

自由表面をもつトンネル周辺の流れの解析 Analysis of Seepage-Free Surface Around the Tunnel

埼玉大学工学部 正会員 佐藤 邦 明
" " 学生員 〇小田 部 淳

はじめに

われわれは、トンネル周辺の浸透流について実測や解析を進めており、海底トンネルの場合についてはすでに一部報告した。¹⁾²⁾ 今回は陸上トンネルを対象とした解析を進めた。周知のように陸上トンネルの場合、水底トンネルとは違った面をもっているが、その一つは自由地下水面が存在することであり、この地下水面の降下が地表付近に及ぼす影響の把握が必要となる。また、掘削にともなうトンネル周辺の緩み帯の発生、補強・止水グラウトの施工もあって流れは複雑となる。³⁾ これらトンネル周辺の局所的な透水係数の変化が定常浸透流に及ぼす影響を写像計算、有限要素法で解析し、かつヘルショウモデルを用いて実験と比較検討したのでここに報告する。

1 写像解析

つぎにのべる流れの取扱いに関して、写像計算を用いた自由地下水面の解析は、不透水層の存在しない場合、自由地下水面を近似的に取り扱い、浸透流量の算定を目的とした場合が報告されている。⁴⁾⁵⁾⁶⁾ しかし、陸上トンネルでは、トンネル下方に不透水層が存在することが多く、このような条件のもとで地下水面の位置および湧水量を算定することが必要となる。また施工に伴うトンネル周辺の局所的な透水係数の変化が浸透流に及ぼす影響を量的に把握することが重要と考えられる。このような問題をふまえて、今回対象とする解析領域を図-1に示すように設定した。地山のゆるみ帯、およびグラウト領域はモデル的にトンネルと同心円状に想定し、この領域内では流れは近似的に放射流とみなした。なお自由地下水面上での毛管上昇帯は無視して解析を進めることにした。

任意点 (x, y) の圧力を p 、透水係数を k 、水の単位体積重量を w とすれば、その点の速度ポテンシャル ϕ は次のように表わされる。

$$\phi = -k(p/w + y) \dots\dots\dots(1)$$

また流関数を ψ とすれば、複素ポテンシャル W は

$$W = \phi + i\psi \dots\dots\dots(2)$$

となり境界の ϕ, ψ の値を図-1に示すようにとれば、 W 面は図-2のように表わせる。この W 面を図-3の ζ 面の半面に写像するとき、 C 点を $\zeta = -\infty$ 、 D 点を $\zeta = -1$ 、 A 点を $\zeta = 1$ 、 B 点を $\zeta = n$ に選び、係数を M_1 、積分定数を C_1 とすると Schwarz-Christoffel の変換式によって

$$W = M_1 \int \frac{d\zeta}{(\zeta+1)(\zeta-1)\sqrt{\zeta-n}} + C_1 \dots\dots\dots(3)$$

となる。(3)式を積分し、 $\zeta = \xi + i\eta$ を代入して実数

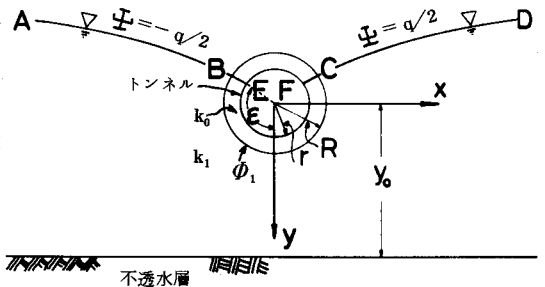


図-1 Z-面

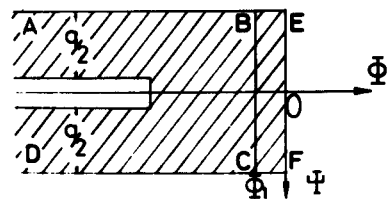


図-2 W-面

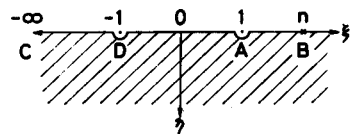


図-3 \zeta-面

部、虚数部に分離し、虚数部の $\tan^{-1}$ の値を自由地下水面の DC、AB 部分では π 、AB 部分を 0 と選び、 $\phi = \pm q/2$ 、また $\zeta = n$ で $\phi = \phi_1$ より係数 M_1 、積分定数 C_1 を求めると W は

