流れによって引き伸ばされ、そのために粒子に働く横方向の力が生じるということである。しかし、粒子の横ゆれの特性については言明されていない。そのため著者等は粒子の横ゆれの統計的性質を明らかにすると共に、可視化法を用いて渦管の運動と粒子の横ゆれの関係を検討した。

2 実験条件および方法

粒子の横ゆれには確率的要素が強く、その運動を決定論的に記述するのは困難であるので、統計的な性質の解明が重要となる。統計的要素として、横ゆれの時間間隔と横ゆれの大きさを考え、沈降粒子の運動軌跡を写真撮影によって求めた。表-1に実験要素を示す。粒子形状は球形、円筒形、立方体の三種類で、粒径、比重を変えるために種々の材質の粒子を用いた。表-1において、 d : 粒径、 σ : 粒子の密度、 w_0 : 写真撮影の結果から求めた粒子の沈降速度である。円筒形の場合、粒径として 7×14 とあるのは、直径 7mm 、長さ 14mm の意味で、以下の場合も同様である。実験に用いた沈降筒は高さが 130cm で 40cm 四方の正方形断面の四角柱で、透明アクリル樹脂製である。粒子はビンセットを用いて水面から投下された。投下時に粒子に付加的な外力が作用しないよう十分注意して投下した。粒子の落下軌道はストロボを用いた開放シャッターによる写真から読み取った。読み取りにあたっては、投下時の影響を除外するために、初めの2つの横ゆれは無視した。一粒子の落下に關し、球形の場合225映像、円筒形・立方体の場合125映像を対象とし、粒子の落下軌跡の横ゆれ間隔 $[z]$ 、横ゆれ幅 $[y]$ 、それらの平均値、標準偏差分布形、 $[z]$ と $[y]$ の相関係数等を求めた。一方、それに併行して、可視化法による渦管の運動特性や

表-1 実験要素

No.	Type	Material	d(mm)	σ	W_0 (cm/s)
1	Sphere	bead	3.7	2.48	42.9
2			5.1		47.6
3			7.0		55.3
4			10.8		68.8
5		acryl	3.0	1.18	10.4
6			6.2		17.9
7			9.4		23.0
8			12.7		27.1
9		steel	3.0	7.30	81.1
10			5.0		103.5
11		rubber	24.8	1.55	52.7
12	Drum	acryl	7×14	1.18	17.7
13			7×10.5		15.9
14			7×7		14.4
15			10×15		20.0
16			5×10		13.6
17		cement	5×10	2.10	28.6
18		steel	5×10	7.3	88.1
19	Cube	aluminum	5×5	2.62	
20			7×7		

渦管運動と粒子の横ゆれとの関係を検討した。渦の可視化に用いた粒子は固体粒子ではなく、四塩化炭素とキシレンの混合液を用いた。この混合液は水に不溶性で1より大きい比重の球粒となって水中を沈降する。この混合液にメチレンブルーを混入すれば、水に溶け出す残像によって渦管の可視化が可能となる。この状態は16mm撮影機で撮影された。コマスピードは1/64秒である。これより渦管の発生時間間隔、粒子の横ゆれの時間間隔、渦管の形成と粒子の横ゆれの関係調べた。

3 実験結果

図-1の写真は粒子の後部に形成されたvortex-loopの一例である。上の写真がvortex-loopが球から離れた直後、下の写真がその約1秒後に撮影したものである。図-2は粒子レイノルズ数(Re)がさらに高い場合の離脱模様を観察から模式的に示したものである。粒子後部にはvortex-sheetと呼ばれる領域がある。この内部には径の大きい渦管がリング状に存在している。 Re が200以下ではvortex-sheetは閉じたままであるが、 Re が増加すると渦管は図-2に示すごとく、粒子後部の片方から離れ始めてvortex-loopを形成する。循環の方向は図-2に示す通りである。vortex-loopが球から離れてしまうと次のvortex-loopが形成されるがその位置は前にできた位置と反対側となる。このvortex-loopの形成過程が粒子の沈降中に繰り返されることになる。図-3は渦管の発生周波数のストローハル数(St_v)をAchenbach⁵⁾がまとめたものに著者等の実験結果とPao & Kao⁸⁾の

