

往復流乱流境界層に関する基礎的研究*

BASIC STUDY ON THE TURBULENT OSCILLATORY BOUNDARY LAYER

中央大学理工学部 正会員 林 泰造

中央大学大学院 学生員○篠田 薫

1. まえがき

海面の波や潮流による海底付近の往復流は、沿岸水域においては、殆ど常に粗面乱流となっている。このような場合に見られる往復流に作用する底面摩擦の値の算定は工学上重要なことがらであるが、このための解析は往復流についての境界層方程式に基づいて行われる。ところでこの式はレイノルズ応力 $-\rho \overline{u'w'}$ を含んでいるので、これをどう表現するかが理論上の1つの問題点となる。往復流による壁面剪断力の推定のためには梶浦の理論(1964, 1968)^{1), 2)}が従来最も広く用いられてきた。この理論においては一方向定常流の知識から類推される渦動粘性係数が使用され、この係数は時間的には変化しないものとして壁面からの距離に対するこの係数の分布形が仮定されている。その後、このように渦動粘性係数の定常的分布を仮定して波や潮流の場合の往復流の流れの場を解析したものに Johns (1966, 1968)^{3), 4)}、野田(1969, 1971)^{5), 6)}、等の研究がある。しかし、往復流中における渦動粘性係数は時間的に大きく変動するものの筈であり、このことは堀川・渡辺(1968)⁷⁾の実験においても指摘されている。

本研究においては、上述の諸理論におけるような渦動粘性係数の直接的仮定をやめて、さらに高次の完結問題として取り扱っている乱流輸送方程式モデルの中から Hanjalić-Launder (1972)⁸⁾のモデルを選び、これにより数値計算を行って往復流境界層の流速分布、剪断力分布、乱れエネルギー分布、乱れエネルギー逸散率の分布等について研究を行い、また実験も行なって理論と実験の比較検討を行う。

なお、往復流は流速0の瞬間を経由して流速が周期的に変化するものであるから、一般的に言えば、流れはいつでもすべての位相時を通じて乱流であるとは限らない。このことは日野・沢本・高須(1976)⁹⁾の実験において指摘されている。しかし、本研究においては先に述べたように、往復流境界層が常に乱流である場合のみを取り扱うこととし、層流と乱流の状態を周期的に繰り返すような場合は本報では取り扱わない。

2. 計算の基本式

(a) 基本式

底面に沿って x 軸、鉛直上向きに z 軸をとる(図-1)。同図に示すように、 D =底面摩擦の影響が及ばないだけ十分に底面から離れた高さまでの距離、 $U=U(t)$ =境界層外の流速、 $\bar{u}=\bar{u}(z, t)$ =境界層内の流速、 $\tilde{u}=\bar{u}-U$ である。

x 方向の運動方程式は線型近似の形で

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial t} - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

したがって

$$\frac{\partial (\bar{u} - U)}{\partial t} = - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (1a)$$

と記される。この式中にはレイノルズ応力 $-\rho \overline{u'w'}$ が現われているので、ここでは Hanjalić-Launder が完

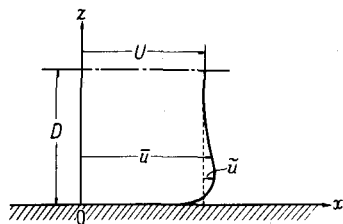


図-1.

* 本研究は、第10回乱流シンポジウム(1978年)に著者らが発表した論文にその後の実験を一部書き加えて取りまとめたものである。

全乱流についてたてたつきの式(2)~(4)を付加して方程式系を完結させ、この式系によって種々計算を行うこととする。

$$\frac{D \overline{u'w'}}{Dt} = -2.8 \left(\frac{\epsilon}{K} \overline{u'w'} + 0.07K \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \right) + C_s \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{K^2}{\epsilon} \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{DK}{Dt} = -\overline{u'w'} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} - \epsilon + 0.8 C_s \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{K^2}{\epsilon} \frac{\partial K}{\partial z} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = -C_{\epsilon_1} \frac{\overline{u'w'}}{K} \epsilon \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} - \frac{C_{\epsilon_2} \epsilon^2}{K} + 0.5 C_{\epsilon} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{K^2}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに

$$K = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$$

上式中の諸定数は Hanjalić-Launder が定めたつきに記す値をそのまま使用することとした。

$$C_s = 0.08, \quad C_{\epsilon_1} = 1.45, \quad C_{\epsilon_2} = 2.0, \quad C_{\epsilon} = 0.13$$