$$W = -\frac{q}{\pi} \tanh^{-1} \sqrt{\frac{n-\zeta}{n+1}} - \frac{q}{\pi} \tanh^{-1} \sqrt{\frac{n-1}{n-\zeta}} + \phi_1 \dots\dots\dots(4)$$

ただし、 $\phi_1 = q/2\varepsilon \cdot \ell n R/r$ であり、 ε は y 軸とトンネル内の浸出点を通る半径のなす角である。次に Zhukovskii 関数を $\theta = \theta_1 + i\theta_2 = Z - iW/k$ とし、関数 θ が図-3 に示す ζ 面上の A~D の各点に対応するように写像されたと考える。CD、AB 部分は自由地下水面上であるから $\theta_2 = 0$ 、また不透水層の AD 部分では、 $\theta_2 = y_0 - \phi_1/k_1$ となり、よって関数 $\theta(\zeta)$ は ζ の実軸 (ξ) 上で次の条件を満たさなければならない。

$$\begin{aligned} \theta_2(\xi) &= 0, \quad \text{自由水面上,} \quad -\infty < \xi < -1, \quad 1 < \xi < n \\ \theta_2(\xi) &= y_0 - \frac{\phi_1}{k_1} + \frac{q}{\pi k_1} \tanh^{-1} \sqrt{\frac{n-\xi}{n+1}} - \frac{q}{\pi k_1} \tanh^{-1} \sqrt{\frac{n-1}{n-\xi}} \quad -1 \leq \xi \leq 1 \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

この様な条件のもとでの $\theta(\zeta)$ を求めることは、Dirichlet 問題となり、解は次式で与えられている。

$$\theta(\zeta) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\theta_2(t)}{t-\zeta} dt + C_3 \dots\dots\dots(6)$$

ここで、 t は積分変数、 C_3 は積分定数である。C 点で $\xi = -\infty$ 、 $\theta = R \sin \varepsilon + q/2k_1$ より $C_3 = R \sin \varepsilon + q/2k_1$ となる。(6)式に C_3 の値と(5)式を代入すると

$$\begin{aligned} \phi(\zeta) &= \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{t-\zeta} \left\{ y_0 - \frac{\phi_1}{k_1} + \frac{q}{\pi k_1} \tanh^{-1} \sqrt{\frac{n-\xi}{n+1}} - \frac{q}{\pi k_1} \tanh^{-1} \sqrt{\frac{n-1}{n-\xi}} \right\} d\zeta \\ &\quad + R \sin \varepsilon + q/2k_1 \end{aligned}$$

となる。次に上式に B 点で $\zeta = n$ 、 $\theta(\zeta) = -R \sin \varepsilon - q/2k_1$ と等値し、整理すると

$$\begin{aligned} \frac{R \sin \varepsilon}{y_0} &= \beta \ell n a + \gamma f(a) \\ a &= \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}, \quad \beta = -\frac{1}{\pi} \left(1 - \frac{\theta_1}{k_1 y_0} \right), \quad \gamma = \frac{q}{y_0 k_1} \dots\dots\dots(7) \\ f(a) &= \frac{3}{4} + \frac{1}{\pi^2} \int_0^a \frac{1}{\tau} \ell n \frac{1+\tau}{1-\tau} d\tau \end{aligned}$$