実験結果を付け加えたものである。渦管の発生周波数は、2つの渦管の発生する時間間隔の逆数で定義した。他の研究者の場合も同様な定義であるが、Magarvey & Bishop⁶⁾の研究ではその点が明確でない。図-3によれば、球粒子の場合、渦管の発生に関するストローハル数は、 Re が $Re < 10^4$ の範囲では Re の関数となり、 $Re > 10^4$ の領域ではほぼ一定値0.2とることがわかる。Achenbach⁶⁾、Taneda⁷⁾によれば St_v の測定可能な Re の上限は 3.5×10^5 で、この値は境界層の剥離が層流剥離が乱流剥離に移行する Re に対応する。 St_v の値は $Re \div 5 \times 10^3$ の付近で不連続な性状を示すが、 St_v の遷移域の明確な規定は示されていない。球粒子の場合、 St_v の値は図-3のような特性を示すがその原因は明らかではなく、今後検討されるべき問題である。

vortex-loopが形成される際に生ずる粒子の横ゆれに関し、vortex-loopの形成位置と粒子の横ゆれの方角の関係を図-2に示す。横ゆれには次の特徴がある。

- (1) 粒子はvortex-loopが形成された側の反対側へ移動する。
- (2) vortex-loopの形成時に必ずしも粒子は横ゆれするとは限らない。

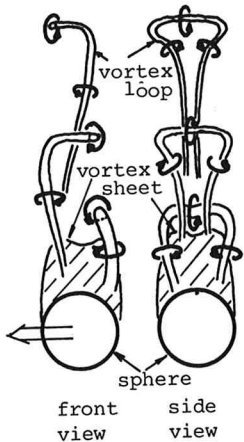


図-2 vortex loop
形成の模式図

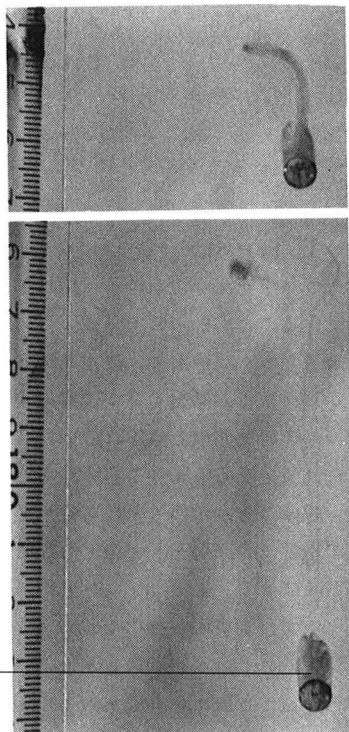


図-2 vortex loop

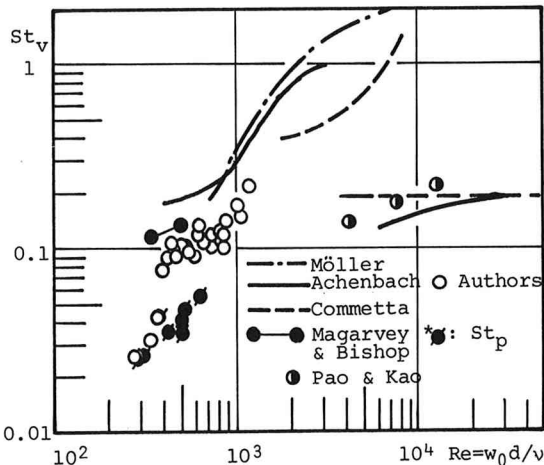


図-3 渦管の発生に関するストローハル数

図-3の/印は粒子の横ゆれに関するストローハル数(Stp)を示しているが、Reが増加するにつれてStvとStpの値に違いが現われてくるのがわかる。StvとStpの値が等しい場合の粒子の比重は1.04であり、それが1.1程度になると、両者に差異が現われることから、粒子の比重が横ゆれを規定する重要な因子となることが考えられる。vortex-loopの形成時に粒子が全く横ゆれしないというのではなく、粒子の比重が大きくなると、横ゆれの程度が小さくなる場合が多く、肉眼で横ゆれと感知できない場合が増え、このことがStpの値が減少する一因となっている。

