第23回水理講演会論文集　1979年2月

渇水持続曲線法実用化のための検討と応用例

Practical Use of Drought Duration Curve Method:Refinement & Application

山梨大学　正会員　○竹内邦良
東京工業大学　正会員　吉川秀夫

1　はじめに

先に筆者等は渇水対策のための水文学的基礎として渇水持続曲線を発案し，その利用を提唱したが（吉川・竹内，1975），実用に当っては次の2点が未解決であった．一つは貯水池下流の残流域流出として期待出来る渇水流量の見積り方並びにその給水管理への組み込み方，第二には渇水期半ばに貯水量減著しく，給水水準の変更を迫られた場合の対処の仕方がそれである．本稿はこの2点に解決策を与え，渇水持続曲線法の実用化を図るものである．

先の論文では降雨量を対象として解析したが，本稿では流量を用いる．このため多少の注意を要する．それは流量時系列は降雨の直接流出ならびにそれに続く逓減曲線（recession curve）の形で構成されているため，単純に日単位で年最少移動平均流量を計算して渇水持続曲線を描くと，recession curve の降雨直前の部分のみ集めて来たものになる．したがってこの渇水持続曲線どおりの流量時系列を想定して立案した渇水対策は，稀有のものというよりは奇態な，あり得ない時系列に基づいたものとなってしまう．この不合理に対する最もラフな回避策は，単位時間間隔を日ではなく数週，数旬というようになるべく長くとることであろう．こうすれば降雨ならびにその recession に対応する部分をはじめから平滑化して扱うことになるからである．

にもかゝわらず本稿では従来どおり日単位で扱っている．これは日単位を例えば10日に相当するものと考えればそのまゝ通用するということゝ，もう一つは適切な単位時間間隔は流域の大きさによるものであるから，一般的に10日，2週間を取れば良いなどとは言えないからである．

以下の議論は，先に発表した論文との重複を避けるため渇水持続曲線の定義，それを用いた予測流出量の依って立つ前提等省略して即本論に入るが，文字の説明のみ掲げておく．

N個のデータのうち小さい方からk番目の経験的非超過確率，すなわちこれを下廻る危険率を

$$P_k=\frac{k}{N+1} \tag{1}$$

とする．この逆数　$T_k=1/P_k$　が確率渇水年である．T_k 年渇水に対するm日平均で確保される流量を $f_k(m)$ とし，これを予測流入量として用いた場合のd日目の流入量は，

$$\hat{q}_{1k}(d)=f_k(d)\cdot d-f_k(d-1)\cdot(d-1) \tag{2}$$

である．この　$\hat{q}_{1k}(d)$　の添字1はダム地点での流入量であることを示すものである．

2　残流域からの流出の取り扱い

まず上流に一つの貯水池があり，その下流に取水点のある場合を考える．渇水持続曲線は保証される平均流出量を示すものであるが，平均である限りこれを利用するためには流量を時間的に平滑化する水利施設が必要である．ダムサイトでは貯水池がその機能を果す．ところが残流域からの流出に対しては平滑化機能を果す施設がないため，取水点で利用出来る流出量は，取水施設の能力あるいは需要量を超えることはない．すなわち残流域流出のうち利用可能な流量は取水水準を限度として，それを超える部分は無効放流される．それでは残流域流出のうち　T_k 年渇水でも必ず利用出来る流量はどれだけあるであろうか．これを渇水持続曲線　$h_k(m)$ によって表わすことにする．

残流域からの流出を q_t とする．こゝに t は日付である，取水水準がXであれば，利用可能な流量 q_t は，

$$q'_t = \min(q_t, X) \tag{3}$$

である．新しく造られた流量時系列 q'_t にもとづいて算出された渇水持続曲線が，$h_k(m)$ である．すなわち，

$$x'_j(m) = \min_{t_1, t_2 \in j\text{年の渇水期}} \frac{1}{m} \sum_{t=t_1}^{t_1+m-1} q'_t \qquad j = 1, 2, \cdots, N \tag{4}$$

$$x'_1(m), x'_2(m), \cdots, x'_N(m) \xrightarrow{\text{順序統計量変換}} h_1(m), h_2(m), \cdots, h_N(m) \tag{5}$$

