

Transfer Function Noise Modelsによる流出解析
RUN-OFF ANALYSIS BY TRANSFER FUNCTION NOISE MODELS

秋田工業高等専門学校 正会員 長谷部 正彦

1 まえがき

秋田では、比較的水に恵まれているが、農業用水がほとんど大部分を占めている。その最も水を必要とする夏季渇水期に各年毎に渇水流量という大きさだけの計画ではなく、流量を時系列的にとらえて、水を量的に把握する必要があると思われる。そこで本報告では、Transfer Function Noise Models (以下TFNモデルと略す) の手法を紹介し、夏季流量系列と降水系列とで低水流出解析をし、年毎に、どのような流出特性をもつかをTFNモデルを通して検討し、更に流出予測をも試みた。解析地点は、雄物川水系柳田橋 ($A = 477.3 \text{ km}^2$) の日流量、日降水量としては、湯沢、院内、湯の袋、秋の宮の観測所で、解析期間は、7月、8月、9月の3ヶ月間の日系列の1957年～1973年までの資料である。

2 TFNモデル

Transfer Function モデル (TFモデル) は、入力 X_t 、出力 Y_t 、TF filter を $V(B)$ とすれば、図1のように示される。また式で表わすと(1)式になる。

$$\begin{aligned} Y_t &= V_0 X_t + V_1 X_{t-1} + V_2 X_{t-2} + \dots \\ &= (V_0 + V_1 B + V_2 B^2 + \dots + V_k B^k + \dots) X_t \\ &= V(B) X_t \end{aligned} \quad (1)$$

Y_t に関しても、 t ステップ以前の影響をも考慮すると、TFモデルは、(2)式で表現できる。

$$(1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r) Y_t = (\omega_0 - \omega_1 B - \dots - \omega_s B^s) X_{t-b} \quad (2)$$

Fig.1

ここで、 B は、後進演算子 ($X_{t-b} = B^b X_t$) であり、(2)式が、TFモデル (r, s, b) である。(1)式と(2)式より(3)式の関係がえられる。

$$V(B) = \delta^{-1}(B) \omega(B) B^b \quad (3)$$

モデルの安定条件は、(1)式より理解できるように、 $V(B)$ が、収束しなければいけない。即ち、 $\delta(B)$ を B の多項式と考えると、 $\delta(B) = 0$ の根が、単位円の外側に存在するときである。簡単な次数のときの安定条件は、下記で示される。

$$\left. \begin{aligned} &\delta_2 + \delta_1 < 1 \\ &-1 < \delta_1 < 1 \quad (r=1) \quad \delta_2 - \delta_1 < 1 \\ &-1 < \delta_2 < 1 \end{aligned} \right\} (r=2)$$

以上がTFモデルであるが、現実のシステムには雑音や乱れの影響が考えられる。そこで雑音モデル N_t をTFモデルに併用する必要があると思われる。 N_t にはARIMA(p, d, q)モデルを適用する。

$$N_t = \varphi^{-1}(B) \theta(B) a_t \quad (4)$$

$\varphi(B)$; p 次の自己回帰演算子、 $\theta(B)$; q 次の移動平均演算子、 a_t ; 白色雑音

(1)式と(4)式とを合成してTransfer Function Noise Model (TFNモデル)ができる。

$$\begin{aligned} Y_t &= V(B) X_t + N_t \\ &= \delta^{-1}(B) \omega(B) X_{t-b} + \varphi^{-1}(B) \theta(B) a_t \end{aligned} \quad (5)$$

このモデル式を $(r, s, b) \times (p, d, q)$ と表わす。

3 入力白色化とパラメーターの決定

系列 X_t, Y_t, N_t を一般的に次の様に定差をとった系列 x_t, y_t, n_t に変換し、(1)式に適用する。

$$x_t = \begin{cases} \nabla^d X_t & d > 0 \\ X_t - \bar{X} & d = 0 \end{cases} \quad y_t = \begin{cases} \nabla^d Y_t & d > 0 \\ Y_t - \bar{Y} & d = 0 \end{cases} \quad n_t = \begin{cases} \nabla^d N_t & d > 0 \\ N_t - \mu_N & d = 0 \end{cases} \quad (6)$$