図-4はストロボ写真撮影された沈降粒子の運動軌跡の一例である。(a)は7mmビーズ球の場合であり、(b)は直径7mm長さ14mmのアクリル円筒形粒子の場合である。写真右側が正面からみた粒子の軌跡で、左側が平面鏡を利用して同時撮影した側面の粒子の軌跡である。球粒子の場合も円筒形粒子の場合も横ゆれが左右交互に起こっていることがわかる。この運動をwave motionと呼ぶことにする。円筒形の場合、直径dに比して長さlが長くなるほどwave motionは安定となる傾向がある。l/dが1.5以下になると、円筒の長さ方向に回転するようになり、運動の不確実性が増す。l/d=2の場合、円筒の運動は投下方法に影響されず全てwave motionとなる。表-2は球粒子の場合の横ゆらぎの特性量の平内値、標準偏差等を無次元化として表わしたもので、zとyaは図-5で定義された量である。Rzyはzとyaの相関係数である。表-3に円筒形と立方体の粒子の場合のzとyaの統計量と $Stl=(l/2Tw_0)$ で定義されるストローハル数を示した。球粒子の σ_z/d 、 σ_{ya}/d を比べると円筒形粒子のほうが値が小さい。このことは円筒形のwave motionが粒子の形状に限定された、かなり規則性のあるものであることを示している。一方、立方体の運動にはwave motionは見られず、立方体が自身で回転し不規則的に運動方向が変化する。

立方体は球や円筒形の場合とは運動の形態が本質的に異なると考えられる。表-4は125コマのフィルムから球粒子の場合の横ゆれの運動形態を分類したものである。表中、「wave motion」は横ゆれが左右交互に起こった場合を示し、「front」はwave motionが正面にのみに見られた場合「side」は側面のみに見られた場合、「both」は両面に見られた場合を意味する。また、「plane rotation」はwave motionの起こっている面が鉛直軸の周りに回転した場合、「spiral」は粒子がらせん状に回転しながら沈降する場合である。表-4から、球粒子の場合の

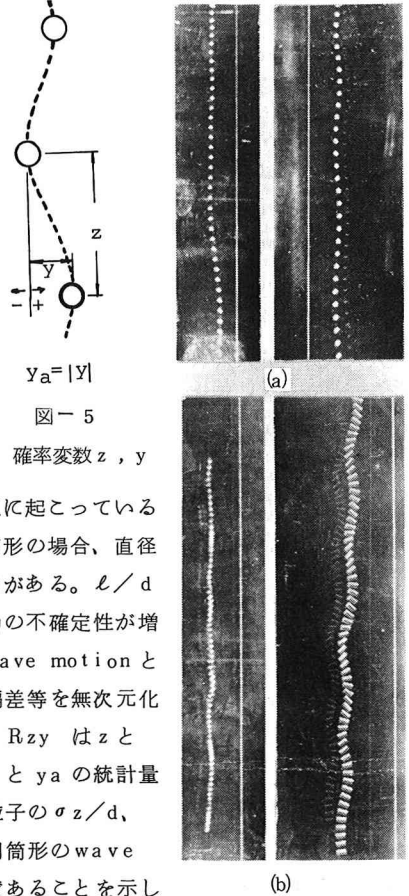


図-4 粒子の落下軌跡

図-5 確率変数 z, y

表-2 球粒子の横ゆれの統計量

Case	Material	$\bar{z}/d$	σ_z/d	$\sigma_z/\bar{z}$	$\bar{y}_a/d$	σ_{y_a}/d	$\bar{y}_a/\bar{z}$	Rzy
Front								
1	B-3.7	22.8	13.38	0.59	1.00	0.73	0.044	0.45
2	B-5.1	28.2	16.75	0.59	1.40	1.01	0.050	0.23
3	B-7.0	20.9	9.9	0.47	1.43	0.78	0.067	0.55
4	B-10.8	19.5	9.40	0.48	1.21	0.92	0.062	0.60
5	A-3.0	33.6	17.41	0.52	2.03	1.43	0.060	0.59
6	A-6.2	16.8	5.03	0.30	1.29	0.70	0.074	0.27
7	A-9.4	17.1	6.49	0.38	1.09	0.72	0.064	0.43
8	A-12.6	14.4	4.78	0.33	1.08	0.72	0.075	0.65
9	S-3.0	96.8	53.09	0.55	2.95	2.48	0.030	0.44
10	S-5.0	60.5	29.2	0.48	2.40	1.75	0.039	0.67
11	R-24.8	8.4	2.15	0.26	1.20	0.69	0.14	0.53
Side								
2	B-5.1	32.3	22.41	0.69	1.63	1.19	0.051	0.27
3	B-7.0	21.5	8.81	0.41	1.43	0.83	0.064	0.23
4	B-10.8	20.5	8.88	0.43	1.28	1.35	0.062	0.30
6	A-6.2	17.4	6.06	0.35	1.49	0.73	0.049	0.07
7	A-9.4	18.3	6.92	0.38	1.09	0.71	0.060	0.43
8	A-12.6	15.8	4.40	0.28	1.28	0.73	0.081	0.56
10	S-5.0	65.8	32.8	0.50	2.00	1.53	0.030	0.47
11	R-24.8	9.5	2.64	0.28	1.07	0.64	0.11	0.56