(b) 境界条件

計算に使用した境界条件はつぎのようである。

$$\begin{aligned} z = 0 : \quad & \overline{u} = 0, \quad \overline{u'w'} = K = \epsilon = 0 \\ z = D : \quad & \partial \overline{u} / \partial z = 0, \quad \overline{u'w'} = 0, \quad \partial K / \partial z = 0, \quad \partial \epsilon / \partial z = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

(c) 無次元化

方程式系(1)~(4)の中に現われているパラメーターの数を減ずるために無次元化を行う。このためにつきの比値を導入する。

$$\begin{aligned} u_r &= \tilde{u} / U_0, \quad \zeta = z / D, \quad t_r = \omega t, \quad \tau_r = -\overline{u'w'} / U_0^2 \\ K_r &= K / \frac{1}{2} U_0^2, \quad \epsilon_r = \epsilon / \frac{1}{2} \omega U_0^2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 U_0 = 境界層外の流速の流速振巾、 ω = 同流速の振動角速度、である。この無次元化により、基本式系(1a)~(4)および境界条件(5)はそれぞれつぎのようになる。

$$\frac{\partial u_r}{\partial t_r} = S \frac{\partial \tau_r}{\partial \zeta} + \frac{S}{Re} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \zeta^2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial \tau_r}{\partial t_r} = -2.8 \left(\frac{\epsilon_r}{K_r} \tau_r - 0.035 S K_r \frac{\partial u_r}{\partial \zeta} \right) + \frac{S^2}{2} C_s \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{K_r^2}{\epsilon_r} \frac{\partial \tau_r}{\partial \zeta} \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial K_r}{\partial t_r} = 2 S \tau_r \frac{\partial u_r}{\partial \zeta} - \epsilon_r + 0.4 C_s S^2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{K_r^2}{\epsilon_r} \frac{\partial K_r}{\partial \zeta} \right) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\partial \epsilon_r}{\partial t_r} = 2 C_{\epsilon_1} S \frac{\tau_r}{K_r} \epsilon_r \frac{\partial u_r}{\partial \zeta} - C_{\epsilon_2} \frac{\epsilon_r^2}{K_r} + \frac{1}{4} C_{\epsilon} S^2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{K_r^2}{\epsilon_r} \frac{\partial \epsilon_r}{\partial \zeta} \right) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\begin{aligned} \zeta = 0 : \quad & u_r = -\cos t_r, \quad \tau_r = K_r = \epsilon_r = 0 \\ \zeta = 1 : \quad & \partial u_r / \partial \zeta = 0, \quad \tau_r = 0, \quad \partial K_r / \partial \zeta = 0, \quad \partial \epsilon_r / \partial \zeta = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし、

$$Re = U_0 D / \nu, \quad S = U_0 / \omega D \quad \dots\dots\dots (12)$$

で、 S はストラウハル数の逆数である。

無次元化された式系(7)~(10)の中に入っているパラメーターは Re と S の2個だけであることが注目される。

3. 数値計算

数値計算は式(7)~(10)を陰形式に差分化して行った。空間メッシュとしては境界層内を z 方向に50等分し、時間メッシュとしては1周期を180等分した。計算結果は後出6.において記述する。

4. 実験装置と計測

実験室の水槽中に造波機で波を周期的に発生させると、それにより水底付近には往復流境界層ができる。しかし、このようにしてつくられる往復流境界層のレイノルズ数は余り大きいものとはなり得ず、自然水域におけるような乱流境界層をつくるのが困難である。

そこでLundgren-Sørensen (1958)¹⁰⁾は長方形断面を有するU字管型の管路による実験装置を考案しこれにより乱流往復流境界層の実験が行えることを示し、Jonsson (1963, 1967, 1976)^{11), 12), 13)}はそのような装置により実験を実施している。