但し $h_k(m)$ は $x'_j(m), j = 1, 2, \cdots, N$ の小さい方からk番目のもの．

このようにして求められた平均流量 $h_k(m)$ は，貯水池の助けなくして確保される流量であり，貯水池のある場合の平均確保流量 $f_k(m)$ とは本質的に異った内容を持っている．この点を明確に表わすため，$h_k(m)$ を残流域渇水持続曲線，$f_k(m)$ をダム地点渇水持続曲線と呼ぶことにする．

前節で $f_k(m)$ を流入量予測として用いるとしたが，全く同様に，$h_k(m)$ を残流域からの取水可能量予測として用いる．すなわち渇水期初頭からd日目に残流域流出により取水出来る流量を，

$$\hat{q}_{0k}(d) = h_k(d) \cdot d - h_k(d-1) \cdot (d-1) \tag{6}$$

と考える．こゝに添字0が残流域流出であることを示す．この仮定に基づいて T_k 年渇水期間中に給水水準Xを維持する為に必要な上流貯水池の準備貯水量を計算する．残流域からd日目には $\hat{q}_{0k}(d)$ だけ取水出来かつダム地点では $\hat{q}_{1k}(d)$ の流出があるから，その上さらに不足する分

$$X - \hat{q}_{0k}(d) - \hat{q}_{1k}(d) \tag{7}$$

を貯水池から補給すれば良い．したがって渇水期間中の総必要補給量 V_k は，

$$\left.\begin{aligned} V_k &= \max_{n \leqq n_{max}} V_k(n) \\ V_k(n) &= \sum_{d=1}^{n} \{ X - \hat{q}_{0k}(d) - \hat{q}_{1k}(d) \} \\ &= n \{ X - h_k(n) - f_k(n) \} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

となる．これが T_k 年渇水期間中給水水準Xを維持するために，渇水期初頭に確保されているべき必要準備貯水量である．

上流に複数の貯水池が並列にある場合には，残流域渇水持続曲線は一つであるが，ダム地点渇水持続曲線は複数あることになる．この場合には，各ダム地点，例えばダム地点iでは $f_k^{(i)}(d)$ だけ平均としてあると考え，その和

$$\sum_i f_k^{(i)}(d) \tag{9}$$

を前式の $f_k(d)$ のかわりに用いれば良い．このようにして算出された V_k は上流のどの貯水池に貯えられていても良いが，その放流量配分については無効放流の生じない工夫が大切である．このことについては，(Takeuchi, 1974)を参照されたい．

上流の貯水池群に直列のもの，例えば上流に貯水池iと下流に貯水池jが含まれている場合には，下流の貯水池jについて上流の貯水池iの集水域を除いた残流域からの流出量についてダム地点渇水持続曲線を計算し，以下同様にして V_k を定めれば良い．この場合の放流順序は，直列のものi，jについてはつねにjよりの放流をiに先んずるようにすれば良い．

3　渇水期半ばに対象渇水年を再確認・変更する場合の扱い

具体的な例をもって問題を設定する．10年渇水の水準で給水管理を行って来たが，渇水期半ばにして貯水量減著しく，将来に対する不安が生じて来た．そこで果してこのまゝ10年渇水の給水水準を維持して良いものか，あるいは30年渇水程度に変更せねばならないかを知りたい．このような場合どのようにすれば良いか．

基本方針は次のようなものである．渇水期のはじめからすでにn日経過し，貯水池への流入量として

$$q_1, q_2, \cdots, q_n \tag{10}$$

が観測されている．これ以後の流入量は，q_1，q_2，…，q_n も含め，渇水期全体として新しく選択された渇水年の渇水持続曲線に合うようなものになると考える．この方針に従って以下にまず流入量予測を行う．