横ゆれはwave motion が圧倒的に多いことがわかる。spiral motionは10%程度であり、横ゆれの方向が不規則な場合は10~20%程度しかない。ここでいう

wave motion というのは、厳密な周期運動ではなく、横ゆれの時間間隔やゆれ幅の大きさ自体は1回1回変化している。このwave motion はかなり2次元的なものであることも表-4からわかる。また表-2に示した相関係数はほとんどの場合0.5付近の値をとり、横ゆれが起る間隔 z とゆれ幅 y_a との間にはかなり強い相関があり、両者を独立な確率変数として、取扱うのは不適当と考えられる。また粒子の横ゆれ運動をブラウン運動のアナロジーとして取り扱った方法もあるが、粒子に働く力に比して粒子の慣性が十分大きいときはその取り扱いは可能であっても、粒子の大きさと渦管の大きさに大きな差がない場合、粒子に働く力がGauss過程をなし、そのスペクトルが白いと仮定するのは無理と思われる。今回の結果はこの議論の有力な傍証と考えられる。

図-6は球粒子の場合の $[z]$ の頻度分布を粒子の比重別に示したものである。比較のため $[z]$ は $\bar{z}$ で無次元化してある。分布形は比重が同一の場合類似したものとなり比重による違いが認められる。分布形は比重が大きい粒子ほど、また粒径が小さいほど長いすそをひく傾向がある。この傾向は表-2における $\sigma_z/\bar{z}$ の傾向と対応している。粒径が小さい場合にはゆれ幅が小さくて横ゆれと判断できない場合が多く、また比重が大きい場合には沈降速度が大きいので z と y の比が大きくなり運動軌跡がなだらかなり横ゆれの判定が難しい。図-7はビーズ球の場合の横ゆれ幅 y の頻度分布を示したものである。横ゆれ幅の最大頻度は $y/\bar{y}_a=0$ の付近ではなく $y/\bar{y}_a=1$ の付近にあることがわかる。他の球粒子の場合も同様な傾向を示した。今回の実験結果からは、粒子の横ゆれの分布として指数分布を適用できないと判断される。

球粒子の横ゆれの平均時間間隔 $\bar{t}$ により計算された粒子の横ゆれSt数(St_p)とReとの関係を図-8に示す。比較のため、液体粒子の場合には、渦管の発生St数(St_v)と粒子の横ゆれに関するSt数(St_p)の両者を示した。固体粒子に関しては、渦管の発生周期を測定していないので直接には比較できないが、図-3の St_v と比較すると、実験の範囲では、 St_p は St_v に比してその値が1オーダー小さい結果となった。この傾向は粒子の比重が大きいほど顕著である。また St_p は同一比重の粒子の場合Reに対して非減少の傾向がある。

4 理論的考察

球粒子の沈降に伴う横ゆれの運動は全くランダムなものではなく、かなり相関のつよいwave motionであることが明らかになった。しかし、このwave motionの平均波長に対応する横ゆれの St_p が渦管発生 St_v より1オーダー小さな値であるという結果が得られ、粒子のwave motionを支配する力学的機構の解明が新たな重要課題として生ずる。この問題は従来から有力な手がかりがつかめていない。ここでは、その解明の第一歩として図-8の定性的な説明を試みる。同一のRe数において横ゆれの St_p が比重の大きい粒子ほど小さくなる理由を考える。渦管発生 St_v は一定とする。いま粒径、比重が d_1, σ_1 なる球と d_2, σ_2 なる球の2つを考える。渦管の発生の時間間隔を t とすると、その間に粒子が損失するエネルギー ΔU は