本研究においてもこのLundgren-Sørensen 型式の往復流実験装置をつくり、これにより実験を行った。

写真-1は

本研究において作製使用した装置の全景である。全長17.5 m, 測定部断面巾75 cm, 高さ24 cmの長方形断面であり、底面には平均

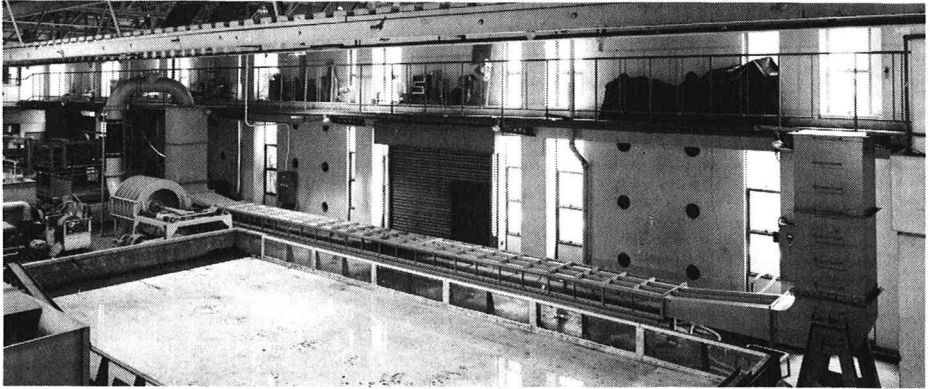


写真-1. 実験装置の全景

0.17 mmの

標準砂を一樣にはりつけてある。U字管をなす2つのライザーのうち、写真右側のもは上方に開いているが、左方のものの頂部は閉じ空気が封じこめられている。この気圧をピストン（ストローク、周期可変）の往復運動により定常的な往復流を発生させる。

流速測定は外径5 mmのプロベラ式流速計を使用して行った。また、写真右方の開口したライザーには電気容量式波高計をとりつけ、これの記録から往復流の位相を図-2のように定めた。

流速の測定点は下方壁面から5～35 mmの間では5 mmの点からはじめて2 mm間隔、壁面から35～50 mmの間では5 mm間隔、50～100 mmの間では10 mm間隔の計24点である。

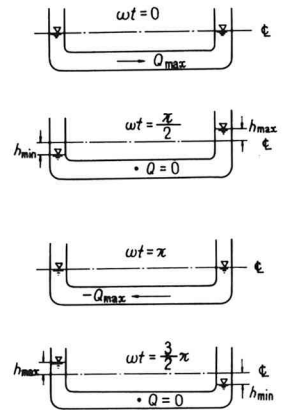


図-2. 往復流の位相

5. 流速の実験値からの剪断力の計算

Jonsson が行ったと同じように、式(1a)に基づいて剪断力を計算する。すなわち、(1a)から

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(-\overline{u'w'} + \nu \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \frac{\tau}{\rho}$$

ただし、 τ = 全剪断力、この式から

$$\tau = \rho \int_z^D \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} dz = \rho \frac{\partial}{\partial t} \int_z^D \tilde{u} dz \quad \dots \dots \dots (13)$$

そこで、まず各瞬間ごとの $\tilde{u}$ について best fit line をひいて後 z について数値積分し、つぎに微小時間

間隔 Δt の間のこの積分値の増分を Δt で割って τ を計算する。しかし、底面のごく近くでは流速分布のデータがないので、そこでは τ の計算はできなくなる。そこで、本研究では、図-3に示されるように、振動流の場合にも底面付近では対数則が成立しているものと認められるので、この流速を底面方向に外挿し、かつカルマン定数は $\kappa = 0.4$ であるとして $\bar{u}$ を計算し、この流速について式(3)を用いて τ を計算した。しかし、往復流のときにも $\kappa = 0.4$ ととることには問題があり、これはさらに研究を加えてゆくべき点と考えられる。

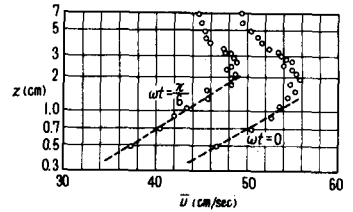


図-3. 壁面付近の流速

6. 理論と実験との比較および考察

(a) 理論と実験の比較

表-1に示すケースについて実験値と理論値の比較を行った。

表-1

振動周期 $T = 9.8 \text{ sec}$,	振動角速度 $\omega = 0.64 \text{ rad/sec}$
free streamの流速振幅 $U_0 = 49.9 \text{ cm/sec}$	
$D = 7.0 \text{ cm}$,	$Re = U_0 D / \nu = 34,900$, $Sr = U_0 / \omega D = 11.14$