となり、上式から未定の n が求められる。次に、自由地下水面の位置を求めてみると、AB は自由地下水面にあるから $\phi = k_1 y$ 、 $\Psi = -q/2$ となり Zhukovskii 関数より $\theta_2 = 0$ 、 $\theta_1 = x - q/2k_1$ となるので(5)式に代入して次式を得る。

$$\begin{aligned} x &= R \sin \varepsilon + \frac{q}{k_1} + \beta y_0 \ell n a + \frac{q}{k_1} X(n, \xi) \dots\dots\dots(8) \\ X(n, \xi) &= \frac{1}{\pi^2} \left\{ \int_{-1}^1 \frac{\tanh^{-1} \sqrt{\frac{n-t}{n+1}}}{\xi-t} dt + \int_{-1}^1 \frac{\tanh^{-1} \sqrt{\frac{n-1}{n-t}}}{\xi-t} dt \right\}, \quad 1 \leq \xi \leq n \end{aligned}$$

さらに, $W = k_1 y - iq/2$ であるから(4)式を用いて

$$y = -\frac{q}{\pi k_1} Y(n, \xi) + \frac{\theta_1}{k_1} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$Y(n, \xi) = \tanh^{-1} h \sqrt{\frac{n-\xi}{n+1}} + \tanh^{-1} h \sqrt{\frac{n-1}{n-\xi}}$$

$$1 \leq \xi \leq n$$

が得られ, (8)(9)式を用いて自由地下水面の位置が決定できる。

本解析結果から自由地下水面の位置を求める際には, (7)式の試行演算による α , n の決定, および(8)(9)式の ξ をパラメーターとしての数値積分を含む計算があり, かなり面倒である。そこで計算の便を図るため, (7)式中の関数 $\beta \ln \alpha$, $\gamma f(\alpha)$, および n と α の関係を図示したのが図-4である。二図では $0 < \alpha < 1.0$, $-0.2 \geq \beta \geq -1.0$, $0.2 \leq \gamma \leq 1.0$ の範囲を示してある。 n の求め方は, まず $\gamma f(\alpha)$ と $\beta \ln \alpha$ の差が既知の $RS \sin \epsilon / y_0$ の値となるパラメーター α の値を求め, α の値から n の値を読み取る操作を行えば良い。次に(8)式の数値積分 $X(n, \xi)$, $\ln \alpha$ の値を n をパラメーター ($2.0 \leq n \leq 10.0$) として示したのが図-5-(a)である。 $X(n, \xi)$ の性質は図からわかるように ξ が小さくなるに従って $X(n, \xi)$ の値は大きくなり $\xi \rightarrow 1.0$ でA点に対応して無限大となっている。図中の $\ln \alpha$ は図-4に示したものと同一であるが, (8)式の計算に利用しやすいように $X(n, \xi)$ と同じグラフ上に示した。同様に(9)式の $Y(n, \xi)$ を示したのが図-5-(b)である。 $Y(n, \xi)$ は $\xi \rightarrow n$ に近づくに従って0となり, これはB点に対応する。逆に $\xi \rightarrow 0$ で無限遠点で水面降下量が0となる。

結果的に, 既知の r, R_0, k_0, k_1, y_0, q より β, γ を計算し, 図-4から n の値を求め, この n を使用して図-5から $X(n, \xi), Y(n, \xi)$ を読み取り, (8)(9)式に代入すれば自由地下水面の位置が求められることになる。なお参考のため求める順序は図-4, 5内に矢印で示すようである。

2 有限要素法 7) 8)

有限要素法を用いた浸透流の解析は数多く報告されており, ここでは今回用いた汎関数法の概略を示すことにする。周知のように定常浸透流の基本式は次式で表わされる。

$$\frac{\partial}{\partial x} (k_x \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (k_y \frac{\partial h}{\partial y}) - q = 0$$

