

固体に作用する水面衝撃力

Water Impact Load of Rigid Body

立命館大学理工学部 大同淳之

1. はしがき

物体が流体に衝突するあるいはその逆の場合の現象は数多くあるが、そこで問題となるものに、水面衝撃によって物体の受ける力および非定常流下におかれた物体の受ける力がある。これらのうち、ここでは、静止水面に、物体が衝突した場合の水面衝撃力を取りあげる。水面衝撃の問題は、解析的には、自由水面のある非定常流の問題と解することができる。したがって衝撃力の値は、仮想質量をいかに正確に算定するかという問題になる。仮想質量は、非定常流下における物体の移動によって誘起される流体運動によって生ずるので、この質量の正確な算定は、物体のまわりの流れの解析が必要である。流れの解析はポテンシャル流れとみなして十分であるという研究があるが、本研究では、あらかじめ仮想質量を仮定し、解析的に得られた力と実測値とを比較し、最初仮定した仮想質量の妥当性を検討し、今後物体のまわりの流れの解析を行うときの参考にせんとした。

2. 従来の研究

着水衝撃の問題は、最初Karman¹⁾によって楔形の2次元物体について取扱れた。その考え方は、物体がある速度をもって着水し、沈んでいくとき、静水面にある物体の断面積が時間の関数であることに着目し、これを仮想質量の概念を結びつけることによってなされた。物体の着水前の運動量 Mw_0 は、着水後に物体の運動量 mw と流体によって与えられた運動量 $m_v v$ との和になると考えた。

$$Mw_0 = (M + m_v)w \quad (1)$$

m_v は、物体の形によってきまる時間の関数である。

2次元楔形の場合に、Karmanは、 $m_v = (1/2)\rho\pi c^2$ 、ここに c は、自由水面における物体の接水幅、とした。この m_v は半径 c の円筒形の水の質量の1/2と等価である。そこで(1)式より、衝撃力 p を

$$p = \frac{w_0^2 \cot \beta}{\left(1 + \frac{r\pi c^2}{2W}\right)} \cdot \rho\pi c \quad (2)$$

と表わした。ここに W を物体の重量、 w_0 は着水速度、 r は ρg である。

Wagner²⁾は、物体の接水幅を c として、物体の厚みの影響を無視して平板と考え、平板にあたる流れと考えて、静水圧が零の位置における水の水速 v_y を $v_y = w/\sqrt{1 - (c^2/x^2)}$ と表わして、水面の盛り上りを考慮に入れた。水の盛り上り高さ η を、

$$\eta = \int_0^t v_y dt = \int_0^t \frac{w \cdot dt}{\sqrt{1 - (c^2/x^2)}} = \int_0^c \frac{w}{dc/dt} \frac{dc}{\sqrt{1 - (c^2/x^2)}} \quad (3)$$

と c の関数で表わし、仮想質量は、盛り上った静水面での接水幅をもつ平板の仮想質量の1/2で表わすことにした。その結果、衝撃力 p を

$$p = \frac{\pi\rho c w_0^2}{\{1 + (\pi\rho c^2/2M)\}u} \quad (4)$$

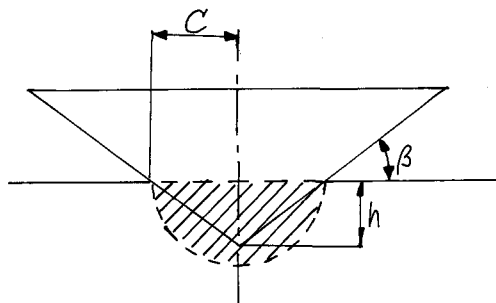


図1. 2次元楔形物体

と表わした。

平野³⁾らも、三次元対称形物体の任意の時間における仮想質量 m_v が、常にその時間における接水面における物体の半径を同じ半径の円板の仮想質量の1/2をとり、(1)式による加速度を求めて、実験の結果と比較している。このように、二次元楔形の場合比較的問題を簡単に処理できるので、底面の傾き角 β の効果を入れた解析⁴⁾が行なわれている。