図-4(a), (b)は流速分布についての比較である。理論と実験の全体的な一致の度合は良好であると思われる。 $\omega t = \pi/2$ には底面付近で往復流特有の先走りが見られる。また、流速の反転する様子がよくわかる。

図-5(a)は実験より求めた全剪断力を示すものであり、図-5(b)はレイノルズ応力の理論値である。実験と理論とは定性的にはある程度一致しているが、定量的な一致は十分ではない。図-5(a)において、 $\omega t = \pi/2$ における全剪断力は、プロベラ流速計の精度上の問題から省略してある。なお、平行壁間を流れる2次元一方向流についてのLaufer (1950)¹⁴⁾の実験結果によると壁面における全剪断力 τ_0 は

$$\frac{\tau_0}{\rho U_0^2} = \begin{cases} 1.9 \times 10^{-3} & (1'' \text{ channel}) \\ 1.8 \times 10^{-3} & (5'' \text{ channel}) \end{cases}$$

ただし、 U_0 = 中心軸上流速であるから、これを実験および理論計算と比べてみると、往復流の場合の壁面剪断力は一方向流よりかなり大きくなっていることが認められ、この原因はつぎのように説明することができる：往復流において壁面剪断力が最も大きくなるのは $\omega t = 0$ and π の位相時付近である(図-5)が、これは主流速が最も大きい瞬間に当たる(図-4)。そこで、 $\omega t = 0$ の瞬間の往復流の流速分布を、これと主流速を同じくする一方向流の流速分布(log法則)と定性的に対比して図示してみると(図-6)、最大流速の点は一方向流の場合は $z = D$ にあるのに、往復流

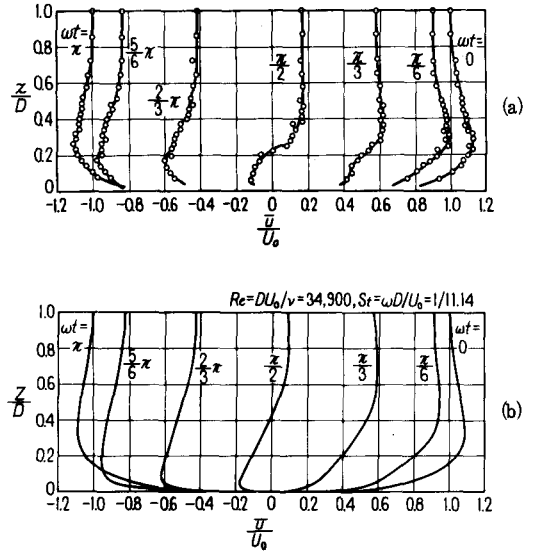
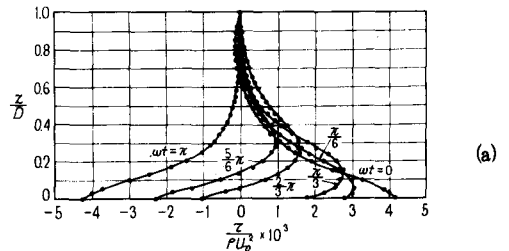


図-4. 流速分布。(a)実験，(b)計算



の場合には往復流乱流としての z 方向へのモーメント輸送のため壁面近くの $z=a$ にあり、したがって壁面における $d\bar{u}/dz$ の値は往復流の場合の方が一方向流の場合に比べて (D/a) ($\bar{u}_{\max}/U_0$) 倍程度大きい。このため往復流における瞬間壁面剪断力は、これと主流速の等しい一方向流壁面剪断力の値に比べて何倍も大きくなるものと解釈される。

表-1の場合の乱れ運動エネルギーおよび同逸散率の理論計算結果は図-10(a)と13(a), および図-11(a)と14(a)等々に示されるが、これについては次の小節(b)において記述する。