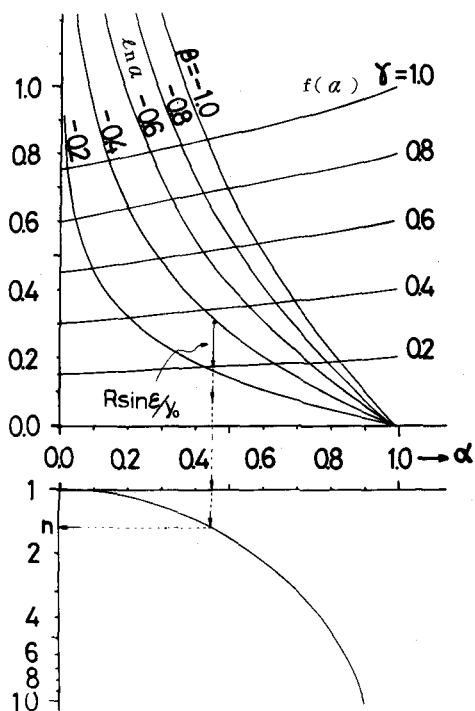


図-4 $f(\alpha), \ln \alpha, n$ の図

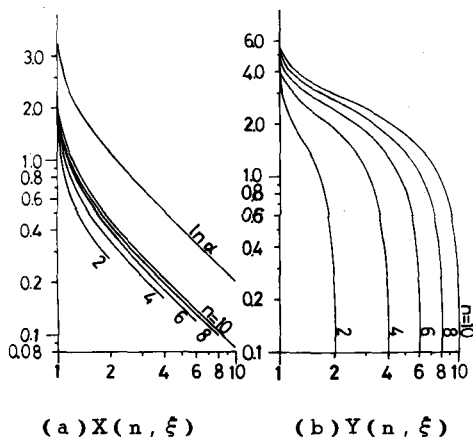


図-5 $X(n, \xi), Y(n, \xi)$ の図

ここで k_x, k_y は x, y 方向の透水係数, q ; 単位時間当り領域外へ流出する速度, h ; 水頭を表わす。この微分方程式を境界条件のもとに解くことは,

変分原理によって次の汎関数を停留とさせる
 h の分布を求める問題と等価である。

$$F = \frac{1}{2} \iint_R \left\{ k_x \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + k_y \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 + 2qh \right\} dx dy + \int_S V_n h ds$$

ここで、 V_n は境界から流出する法線方向速度、 S は境界の長さである。分割要素は三角形を用いた。自由地下水面の位置は水面上の接点の圧力が 0 となるまで接点を移動するくり返し計算を行ない、一回の計算ごとに全接点の位置を移動して部分的に要素の粗密がないよう考慮し、また浸出点の決定は河野の方法に準じて行なった。要素分割は、概略を図 6 に示すように解析領域の形状とトンネルの円形状を考慮して、基本的にトンネルに対して半径方向と円周方向に取り、要素数 151 接点数 96、自由地下水面上の接点数 15 とした。

3 ヘル・ショウモデル実験

今回用いたヘル・ショウモデルは図 7 に示すように、前面がアクリル板であり、地盤の部分が 600mm×300mm、平板間隔 2mm とした。トンネルは図中の二重円の部分で、直径 30mm 地山のゆるみ、グラウト領域を想定した部分をトンネル円周を囲む中抜円盤（直径 60mm）にとり、この部分の平板間隔を 2.7mm、1.7mm とした。周囲の貯留部の条件は、ビニールホースで接続している外部のオーバーフローで一定に保った。粘性流体はエンジンオイル（動粘性係数 $\nu = 4.11 \text{ cm}^2/\text{sec}$, 20°C ）を用い、流線の観測にはこの油に染料を溶かしトレサーをノズルより注入して調べた。境界水位は図中の $H = 3, 6, 9, 12, 15 \text{ cm}$ の 5 段階に取り、流量、流線、自由地下水面の位置を測定した。