一方、実験的研究については、Richardson⁵⁾が、半球体を自由落下させ、仮想質量を λc^3 と表わして、測定値との比較を行なっている。その結果によると、仮想質量が着水速度 w_0 が4m/secのときは $\lambda_4 = 1.8$ 、 $w_0 = 40$ m/secのときは $\lambda_{40} = 2.7$ と、仮想質量が w_0 の関数となっている。 $w_0 = 4$ m/secのときについて半球の体積と比較すると、この値は、半球の体積係数 $(2/3)\pi$ より小さく、半径 c の仮想質量の半分 $(4/3)\pi$ よりも大きい。

仮想質量力は、物体の移動に伴ってそのまわりの流れを起こすに要する力であって、その解析は、流れの機構の解明に着目すべきであるが、ここでは、あらかじめ仮想質量を仮定して、その結果得られる力と実験値との比較を行って、従来の考え方が正しいかどうか検討を行なった。

3. 水面衝撃の実験

3.1 実験の方法

実験は、60×60×100cmの水槽の水面から任意の高さより、球および円柱を自由落下させて水面に衝突させた。着水速度 w_0 は0～396cm/secである。球については、水面衝撃前後の速度を、450コマ/secのカメラで、円柱について、円柱に内蔵した加速度計で加速度を測定し、それぞれについて Δt 毎の速度差を求めて、運動量の差から衝撃力を求めた。

3.2 衝撃前後の状態

実験において観察された現象のうち、特に注意すべきものは、つぎのとおりである。

ⅰ) 速度の時間的変動

ある着水速度で水中に入った物体は、減速、加速を交互にくり返しながらか最終速度に近づく。この現象は流体との比重差の少ない球の場合に顕著であったが、質量差の大きい円柱の場合でも、図2に示すように存在することが見出された。球の場合は、フィルムの最小間隔内での速度変化は不明であるが、同じような挙動を示していると考えてよい。

ⅱ) 物体のまわりの水面上昇と背後の空洞の形式

球の場合は、衝撃時に球のまわりの水面の盛上りは顕著でないが、衝撃面積の大きい円柱の場合は、衝撃の初期には、物体のごく近傍の限られた部分の水面が盛上って、飛沫を形成し、また物体が水に浸したあと物体の背後に空洞が形成される。

表1 実験に用いた落下体

	直 径 a (cm)	高 さ h (cm)	質 量 M (g)	密 度 σ (g/cm ³)
球	2.54	—	9.678	1.12
円 柱	12.0	10.0	3369.	
"	9.0	10.0	2860.	
"	6.0	10.0	2531.	

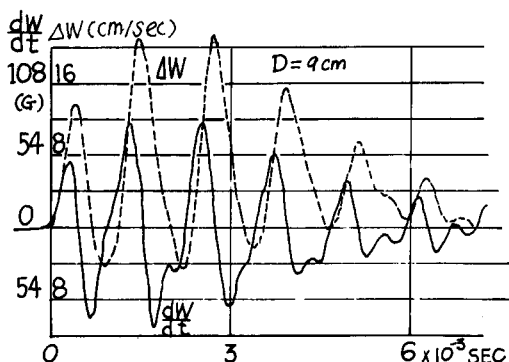


図2. 円柱着水時の加速度と速度の変化の1例

4. 水面衝撃の解析

4.1 物体の接水幅が浸水深さの関数のとき

ⅰ) 仮想質量の仮定とその検定

従来の研究にしたがって、球のような三次元対称形のときも、接水面の物体幅と同じ半径の円板の仮想質量の1/2とすることが考えられる。

半径 r の円板の仮想質量 m_v は、Lamb によると、

$$m_v = \frac{2}{\pi} \left(\frac{4\pi}{3} \rho r^3 \right) \quad (5)$$

と表わしている。上の考えによると、球の仮想質量を

$$m_v = (4/3) \rho r^3 \quad (6)$$

とすることができる。水面衝撃力は、仮想質量の運動量 $m_v w$ を時間で微分することによって得られる。物体の接水幅 c の広がる速度 dc/dt と速度 w との比を $u = w/(dc/dt)$ と表わして、衝撃力 p を求めると、

$$p = \frac{4\rho}{3} \left\{ 3r^2 \frac{w^3}{u} + r^3 \frac{dw}{dt} \right\} \quad (7)$$