図-7は $z=5\text{mm}$ (したがって $z/D=0.0714$) の位置に挿入した円錐型ホットフィルムプローブにより測定した流速の記録で、乱れ運動エネルギーの消長が図-10(a)と13(a)に示される計算結果をかなり裏付けているように思われる。

(b) 理論計算による検討

既述のように、往復流の無次元化された計算理論式(7)~(10)の中に入っているパラメーターはレイノルズ数とストラウハル数の逆数 (あるいはストラウハル数) の2個だけである。ところで、レイノルズ数が十分大きいときには乱流統計諸量はレイノルズ数の値の変化に対してあまり変化しなくなるから、結局この場合の主要パラメーターはストラウハル数 S_t のみとなる。そこで、 R_e をほぼ同程度に保ち、 S_t のみを変化させたつぎの2つのケースについて計算を行って比較を行った。

ケース1 $R_e = 34,900$, $S_t = 1/11.14$

ケース2 $R_e = 38,700$, $S_t = 1/9.03$

このうち、ケース1は既述のように実験と比較のためにとり上げたケースでもある。

図-8, 9, 10, 11はそれぞれ流速, レイノルズ応力, 乱れ運動エネルギー, および乱れ運動エネルギー逸散率の z 方向変化を無次元時間 ωt をパラメーターとして図示したものであり、これら各図においてはケース1および2に対するものをいずれも(a)および(b)とし、両者をそれぞれ対比して示している。

流速については、図-8から、ケース2はケース1に比べて、 $\omega t = 0, \pi$ における $\bar{u}_{\max}$ の生ずる位置が壁面方向に下がり、壁面付近における速度勾配がきつくなっているのが認められる。

レイノルズ応力については、図-9から、ケース2の方がケース1よりさらに壁面に近づいた形で増減を繰り返しているのが認められる。

乱れ運動エネルギーおよび同逸散率については、図-10および11から、両ケースともにその値は壁面付近では $\omega t = (5/6)\pi$ から $\omega t = \pi$ にかけて一気に増大していること

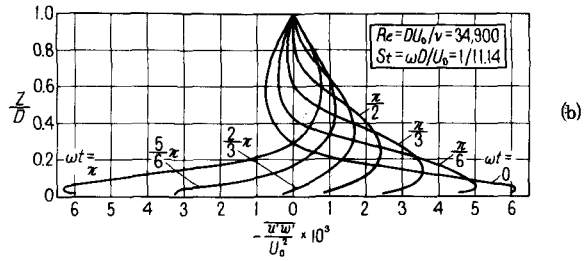


図-5. (a)全剪断力 (実験値)
(b)レイノルズ応力 (計算値)

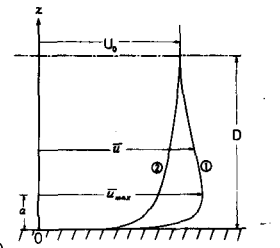


図-6. 流速分布
(①往復流, ②一方向流)

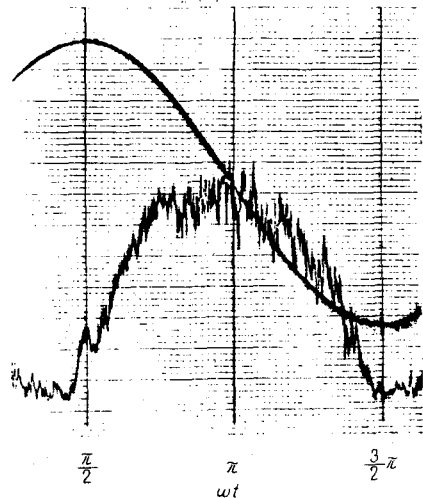
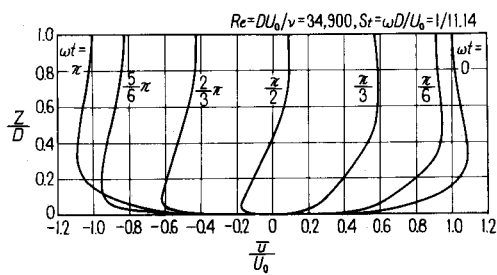
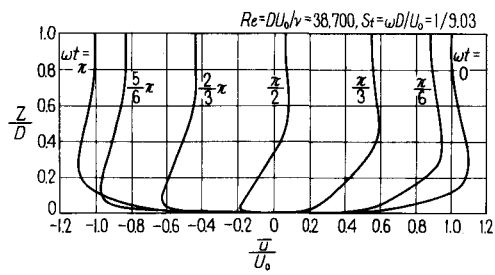