4 実験結果と考察

写真 1 2 は境界水位 $H = 6.0 \text{ cm}$ でトンネル周辺にゆるみ領域、グラウト領域を想

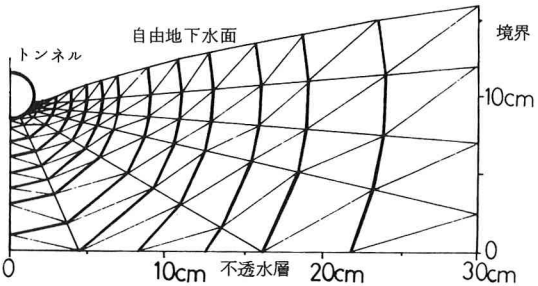


図 6 FEM要素分割

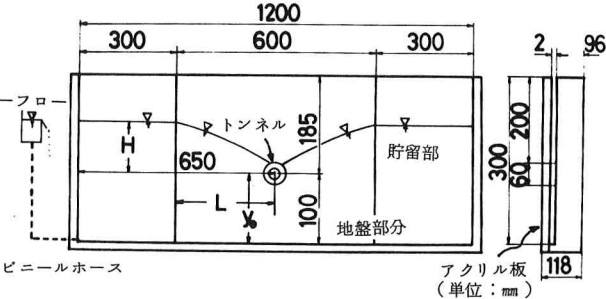


図 7 実験装置略図

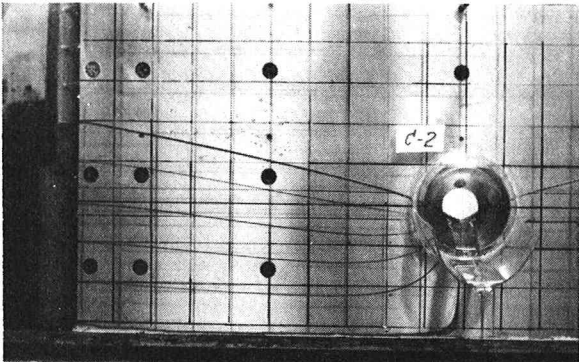


写真 1 ゆるみ領域を想定した場合

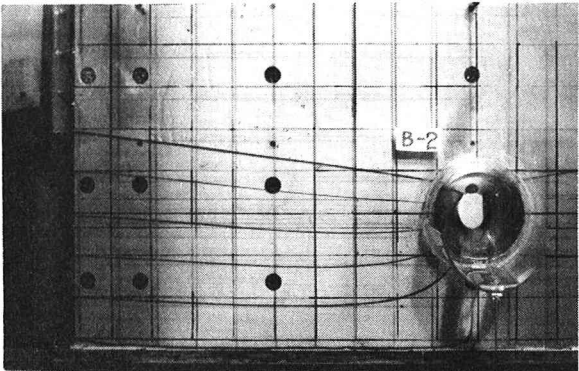


写真 2 グラウト領域を想定した場合

定した場合であり、写真中のメッシュは $3\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ である。写真-1はトンネル周辺にゆるみ領域を想定した場合で、地山の透水係数の約2.3倍としてある。このゆるみ領域の存在するためにトンネルの側面に浸出点が表われ、自由地下水面の勾配が急になっていることがわかる。一方写真-2はトンネル周辺にグラウト領域を想定した場合でありグラウト領域の透水係数は、地山の約 $1/3$ である。グラウト効果によって浸出点の位置がトンネル頂部付近になり、自由地下水面の勾配が緩やかになっている。このために流量はゆるみ領域を想定した場合の約7割であった。