表-3 円筒形粒子と立方体粒子の横ゆれの統計量

	$d \times 1$ (mm)	$\bar{z}/d$	σ_z/d	$\sigma_z/\bar{z}$	$\bar{y}/d$	σ_{y_a}/d	$\bar{y}_a/\bar{z}$	St_1
Drum								
A	7×7	9.9	5.92	0.60	1.79	1.7	0.18	0.05
A	7×10.5	10.5	2.24	0.21	1.35	0.90	0.13	0.07
A	7×14	9.9	1.97	0.20	1.02	0.23	0.10	0.10
A	10×15	10.6	2.30	0.22	1.42	0.95	0.13	0.07
A	5×10	9.7	2.69	0.28	1.03	0.19	0.11	0.10
C	5×10	10.9	2.38	0.22	1.17	0.41	0.10	0.09
S	5×10	19.8	3.20	0.16	1.28	0.29	0.07	0.05
Cube								
Alm	7×7	2.6	13.4	0.52	4.2	4.0	0.16	0.02

表-4 球粒子の横ゆれの運動の分類 (%)

Case	Material	Wave-motion	front	side	both	plane-rote	spiral
1	B-3.7	36.4					
2	B-5.1	76.0	29.0	6.0	18.0	16.0	7.0
3	B-7.0	94.4	16.0	6.4	49.6	8.8	13.6
4	B-10.7	85.6	30.4	16.0	23.2	12.0	4.0
5	A-3.0	28.8					
6	A-6.2	88.8	12.8	10.4	56.8	4.8	4.0
7	A-9.4	82.4	28.8	19.2	16.0	9.6	8.8
8	A-12.6	100	23.0	16.0	45.6	5.6	9.6
9	S-3.0	24.0					
10	S-5.0	72.8	34.4	11.2	21.6	3.2	2.4
11	R-24.8	99.2	11.0	8.8	43.2	7.2	30.4

$$\Delta U = mgw_0 t = \pi / 6 \cdot (\sigma - \rho) g d^3 w_0 t \quad (1)$$

である。また2つの粒子で、渦管の St_v と粒子 Re 数が同一になる条件より(2)式、(3)式が得られる。

$$w_0 t = d / 2 C_1 \quad (C_1 : \text{定数}) \quad (2)$$

$$(\sigma - \rho) d^3 = C_2 \quad (C_2 : \text{定数}) \quad (3)$$

(2)式、(3)式を(1)式に代入すれば $\Delta U \propto d$ なる関係が得られる。いま渦管のエネルギーを U_v とし、 $U_v \propto \Delta U$ と仮定すれば、 U_v は粒径 d に比例することになる。簡単のために渦管を図-9に示すようなvortex ringと考え、ring径を d_v とし $d_v \propto d$ とすると、渦管の強さ Γ は次式で与えられる。

$$\Gamma \propto (U_v / C_3 d_v)^{1/2} \quad (C_3 : \text{定数}) \quad (4)$$

よって渦管の強さ Γ は粒径によらないことになる。いま粒子の横ゆれに対しては渦管によって誘起される渦管近傍の流れが支配的な役割をまると考える。渦管の半径を a とすると、渦管近傍に誘起される流速 u と Γ には、 $U \propto \Gamma / (2\pi a)$ なる関係がある。粒子表面の単位面積に作用する圧力 p が $p \propto \rho u^2$ で表わされるとすれば、 Γ が d によらないことから p は粒径、比重によらないことになる。粒子に作用する渦管の長さが粒径に比例すると考えると、結局渦管が粒子に及ぼす力 F は $F \propto pda \propto d$ となる。一方、粒子の横方向の運動量の関係から、 Δt 時間中に力 F が粒子に作用した時、粒子に与えられる横方向速度は $v = F \cdot \Delta t / M$ で与えられる。ここで $M = (\pi/6) \cdot (\sigma + 1/2\rho) d^3$ である。渦管が粒子に作用する時間 Δt は粒子の沈降速度に逆比例すると考え、粒子 Re 数が等しい条件を考慮すると2つの粒子が渦管から与えられる横断方向速度の比は最終的に

$$\frac{v_1}{v_2} \propto \frac{F_1 \Delta t_1 M_2}{F_2 \Delta t_2 M_1} \propto \left(\frac{\sigma_1 - \rho}{\sigma_1 + \rho} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{\sigma_2 + 1/2\rho}{\sigma_1 + 1/2\rho} \right) \quad (5)$$