ここで、 $\bar{X}, \bar{Y}, \mu_N$ を平均値、 $\nabla = 1 - B$ とすれば、一般的な T F N モデルは、(7)式となる。

$$y_t = V(B)x_t + n_t \quad (7)$$

系列 x_t を ARIMA モデルの適用により、白色雑音系列 α_t に変換する。

$$\alpha_t = \phi_x(B)\theta_x^{-1}(B)x_t \quad (8)$$

系列 y_t に、同じフィルターを作用させて系列 β_t に変換する。

$$\beta_t = \phi_y(B)\theta_y^{-1}(B)y_t \quad (9)$$

例えば、ARIMA(p, 0, q) で入力を白色化すると、 α_t, β_t は、次の様になる。

$$\alpha_t = x_t - \sum_{i=1}^p \phi_i x_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \alpha_{t-j}, \quad \beta_t = y_t - \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \beta_{t-j} \quad (10)$$

(10)式を(7)式に代入する。

$$\beta_t = V(B)\alpha_t + \varepsilon_t \quad (11)$$

ここで $\varepsilon_t = \phi_y(B)\theta_y^{-1}(B)n_t$ 、 $\phi(B)$ は、線形自己回帰演算子である。

(11)式に $\alpha_{t-k}\beta_t$ を乗じて期待値をとると、(12)式になる。

$$E[\alpha_{t-k}\beta_t] = V_k E[\alpha_{t-k}\alpha_t] + E[\alpha_{t-k}\varepsilon_t]$$

ここで $E[\alpha_{t-k}\beta_t] = C_{\alpha\beta}(k)$ 、 $E[\alpha_{t-k}\alpha_t] = \sigma_\alpha^2$ 、 $E[\alpha_{t-k}\varepsilon_t] = 0$ となるので、前式は、下記となる。

$$V_k = \frac{C_{\alpha\beta}(k)}{\sigma_\alpha^2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (12)$$

最確値 $\hat{V}_k$ は、標本分散、 $S_\alpha = \sqrt{C_{\alpha\alpha}(0)}$ 、 $S_\beta = \sqrt{C_{\beta\beta}(0)}$ 、標本相互相関係数 $r_{\alpha\beta}(k) = C_{\alpha\beta}(k) / (S_\alpha S_\beta)$ で近似して(12)式に代入した(13)式より求まる。

$$\hat{V}_k = \frac{r_{\alpha\beta}(k) \cdot S_\beta}{S_\alpha} \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (13)$$

最確値 $\hat{V}_k$ が決定されたので、パラメーター $\omega(B)$ 、 $\delta(B)$ 、 $\phi(B)$ 、 $\theta(B)$ を決める。(3)式の関係から次の様な関係が求まる。[(1 - $\delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r$)($V_0 + V_1 B + V_2 B^2 + \dots$) = ($\omega_0 - \omega_1 B - \dots - \omega_s B^s$) B^b]

$$\left. \begin{aligned} \hat{V}_j &= 0 & j < b \\ \hat{V}_j &= \delta_1 \hat{V}_{j-1} + \delta_2 \hat{V}_{j-2} + \dots + \delta_r \hat{V}_{j-r} + \omega_0 & j = b \\ \hat{V}_j &= \delta_1 \hat{V}_{j-1} + \delta_2 \hat{V}_{j-2} + \dots + \delta_r \hat{V}_{j-r} - \omega_{j-b} & j = b+1, b+2, \dots, b+s \\ \hat{V}_j &= \delta_1 \hat{V}_{j-1} + \delta_2 \hat{V}_{j-2} + \dots + \delta_r \hat{V}_{j-r} & j > b+s \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