理論と実験の比較を示したのが図-8-(a)(b)である。初めに、トンネル周辺に透水係数の変化がない場合で境界水位 $H=3.0, 6.0, 9.0\text{ cm}$ の三例をプロットしたのが図-8-(a)である。図から明らかなようにトンネル近傍では良く一致しているが 20 cm 以降、境界に近づくにつれて、また H の値が大きいほど理論値と実験値の差が大きくなってはいるが、全体の傾向は一致している。次にトンネル周辺にゆるみ領域、グラウト領域がある場合を整理した図-8-(b)について注目してみると、図-8-(a)の場合と同様にトンネル近傍から 20 cm の範囲で良く一致しており、境界に近づくに従って差が表われてくる。これらの差は理論では無限遠点で水面降下量が0としてあるのに対して、実験では有限の距離で水位を与えてしまうためと考えられる。以上の結果から実験条件を考慮すれば、解析結果はほぼ満足できる解であると考えてよい。

次に有限要素法による解析結果 ($H=6.0\text{ cm}$) の一例を示したのが図-9-(a)(b)である。図-9-(a)は自由地下水面の位置について実験値と

計算値を比較したもので、グラウト領域のある場合の浸出点に多少の違いがみられるが、ほぼ全域で実験値と一致している。また流量の比較をしてみると、誤差はほぼ3%以内であり有限要素法の適用性が確認された。図-9-(b)は有限要素法による無次元ポテンシャル分布を示したものである。この図から明かなように、ポテンシャルの低下の割合が、ゆるみ領域がある場合は大きくなっており、一方グラウトの効果はトンネルに近づくに従って大きく表われ、トンネル下部では、ゆるみ領域のある場合、透水係数に変化のない場合に比べて顕著な差がみられる。

最後に流量について調べてみると、実験結果よりトンネル湧水量 q/rk_1 と代表動水勾配の関係をプロッ

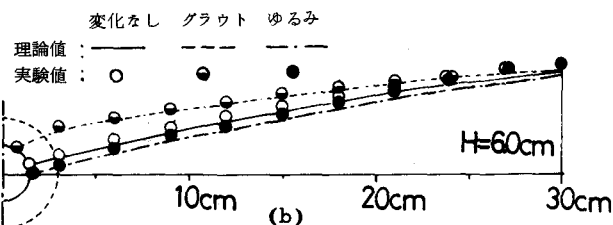
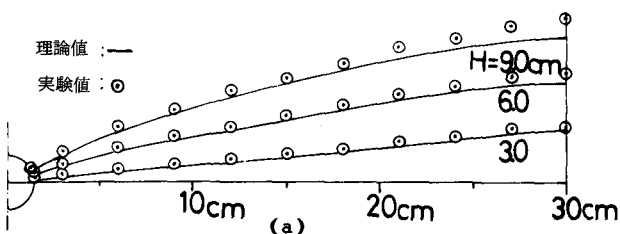


図-8 理論と実験の比較

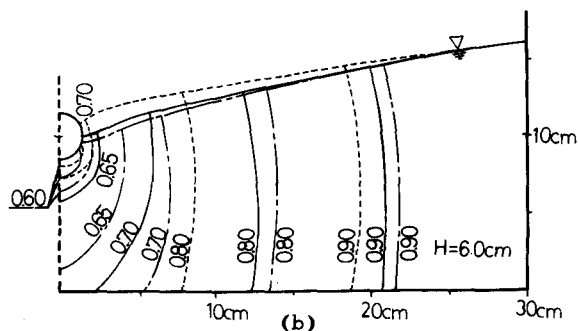
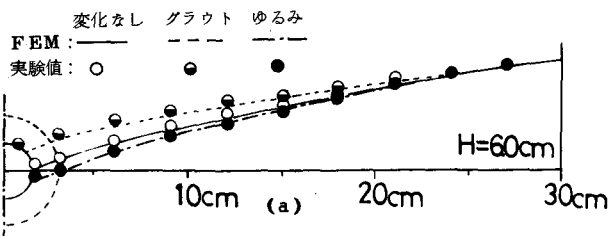