図-7. 流速の測定記録例
($z/D = 0.0714$)
(滑らかな曲線は左方ライザー水位で
の時が最低, $\frac{3}{2}\pi$ の時が最高と読む)

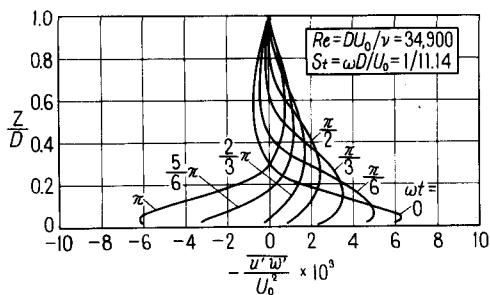


(a)

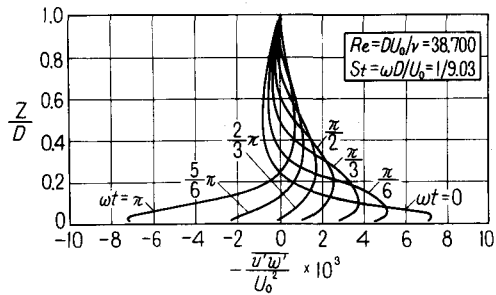


(b)

図-8. 流速分布

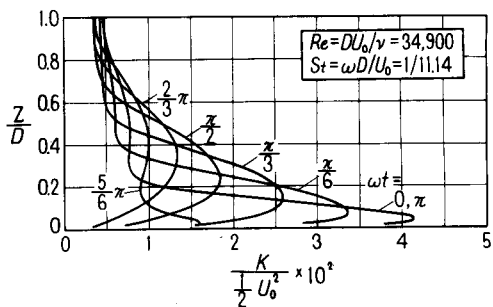


(a)

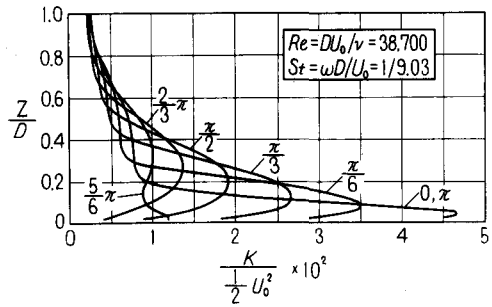


(b)

図-9. レイノルズ応力

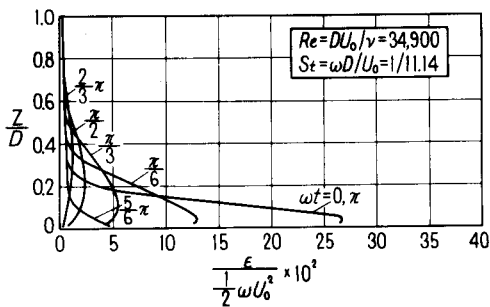


(a)

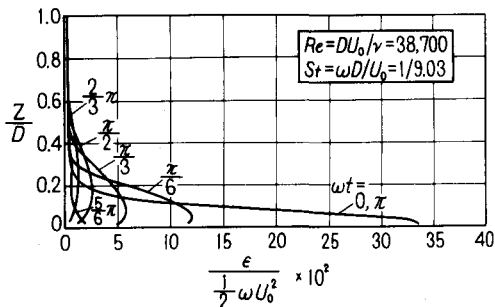


(b)

図-10. 乱れ運動エネルギー

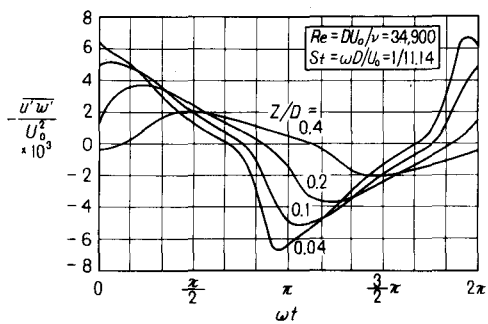


(a)