で与えられる。(5)式に実験に用いた粒子の比重を適用し

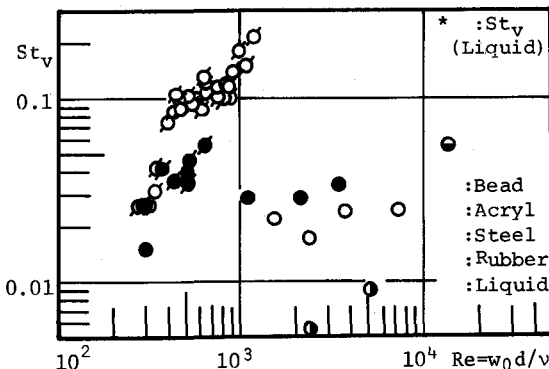


図-8 粒子の横ゆれのストローハル数

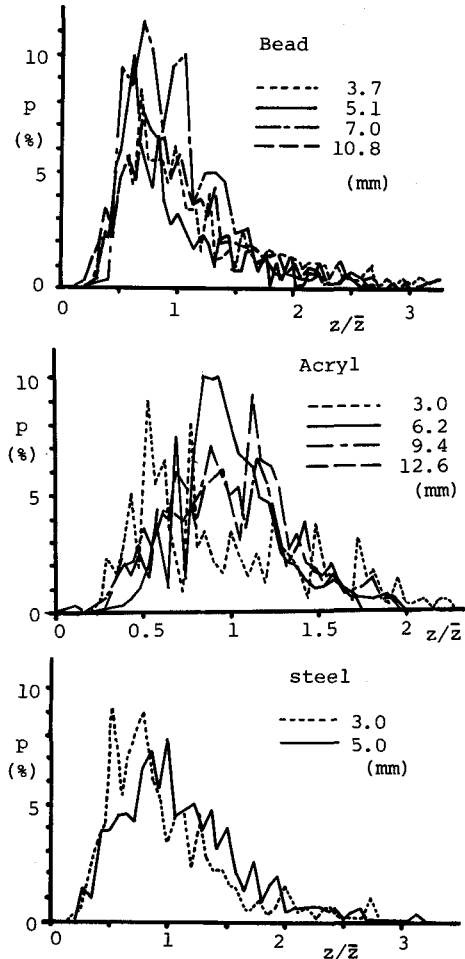


図-6 球粒子の $z/\bar{z}$ の分布形

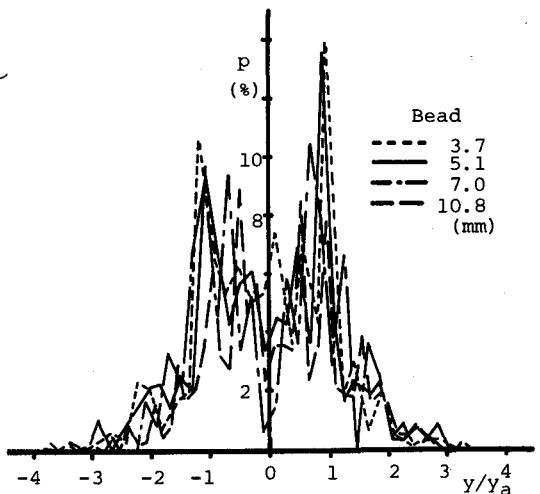


図-7 横ゆれ幅 y/ya の分布形

て v_1/v_2 の比を計算すると、粒子 Re 数が同一の場合には $\sigma_2 > \sigma_1$ ならば $v_2 < v_1$ なる結果が得られた。このことは、1つの渦管の発生に対して粒子の比重が大きいほど横方向の応答が鈍く、与えられる横方向速度が小さいことを意味しており図-8の間接的な説明となる。表-5は球粒子の場合の横ゆれの平均時間間隔 $\bar{T}$ と $\bar{v} = \bar{y}a/\bar{T}$ で定義される粒子の横ゆれの平均速度を示したものである。渦管の発生周期は粒子密度が大きいほど小さいが、 $\bar{T}$ の値は鉄球のほうがビーズ球より大きくなっている。密度の大きな粒子ほど渦管から力を受ける回数が多いのにもかかわらず、横方向に動き出しにくく、逆に一旦速度をもった粒子は静止しにくいことがわかる。