$dw/dt = -p/M$ を (7) 式を代入すると、

$$p = 4\rho r^2 w_0^{3/2} / \left\{ \left(1 + \frac{m_v}{M} \right)^3 \cdot u \right\} \quad (8)$$

球の場合、浸水深さ h と球の半径 R との間には $r = \sqrt{h(2R-h)}$ の関係があるので、これを代入し $h/R = \delta$ 、 $p/\rho\pi R^2 w_0^2 = F$ と表わすと、

$$F = \frac{4\delta(2-\delta)\pi(\sigma/\rho)^3}{\{(\sigma/\rho)\pi + \delta^{3/2}(2-\delta)^{3/2}\}^3 \cdot u} \quad (9)$$

となる。球の場合、 $u = \sqrt{\delta(2-\delta)}/(1-\delta)$ となるので、

$$F = \frac{4\sqrt{\delta(2-\delta)}(1-\delta)\pi(\sigma/\rho)^3}{\{(\sigma/\rho)\pi + \delta^{3/2}(2-\delta)^{3/2}\}^3} \quad (10)$$

となって、衝撃力 F が δ の関数として表現される。いくつかの σ/ρ については、 F と δ の関係を求めると、図3となる。

Richardson は、球の仮想質量を接水面における断面を半径とする半球の体積 $2\pi r^3/3$ としている。この考え方で、上と同様に F を求めると、

$$F = \frac{2[\sqrt{\delta \cdot (2-\delta)} \cdot \sqrt{1 - \{\delta(2-\delta)\}}]}{\left[1 + \frac{1}{2} \{\delta(2-\delta)\}^{3/2} \right]^3} \quad (11)$$

となる。

また、仮想質量 m_v を水中の物体と同じ体積に比例するとすると、

$$m_v = k \cdot \frac{\rho\pi}{3} h^2 (3R-1) \quad (12)$$

となる。ここに k は仮想質量係数である。 $k=1$ として、 p を求めると、

$$F = \frac{\delta(2-\delta)}{\left\{ 1 + \frac{\rho}{4\sigma} \delta^2 (3-\delta) \right\}^3} \quad (13)$$

と表される。もとより、これらの相違は、仮想質量の仮定の違いによる dc/dt の相違を表わすにすぎないので、本質的な違いではない。

これらの仮定の妥当性を実験値との比較で行った。

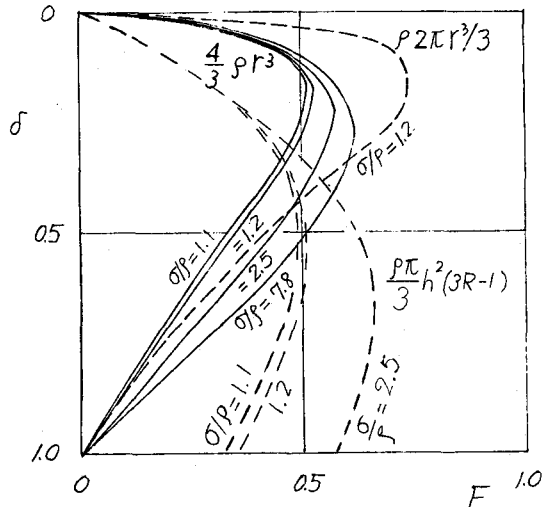


図3. 各質量係数における δ と F の関係

球の場合、フィルムの撮影間隔 Δt の前後の運動量の差から求めたものため、衝撃力が Δt の間の平均値であるのに対し、(10)式等の F は任意の δ における F であるため、任意の δ までの F の平均値 $\bar{F}$

$$\bar{F} = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} F d\delta \quad (14)$$