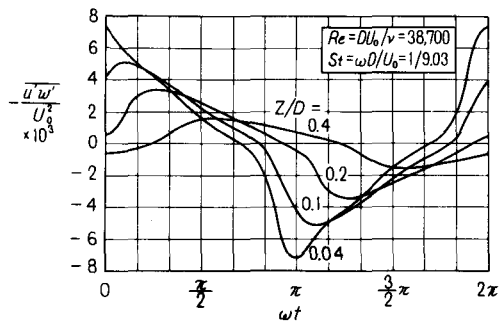


(b)

図-11. 乱れ運動エネルギー逸散率

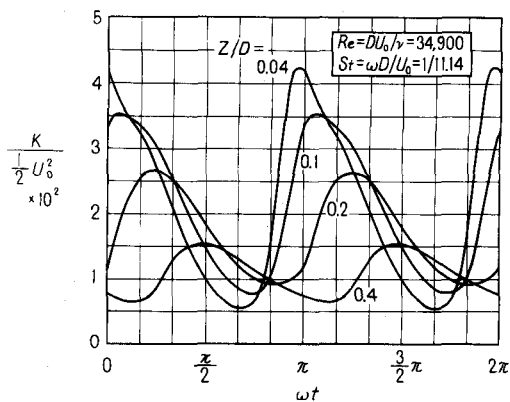


(a)

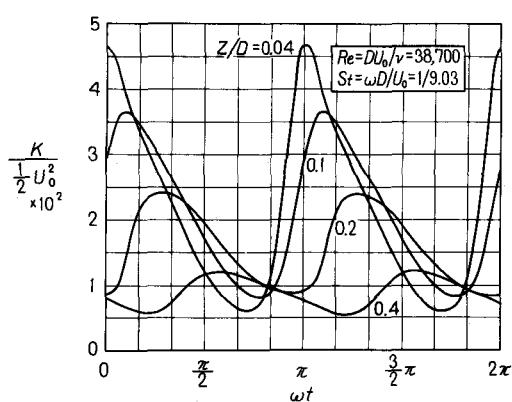


(b)

図 - 12. レイノルズ応力

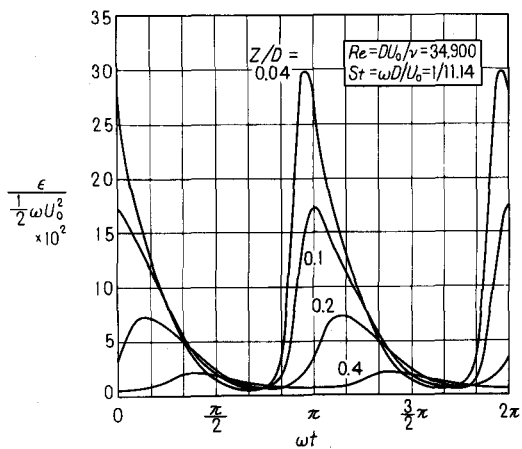


(a)

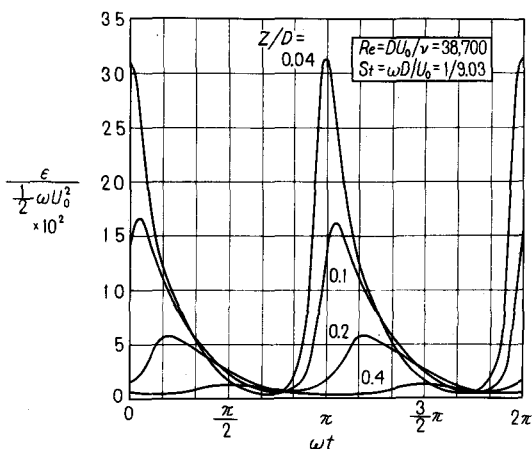


(b)

図 - 13. 乱れ運動エネルギー



(a)



(b)