チェックしたいあるいは新しく変更したい確率渇水年を T_k 年であるとする．したがって用いる渇水持続曲線は $f_k(d)$ である．渇水期のはじめからn日経過し，q_1，q_2，……，q_n がすでに観測されているから，もしこの中に $f_k(d)$ に相当する，あるいはそれを上廻る厳しさの時期が含まれているならば，T_k 年渇水を対象とする限り，残りの渇水期間中には $f_k(d)$ より厳しい時期は再び入ることはない．そうでなければ渇水期全体として $f_k(d)$ の渇水持続曲線を持つようにはならない．

まず1日平均最小流入量 $f_k(1)$ がすでに生起してしまっているかどうかを調べる．もし，

$$\min_{1 \leq t \leq d} q_t \leq f_k(1) \cdot 1 \tag{11}$$

であれば，すでに生起してしまっている．したがって今後 $f_k(1)$ 相当の流入を想定する必要はない．不等号が逆の関係であれば，まだそのような時期は生起していないのだから，まずn＋1日目の流入量予測を

$$\hat{q}_k(n+1) = f_k(1) \cdot 1 \tag{12}$$

とする．こゝでは他の流入量と記号を合わせるために，

$$q_{n+1} = \hat{q}_k(n+1) \tag{13}$$

と書く．以上で1日平均の T_k 年渇水流量については操作が終った．

次に飛んで一般に $f_k(d)$，すなわちd日平均で最小 $f_k(d)$ の期間が含まれているかどうか調べる．この段階までには前段の流入予測が ν 個定められたとすると，実測ならびに造られた予測流入量で時系列

$$q_1,\ q_2,\ \cdots,\ q_n,\ q_{n+1},\ \cdots,\ q_{n+\nu} \tag{14}$$

の中に $f_k(d)$ に相当する厳しさの時期が入っているかどうか調べなくてはならない．そこで q_1，q_2，…，$q_{n+\nu}$ のd日移動平均の最小値 $\xi(d)$ を求める．

$$\xi(d) = \min_{1 \leq t_1 \leq n+\nu-d} \frac{1}{d} \sum_{t=t_1}^{t_1+d-1} q_t \tag{15}$$

ここで

$$\xi(d) \leq f_k(d) \tag{16}$$

であれば，$f_k(d)$ の時期はすでに生起しているかあるいは予測流入量時系列の中に含まれているので，何もしないで次のd＋1段階へ移る．もし(16)の不等号が逆であれば，新しい予測値は，

$$\left.\begin{aligned} &\hat{q}_k(n+\nu+1) = f_k(d) \cdot d - \zeta(d-1) \\ &\zeta(d-1) = \sum_{t=n+\nu-d+2}^{n+\nu} q_t \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

としなくてはならない．これは新しい流入量 $\hat{q}_k(n+\nu+1)$ を含むd日間の平均が $f_k(d)$ に等しいとしていることに他ならない．

以上で一般の場合の予測流入量の決定方法が定まったが，場合によっては造られた $\hat{q}_k(n+\nu+1)$ が(2)式の $\hat{q}_{1k}(d)$ よりも小さく計算されることがある．これは前式でd日平均で確かに $f_k(d)$ になるように造られたが，1日の流入量としては(2)式，すなわち渇水持続曲線どおりに流量時系列が生起した場合のd日目の流入量より小さくなることがあるということである．もちろん $\hat{q}_{1k}(d)$ より小さいどころか，$\hat{q}_{1k}(1)$ より小さくなること，場合によっては負の値になることさえある．この場合には

$$\hat{q}_k(n+\nu+1) = \hat{q}_{1k}(d) \tag{18}$$

のように最低限度をセットすることとする．理由は次のとおりである．第一にこのような計算結果になったのは $f_k(d)$ が（$n+\nu-d+2$）日目から（$n+\nu+1$）の日までのd日間に生起するとしているのが，この場合には妥当でないからと考える．$f_k(d)$ に相当する厳しさの時期は別の区間で生じるとするわけである．第二には，〔$n+\nu-d+2$，$n+\nu+1$〕の時期にこれが生起するものとして(17)式どうりで予測を続ければ，新しく造られた流量の部分に，すでに調べ終った $f_k(1)$，……，$f_k(d-1)$ より小さい部分が新たに加わ