を求めて、比較を行った。 $\bar{F}$ と δ との関係を図 4 に示す。測定値と計算値の比較を図 5、6 に示す。図 5 と 6 の比較によると、着水深 δ が小さいときは、仮想質量を、水中の体積に比例すると考えたほうが、仮定値と実験値とのずれは少ないことがわかる。その意味で、Richardson の仮定は、着水直後ではずれが大きいといえる。

ii) 衝撃力の抗力表示と、仮想質量係数

(10) 式の解析にしたがうと、衝撃力 p は、着水速度 w_0 の 2 乗に比例することになり、抗力と同じように

$$p = c_M' \left(\frac{\rho}{2} \right) \pi R^2 w_0^2 \quad (15)$$

と表現することができる。この定義にしたがうと、(10) 式の F は、 $c_M'/2$ に相当し、図 5 より、 $c_M' = 0.8 \sim 1.0$ であるといえる。

またこの衝撃力 p を、非定常流下における力として

$$p = c_M m \frac{dw}{dt} \quad (16)$$

と表わす。この式で、 m は物体の排除した水の質量にとり、 dw/dt をフィルムより読みとり、 c_M を求めてみる。 p が δ の関数であるから c_M も δ の関数となり、 $dw/dt = w/(dw/ds)$ ここに S は球の沈降径路として、(15) 式、(16) 式と等値すると

$$c_M \frac{R}{w} \frac{dw}{ds} = \frac{3\pi F}{4\{\delta(2-\delta)\}^{3/2}} \quad (17)$$

となる。(17) 式の関係を図 7 に示す。この関係を実験値と比較するため、(17) 式の F を $\bar{F}$ でおき換え、測定値から求めた $c_M(R/w)(dw/ds)$ と比較すると図 8 をうる。測定値が δ の大きさに変わる傾向は、(17) 式の表現とよく一致する。この場合でも、 δ の小さい領域での一致の度合は、浸水体積そのものを用いた場合が良い。