図 - 14. 乱れ運動エネルギー逸散率

が認められる。

図-12, 13, 14 はそれぞれ図-9, 10, 11 のレイノルズ応力, 乱れ運動エネルギー, および同逸散率の値を, 横軸を ωt としパラメーターを z/D として書き直したものである。これらの図から, ケース2のレイノルズ応力, 乱れ運動エネルギーおよび同逸散率はケース1の場合に比べていずれも $z/D = 0.4, 0.2$ では小さい値を示しているが, $z/D = 0.1$ 付近でケース1の値に追いつき, 壁面付近でケース1より大きい値になっていることが認められる。

また, これらの図において, ケース1では壁面近傍におけるそれぞれの最大値は $\omega t = \pi$ よりも少し前に生じているのに対して, ケース2では $\omega t = \pi$ で最大値を生じている。また, 両ケースともに, 壁面からの距離が大きくなるにつれて最大値の発生時が徐々に遅れてゆくことが認められる。

上述のことから, レイノルズ数を一定としてストラウハル数 S_f を増加させた場合には, S_f の大なる方が最大流速, 乱れ運動エネルギーの最大値, 同逸散率の最大値の点がより壁面近くで起るようになることが認められる。

7. むすび

本研究においては Hanjalić-Launder の乱流輸送モデルを使用して数値計算を行い, 実験とこの理論との一致の度合を検討し, またこの理論により往復流境界層における乱流特性を表わす諸量に対するストラウハル数の影響を検討した。今後さらに多くの数値計算を行って, 乱流諸量の大きさとストラウハル数についての一般的な関係等を明らかにしてゆきたい。また, Hanjalić-Launder の理論を部分的に簡略化した式を導きこれにより往復流境界層の解析を行い, Hanjalić-Launder の理論モデルに基づいた数値計算ならびに実験と併わせて往復流の乱流機構を明確にしてゆきたい。

8. 参考文献

- 1) Kajiura, K. 1964. On the bottom friction in an oscillatory current, Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo, Vol. 42, pp. 147-174
- 2) Kajiura, K. 1968. A model of the bottom boundary layer in water waves, Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo, Vol. 46, pp. 75-123.
- 3) Johns, B. & Odd, N. 1966. On the vertical structure of tidal flow in river estuaries, Geophy. J. R. astr. Soc. Vol. 12, pp. 75-123.
- 4) Johns, B. 1968. Some effects of topography on the tidal flow in a river estuaries, Geophy. J. R. astr. Soc. Vol. 15, pp. 501-507.
- 5) 野田 英明 1969. 波動による乱流境界層の発達, 土木学会第16回海岸工学講演会講演集, pp. 23-27.
- 6) Noda, H. 1971. On the oscillatory flow in turbulent boundary layers induced by water waves, Bull. Disaster Prevention Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 20, pp. 127-144.
- 7) 堀川清司・渡辺 晃 1968. 表面波による振動流境界層に関する実験的研究, 土木学会第15回海岸工学講演会講演集, pp. 16-23.
- 8) Hanjalić, K. & Launder, B.E. 1972. A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows, J. Fluid Mech. Vol. 52, part 4, pp. 609-638.
- 9) Hino, M., Sawamoto, M. & Takasu, S. 1976. Experiments on transition to turbulence in oscillatory pipe flow, J. Fluid Mech. Vol. 75, pp. 193-207.
- 10) Lundgren, H. & Sørensen, T. 1958. A pulsating water tunnel, Proc. 6th Conf. Coastal Engrg., Chapter 21, pp. 356-358.
- 11) Jonsson, I.G. 1963. Measurements in the turbulent wave boundary layers, Proc. 10th Congr. IAHR, Vol. 1, pp. 85-92.
- 12) Jonsson, I.G. 1967. Wave boundary layers and friction factors, Proc. 10th Conf. Coastal Engrg., Vol. 1, pp. 127-148.
- 13) Jonsson, I.G. 1976. Experimental and theoretical investigations in an oscillatory turbulent boundary layer, J. Hydraulic Research, IAHR, Vol. 14, No. 1, pp. 45-60.
- 14) Laufer, J. 1950. Investigation of turbulent flow in a two-dimensional channel, NACA Tech. Note 2123, pp. 1-36.

〔付記〕 本研究の遂行中, 計算について中央大学大学院後期博士課程 有田正光君より, また, 実験に関しては同大学土木工学科学生 石井健三, 海野敏明, 南葉 洋君の3君らより熱心な協力をうけた。記して深甚なる謝意を表する。