り，先の調査ならびに予測操作がさかのぼって乱される結果になってしまう．この可能性を抹殺する方策としては(18)式のようにする以外にはないわけである．

このようにして新しい確率渇水年を対象とした場合の流入量予測　$q_{n+\nu}$　が求まった．そこでこの流量をあらためて　$q_\nu = q_{n+\nu}$　として，　q_1，q_2，…… に対する渇水持続曲線を描けば，それがｎ＋１日目を第１日とする新しい渇水持続曲線　$f_k^*(d)$ である．残流域流出にも全く同様の流出予測を行って新しい残流域渇水持続曲線　$h_k^*(d)$ を求め，前節の方式で給水水準Ｘとこの時点での必要準備貯水量　V_k^*　の関係を求めることが出来る．

4　富士川支流・波木井川（身延町）の例

2，3 節に述べた渇水持続曲線法を具体的に適用した例として，山梨県身延町の利水計画について述べる．身延町は人口約１万，町の主たる水源は井戸と河川であるが，近年身延工業団地の誘致に伴い水需要は増大しており，現在は富士川の伏流水がそれに当てられている．一般営業用としても年間100万を超える身延山への参詣客による需要が増大している．同町には富士川の支流・波木井川が流れているが，これは相又川，大城川，身延川の三川より構成され，流域面積約60㎢，流路長約11km，平均河床勾配１／11，年間平均流量 2.7 m^3／secの山岳小河川である．相又川には貯水池を築造する計画があって，富士川への合流点付近で渇水期間中一定量取水するための必要貯水池容量の算定が求められている．

こゝでは，給水水準をパラメータとして，各対象確率渇水年別に必要貯水量の算定を行った結果を示す．なお渇水期としては５月１日～９月30日をとったが，この選択はデータ処理上の都合によるもので特に意味はない．Ｆig.１はダム地点渇水持続曲線である．例えば10年渇水では３ヶ月平均で約 0.4 m^3／secになることがわかる．右上がりの曲線形を呈しているのは，intenity－duration curve であることの水文学的特徴であって，短期間では非常に厳しい渇水であっても，長期間で見ればそれ程の厳しさがいつまでも続くことはないことを示している．

次にＦig.２は貯水池の集水域を除いた残流域に対する残流域渇水持続曲線である．ただし縦軸には　$h_k(d)$ ではなく，給水水準からの差Ｘ－ $h_k(d)$，すなわち渇水期間中ｄ日平均で貯水池から補給の必要な流量をとってある．給水水準が高くなる程，また対象確率渇水年が大きくなる程必要補給量が増大している．右下がりとなっているのは長期間の平均になる程必要補給量は小さいということで，これも，intensity duration curve であることの水文学的特徴である．

Ｆig.３はＦig.１と２を用いて渇水期初頭の必要準備貯水量を計算した図の一部である．ここに示したものは　T_k＝10年　の場合のみであるが，他の渇水年に対しても同様の検討を加えた．残流域渇水持続曲線が示す貯水池からの必要補給量から，ダム地点渇水持続曲線の示す渇水期間中でも貯水池の集水域からの流出で保証される量を差し引いた残りが，渇水期初頭に準備しておかねばならない水量であり，その総量は両曲線で狭まれる最大内接四辺形の面積である．当然のことながら給水水準が高い程必要準備貯水量も多くなっている．Ｆig.４は必要準備貯水量と対象確率渇水年との関係を，給水水準をパラメータとして示したものである．