なお、(16) 式の定義にしたがって仮想質量係数を求めると、図 9 のように、 δ の関数として表される。

図 6. 実験値と計算値の比較

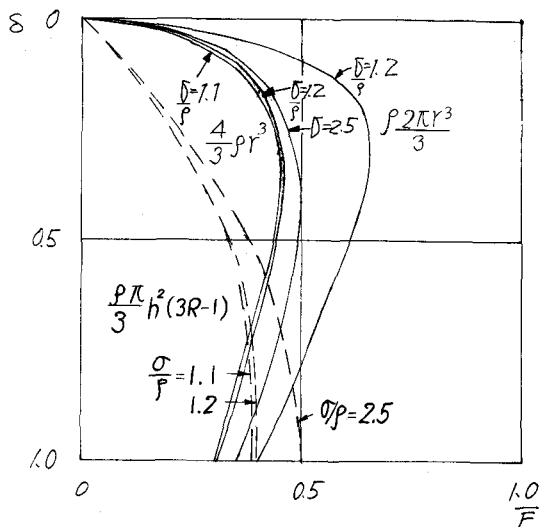


図 4. δ と $\bar{F}$ の関係

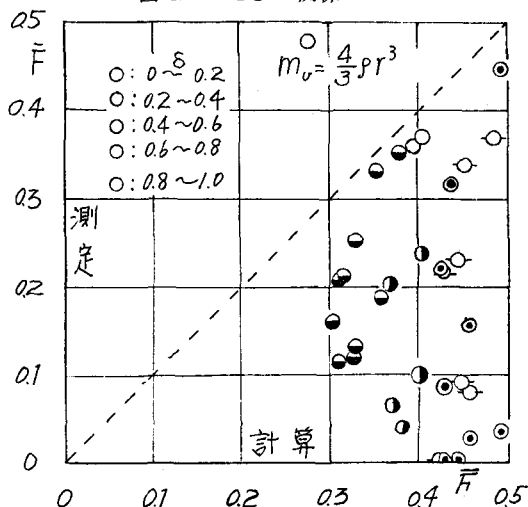
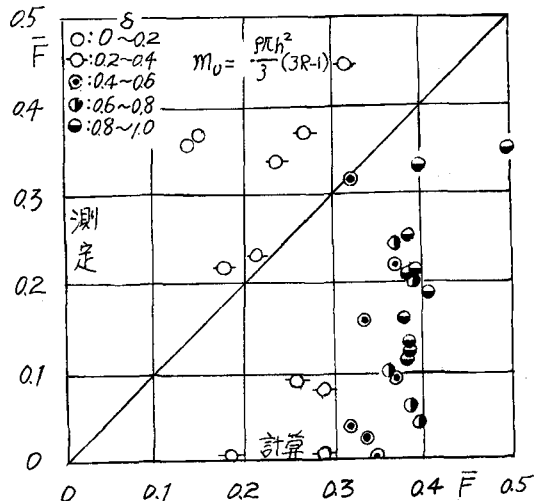


図 5. 実験値と計算値の比較



4.2 物体の接水面が一定の場合

接水面の大きさが一定のとき、4.1の解析法は簡単になる。しかし、観察によると、流れのはくりの状態は、球の場合には δ が1を越えてから生じているが、円柱の場合は物体の先端から生じており、この影響が衝撃力に表われることが予測される。解析的には、最大加速度は、平面が衝突したときに生ずるにもかかわらず、実際には、円筒形の場合にも、先端がいくらか水中に浸したときに最大加速度が生じている。

円筒形のときは、加速度を直接測定したので、(1)式の関係から、4.1と同様に、仮想質量をあらかじめ仮定した場合の着水後の加速度を求め、実験と比較することを試みた。仮想質量の算定にあたっては、物体のまわりのはくりの大きさを考慮に入れて解析することにした。

実験において、円柱の先端から生じるはくりの形を調べると、物体方向に z 、中心からはかったはくりの幅を r とすると、図11に示すように、

$$r \propto z^{1/2} \quad (18)$$

の関係が成立する。これは流体中におかれた物質の後流の形と同じ形である。後流の形状は、

$$r/c_0 r_0 = q \cdot c^{1/2} z^{1/2} / (c_0 r_0)$$

ここに c_0 、 q 、 $c^{1/2}$ は定数で表されている。

i) はくりの形状が $r = R_0 + \Pi(c^{1/2} z^{1/2})$ と表わすとき、 $m_v = (4/3)\rho r^3$ として(1)式より

$$\frac{d\ddot{x}}{dt} = \frac{Mw_0}{M + (4/3)\rho r^3} \quad (19)$$

$\delta = z/k$, $k = R^2 h$, $\mu = W/\rho g \pi R^2 h$, $\tau = gt/w_0$, ここに z = 浸水深, R = 円筒半径, W = 円筒重量, w_0 = 着水速度とすると

$$\delta/\tau = \mu R^2 / \left[\alpha_1^3 + 2\alpha_1 k \alpha_2^{1/2} \delta^{1/2} + \frac{3}{2} \alpha_1 k^2 \alpha_2 \delta + \frac{2}{5} k^3 \alpha_2^{3/2} \delta^{3/2} \right] (4/3\pi) \quad (20)$$

この場合、加速度の最大は、 $\delta \neq 0$ において生じ、結果として、加速度の最大値は解析的に得られない。はくりの始点が、円筒の少し先端にあるとして、 $R_0 = 0$ とすると、

$$\delta_m = (1/9) \left(\frac{4}{3} \frac{\alpha_2^3}{\pi} \right)^3 \text{ のとき } (21)$$

$$\left(\frac{d^2 \delta}{dt^2} \right)_m = 0.305 R^2 \mu^{-2/5} \alpha_2^2 \quad (22)$$