図-9 FEMと実験の比較

としたのが図-10-(a)である。図より明らかなように q/rk_1 は H/L の増加に従って当然大きくなるが、ゆるみ領域のある場合の流量が他の二つの場合より常に大きい、グラウト領域のある場合は最も小さい湧水量を示し、 H/L の増加に従って他の場合との差が大きくなり、グラウトによる止水効果が明確に表われている。以上の結果よりトンネル周辺の局所的な透水係数の変化は、湧水量にかなりの影響を与えることがわかる。図-(b)はトンネル周辺に透水係数の変化がない場合であり、トンネルと不透水層までの距離 (y_0) が湧水量に及ぼす影響を調べるために、実験値をトンネル半径 r と y_0 の比をパラメータとして整理したものである。この図より、湧水量、代表動水勾配の関係が y_0 との対比によって変化し、不透水層の存在が評価しうることが知れる。

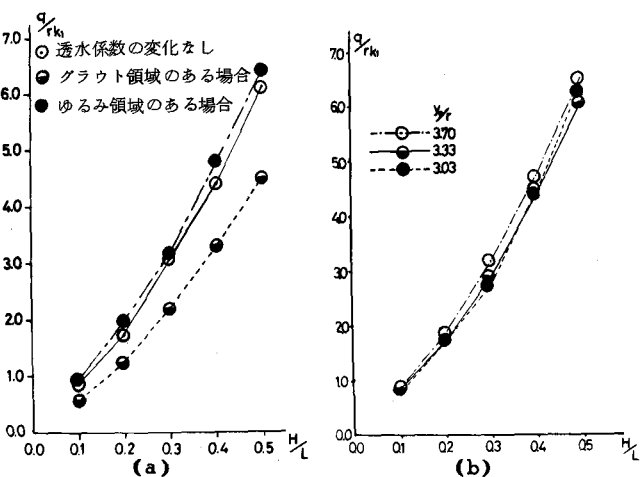


図-10 湧水量の実測結果

て整理したものである。この図より、湧水量、代表動水勾配の関係が y_0 との対比によって変化し、不透水層の存在が評価しうることが知れる。

上述の考察によって、写像計算による解析は、有限要素及び実験によってその解析法の有効性が認められた。またトンネル周辺の局所的な透水係数の変化が、流量、自由地下水面の位置、ポテンシャル分布等に及ぼす影響の量的評価がなされた。

結 語

陸上トンネル掘削によって生じる自由地下水面の降下及びトンネル周辺のゆるみ帯、グラウト領域の浸透流に及ぼす影響を量的に評価できる見通しがついたと考えられる。しかし実際の地盤の複雑な構成を考えると直接この方法を用いることは十分でないが、巨視的に地盤が均一多孔体とみなし得る場合には、妥当なものであると考えてよいであろう。最後に本研究を進めるに当たり有益な検論を頂いた、本学工学部渡辺邦夫助手、また実験に際し本学学生仲根稔君の協力を受けた。記して謝意を表わしたい。

参 考 文 献

- 1) 佐藤邦明, 渡辺邦夫, 小田部淳; 模型実験によるトンネル周辺の水圧分布測定, 第4回関東支部年次研究発表会講演概要集
- 2) 佐藤邦明, 小田部淳; トンネル周辺の水抜孔の効果, 第21回水理講演会論文集
- 3) 佐藤邦明, 小田部淳; トンネル周辺の流れの特性, 第32回年次学術講演会講演概要集
- 4) Polubarinova-Kochina; Theory of Ground Water Movement, Princeton Univ Press, pp.205~211, 1962
- 5) 杉尾哲; 自由地下水面をもつ半無限領域内の円形暗きよの取水量について, 土木学会論文報告集, No.208, pp.43~52, 1972
- 6) Gedeon Dagan; Spacing of drains by approximate method, Proc of ASCE, IR1 pp.41~66, 1964
- 7) 河野伊一郎; 有限要素法の浸透問題への応用, 土木学会関西支部講習会テキスト
- 8) S.P. Neuman & P.A. Witherspoon; Finite element method of analyzing steady seepage with a free surface, Water Resources Research, Vol. 6, No.3, pp.889~897, 1970