こゝで渇水期初頭の必要準備貯水量と，それを運用するための貯水池容量との関係を明らかにしておく．必要準備貯水量　V_k　を収容する貯水容量は当然必要であるが，その後の流入量を平滑化出来る余分の容量がなければ　$f_k(d)$　は利用出来ない．然しながら渇水持続曲線法では　V_k　を定めるのに厳しい順に流出が起るとするとしているから，平滑化のための余分な容量を定めるに当っても同じ仮定を用いなくてはならない．とすると貯水池流入量のうち貯水に廻されなくてはならない量は，補給のため生じる貯水池の空き容量をつねに下廻わることになる．したがって　V_k　は渇水期初頭の必要準備貯水量であると同時に，渇水対策のために必要な貯水池容量でもあることがわかる．

最後に渇水期半ばは対象渇水年と給水水準の関係を revise するための計算例をＦig.５に示す．これは

1972 年のもので，5月1日に始まった渇水期は6月30日まで進んでおり，この時点で33年渇水を対象としてダム地点渇水持続曲線を修正したものである．すでに生起した流量時系列により，新しい $f_k^*(d)$ はもとのものから大巾に変化していることがわかる．なお同様の操作を残流域渇水持続曲線についても計算しなければ，33年渇水を対象とする場合の今後の給水水準を定めることは出来ない．

5 あとがき

本稿は渇水持続曲線法の実用化に際してのいくつかの問題のうち，複数貯水池群と貯水池に制御されない残流域の存在する場合の扱い，ならびに渇水期開始後の渇水持続曲線の利用方法について明らかにしたものであるが，これで渇水持続曲線法のすべての問題点が解決したわけではない．残された課題としては渇水持続曲線法の定義にもとづく T_k 年渇水と，従来から用いられているMass curve方式による確率渇水年との比較がある．この問題に関しては稿を改めて述べる．

本研究に当っては身延町・甲府気象台・山梨大学の諸先生にひとかたならぬ御援助を賜った．とくに身延町の望月町長，山梨大学の荻原教授・砂田講師・田辺教務員に対し篤くお礼申し上げる．

引用文献

1. 吉川・竹内，渇水持続曲線の性質とその応用，土木学会論文報告集，no. 234，1975
2. Takeuchi, K., Functionally Equivalent Substitution of Reservoir–Stream Networks, Proc. JSCE. no. 228, 1974