となる。

ii) $r = z \cdot \tan \theta$, と表されるとき、 $m_v = \rho z^3 \tan^3 \theta$ として、

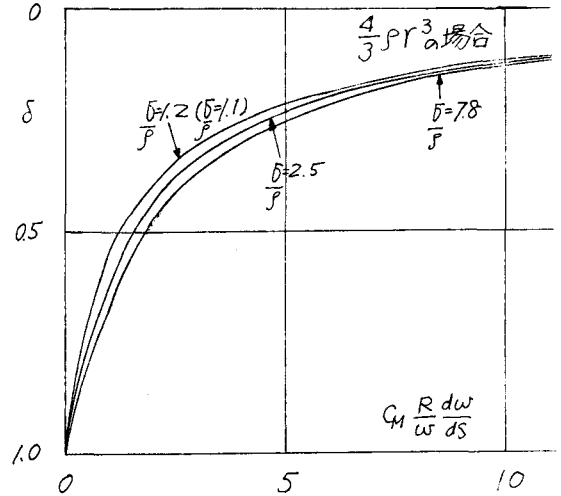


図7. 仮想質量係数 C_M の変化

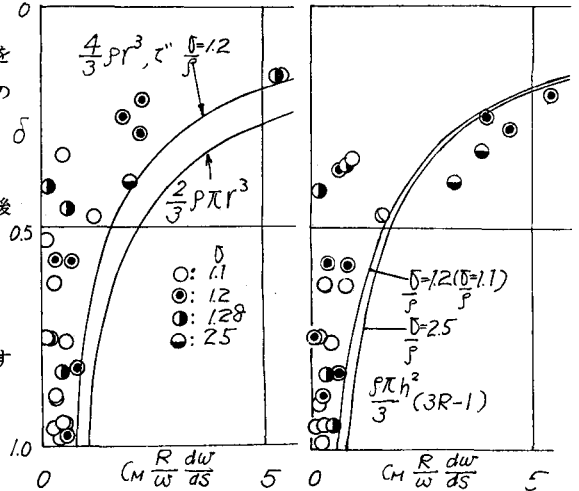


図8. 実験値との比較

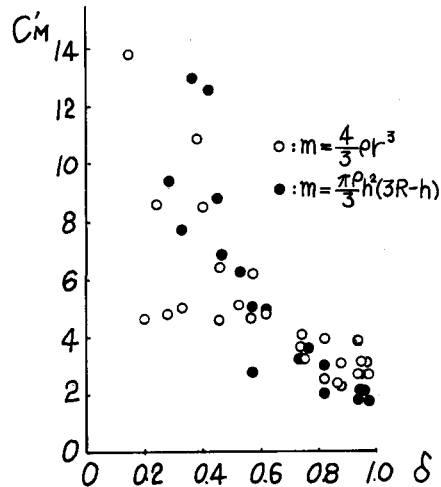


図9. (17)式による C_M の値

$$\frac{d^2\delta}{d\tau^2} = -\frac{3}{\pi} \frac{\mu^2 \Gamma^4 \cdot \tan^3 \theta \delta^2}{\left(\mu + \frac{1}{\pi} \tan^3 \theta \delta^3\right)^3} \quad (24)$$

$\delta \ll 1$ のとき,

$$\delta_m = (2\pi/7)^{1/3} \cdot (\mu^{2/3} / \tan \theta) \quad (25)$$

$$\left(\frac{d^2\delta}{d\tau^2}\right)_m = -\frac{7^{7/3} \cdot 2^{2 \times 3}}{3^5 \pi^{1/3}} (\tan \theta \mu^{-2/3} \Gamma^4) \quad (26)$$

これらの関係と測定された加速度の比較を図10に示す。図には球について求められた関係も合せて記入した。

解析した値と測定値との間にずれが見られるが、傾向としては一致しており、仮想質量を表わす式の係数を修正することにより、十分予測できることを示す。

iii) 仮想質量係数

一方、図2のような加速度記録をもとにして、速度変化を求め、(1)式の関係を用いて、仮想質量を逆算した結果、従来から云われている値よりもかなり大きい値を示した。いままでの解析で分るように、仮想質量が浸水深さによって変化し、それにつれて仮想質量係数も変化するので、差分によって逆算するところに無理があるのはいないないので、実験値による検証は十分でない。ただ、物体の運動量変化により衝撃力Fを求め、(16)式によって、仮想質量係数を求めた結果は、図のようになる。参考として掲示しておきたい。