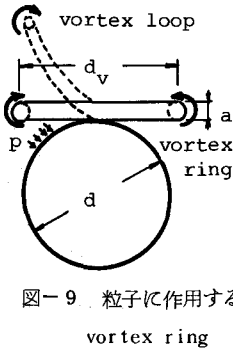


図-9 粒子に作用する vortex ring

表-5 横ゆれの平均時間間隔と平均速度

Case	Material (mm)	Re	St	$\bar{T}$ (sec)	$\bar{v}$ (cm/s)
1	B-3.7	1590	0.022	0.197	1.87
2	B-5.1	2430	0.017	(0.21)	(3.4)
3	B-7.0	3870	0.024	0.264	3.79
4	B-10.8	7360	0.026	0.306	4.27
5	A-3.0	310	0.020	0.65	0.94
6	A-6.2	1110	0.030	0.58	1.34
7	A-9.4	2170	0.029	0.70	1.46
8	A-12.6	3415	0.035	0.797	1.71
9	S-3.0	2430	0.005	(0.26)	(3.4)
10	S-5.0	5175	0.009	0.29	4.13
11	R-24.8	13100	0.056	0.39	7.63

合の横ゆれの平均時間間隔 $\bar{T}$ と $\bar{v} = \bar{y}a/\bar{T}$ で定義される粒子の横ゆれの平均速度を示したものである。渦管の発生周期は粒子密度が大きいほど小さいが、 $\bar{T}$ の値は鉄球のほうがビーズ球より大きくなっている。密度の大きな粒子ほど渦管から力を受ける回数が多いのにもかかわらず、横方向に動き出しにくく、逆に一旦速度をもった粒子は静止しにくいことがわかる。

次に、密度が同一で粒径のみが異なる場合の渦管から受ける横方向速度について考える。一つの渦管の発生から次の渦管の発生に間に損失する粒子のエネルギー ΔU は、渦管の発生の St 数が粒子 Re 数によって変化するので次のように表わされる。

$$\Delta U \propto d^4 / f(Re) \quad (6)$$

ここに $f(Re) = Stv = d/2tw_0$ である。渦管のエネルギー Uv が ΔU に比例すると考え、前と同様に考えてゆくと、最終的に、粒子に与えられる横方向速度は次の式で表わされる。

$$v \propto d^{1/2} / f(Re) \quad (7)$$

$f(Re)$ と Re の関係が現在までのところ明らかでないが、 $Stv = f(Re)$ が粒子 Re 数によらないとすれば v は d の $1/2$ 乗に比例することになる。また表-5の $\bar{v}$ の値の特性として、粒子の密度が大きいほど $\bar{v}$ が大きくなっており、粒子の横方向の運動が渦管に帰因することを考慮すると、同一密度の粒子では渦管から受ける運動量は粒径が大きいほど大きくなることがわかる。このことは1つの渦管によって与えられる粒子の横方向速度が d に対して非減少的な性質があることを示しているもので、図-8における密度が同一の場合の Stp と Re 数との関係の間接的な説明になっていると思われる。

5 あとがき

以上、かなり大胆な仮定を用いて図-8の定性的な説明を行なった。渦管の可視化実験と横ゆれの統計的性質を調べる実験からつぎのことが明らかにされた。(1) 粒子密度が小さい場合には横ゆれは渦管の形成に追従して起こるが、粒子密度が大きくなるにつれて追従しなくなり、渦管の発生の Stv と粒子の横ゆれの Stp に差が生じてくる。粒子 Re 数が 10^3 の範囲では $Stv/Stp > 10$ である。(2) 一般的な傾向として、粒子密度が小さく粒径の大きな粒子ほど横ゆれの Stp は渦管発生の Stv に近づいてゆく。(3) 粒子の横ゆれ運動は2次元的な wave motion が支配的となり、ゆれの時間間隔とゆれ幅の相関が強い。

粒子の横ゆれは渦管の発生と深い関係が認められているのにもかかわらず、横ゆれの平均波長が、渦管の発生周期より1オーダー大きな値となり、この点の合理的な説明が今後の課題として残された。

参考文献

- 1) Nakagawa, H. & Otsubo, K. (投稿中)
- 2) 箭内, 1960, 土木学会論文報告集, №69
- 3) 吉川, 福岡, 吉川, 1976, 第20回水理講演会論文集, pp.115-120
- 4) 田中, 小森, 和田, 1978, 第22回水理講演会論文集, pp.155-160
- 5) E. Achenbach, 1974, J. F. M., vol. 62
- 6) R. H. Magarvey & R. L. Bishop, 1961, The Physics of Fluids, vol. 4, №7
- 7) S. Taneda, 1978, J. F. M., vol. 85
- 8) H. P. Pao & T. W. Kao, 1977, The Physics of Fluids, vol. 20, №2