FIG. 1 DAM SITE DROUGHT DURATION CURVE

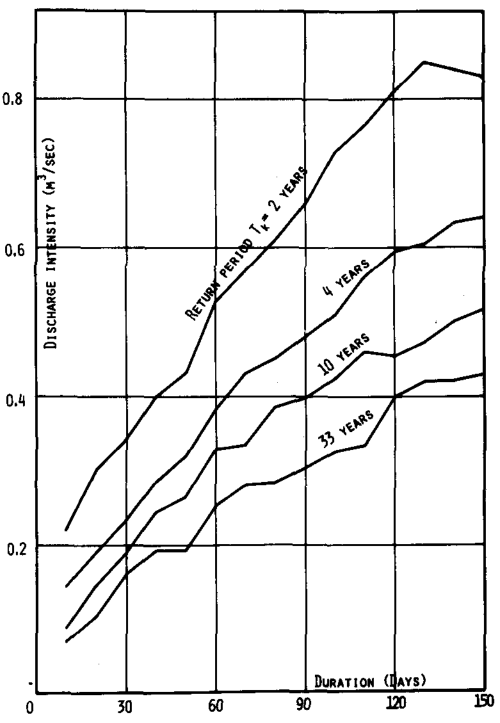

FIG. 2 RESIDUAL AREA DROUGHT DURATION CURVE

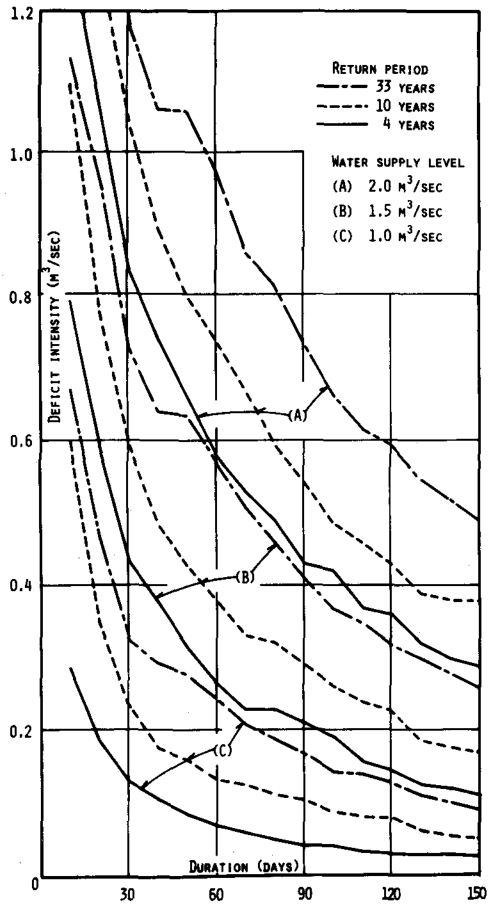

Fig. 3 Graphical solution to necessary reservoir storage

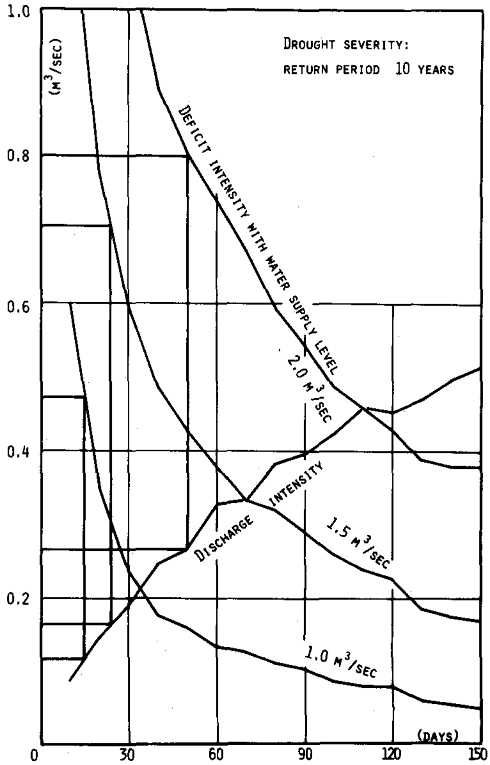

Fig. 4 Relation between necessary reservoir storage and drought return period

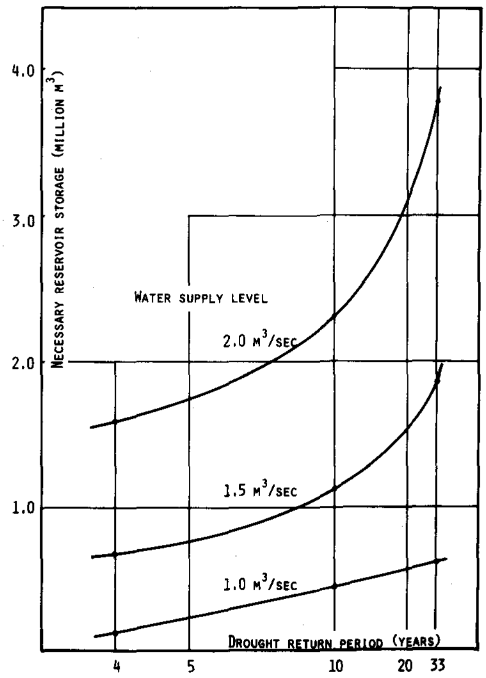

Fig. 5 Drought duration curve revised on 1/VII