5. むすび

i) 三次元対称形物体に作用する水面衝撃力を求めるにあたり、仮想質量を、接水面と同じ大きさの半径をもつ平板の仮想質量の1/2、接水面を直径とする半球の体積および実際に物体が排除した水の質量に比例すると考えた場合について、それぞれの衝撃力の大きさを求め、上述の考え方のうちどれが実験値に近いかを実験値と比較した。その結果、衝撃の初期では、水中で排除している水の体積に比例していると考えた場合が実験値と比較的によく一致した。

ii) 同様な方法で、加速度の関係式を求め、測定値と比較した。円筒形の場合、半径一定の条件では、水面に衝突時に加速度が最大となり、物体の性質、形状と最大加速度の関係を解析的に表現できないので、物体のまわりのはくりの部分と物体の一部とみなして取扱って、物体の性質と最大加速度との関係を明らかにした。

1) Von Karman, T.; The Impact on Seaplane Float During, NACA TN 321 (1929).

2) Wagner, H.; Über die Landing von Seeflugzeugen, ZFM, 22 Jahrg., 1, Heft. (1931) pp. 1-12.

3) 平野陽一, 三浦光亮; 着水衝撃荷重について, 東京大学宇宙航空研究所報告, 第6巻, 第3号, B (1970) pp. 763-777.

4) Richardson, E.; The Impact of Solid on Liquid Surface, Proc. Phys. Soc., vol. 61, Part 4 (1948) pp. 352-367.

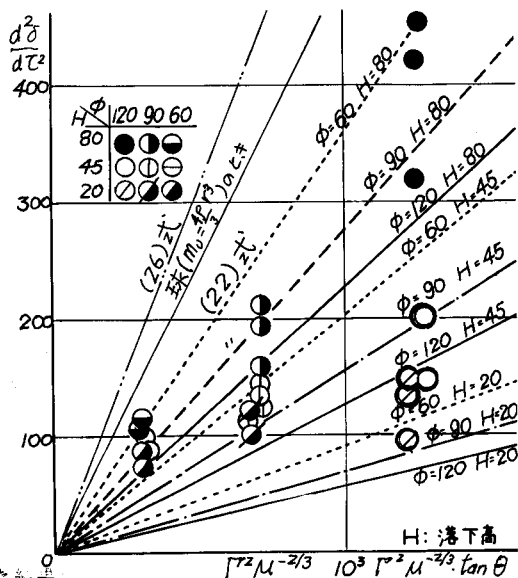


図 10. 最大加速度の比較

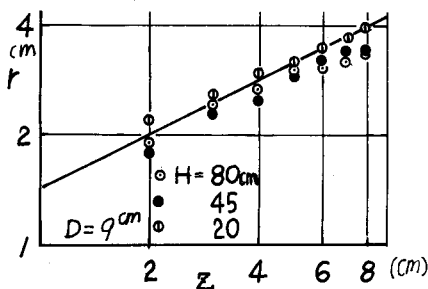


図 11. 後流のひろがりの関係

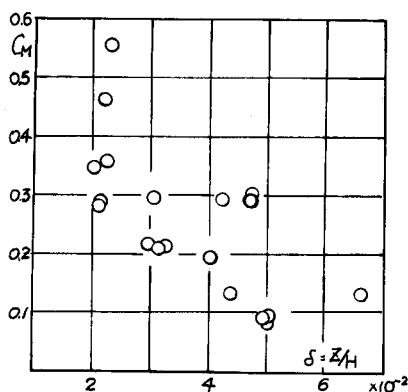


図 12. 実験値より求めた c_M の値