簡単な T F モデル (1, 1, 1)、TF (2, 1, 1) のときの $\hat{V}$ 、 ω 、 δ の関係は、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{V}_0 &= 0 \\ \hat{V}_1 &= \omega_0 \\ \delta_1 &= \hat{V}_3 / \hat{V}_2 \\ \omega_1 &= \hat{V}_1 \delta_1 - \hat{V}_2 \end{aligned} \right\} \quad \text{TF (1, 1, 1)} \quad \left. \begin{aligned} \hat{V}_0 &= 0 \\ \hat{V}_1 &= \omega_0 \\ \hat{V}_2 &= \delta_1 \hat{V}_1 - \omega_1 \\ \hat{V}_3 &= \delta_1 \hat{V}_2 + \delta_2 \hat{V}_1 \\ \hat{V}_4 &= \delta_1 \hat{V}_3 + \delta_2 \hat{V}_2 \end{aligned} \right\} \quad \text{TF (2, 1, 1)}$$

雑音モデルのパラメーター $\phi(B)$ 、 $\theta(B)$ は、 $\hat{V}_k$ が決定されているので、 n_t は、(7)式から

$$\begin{aligned} \hat{n}_t &= y_t - \hat{V}_0 x_t - \hat{V}_1 x_{t-1} - \hat{V}_2 x_{t-2} \dots \\ &= y_t - \sum_{k=0}^{\infty} \hat{V}_k B^k x_t \end{aligned}$$

となる。あるいは、 $\hat{\omega}$ 、 $\hat{\delta}$ より、次の式からも $\hat{n}_t$ が求められる。

$$\begin{aligned} \hat{n}_t &= y_t - \hat{\delta}^{-1}(B)\hat{\omega}(B)x_{t-b} \\ &= y_t + \hat{\delta}_1(\hat{n}_{t-1} - y_{t-1}) + \dots + \hat{\delta}_r(\hat{n}_{t-r} - y_{t-r}) - \hat{\omega}_0 x_{t-b} + \hat{\omega}_1 x_{t-b-1} + \dots + \hat{\omega}_s x_{t-b-s} \end{aligned}$$

いずれかの式から $\hat{n}_t$ 系列を求めて、ARIMA モデルに適用し、 $\phi(B)$, $\theta(B)$ を決定する。

一般的に T F N モデルの同定、評価は、パラメーター f_0 の条件付き雑音を $a_{t,0}$ とすれば、(15) 式で決定される。

$$a_{t,0} = \sum_{i=1}^r (\delta_i - \delta_{i,0}) d_{i,t} + \sum_{j=0}^s (\omega_j - \omega_{j,0}) d_{j,t} + \sum_{k=1}^p (\phi_k - \phi_{k,0}) d_{k,t} + \sum_{h=1}^q (\theta_h - \theta_{h,0}) d_{h,t} + a_t \quad (15)$$

ここで

$$d_{i,t}^{(\delta)} = -\frac{\partial a_t}{\partial \delta_i} \Big|_{f_0} \quad d_{j,t}^{(\omega)} = -\frac{\partial a_t}{\partial \omega_j} \Big|_{f_0} \quad d_{k,t}^{(\phi)} = -\frac{\partial a_t}{\partial \phi_k} \Big|_{f_0} \quad d_{h,t}^{(\theta)} = -\frac{\partial a_t}{\partial \theta_h} \Big|_{f_0}$$

$$f_0 = (\delta_{1,0}, \dots, \delta_{r,0}; \omega_{0,0}, \dots, \omega_{s,0}; \phi_{1,0}, \dots, \phi_{p,0}; \theta_{1,0}, \dots, \theta_{q,0})$$

4 T F N モデルの検討と予測

残差系列 a_t は、次の様に求める。今、(7) 式を参考にして (16) 式を得る。

$$\left. \begin{aligned} y_t &= \delta^{-1}(B) \omega(B) x_{t-b} + n_t \\ n_t &= \phi^{-1}(B) \theta(B) a_t \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

ここで、第一式の右辺の項の第一項を T_t 系列に変換して整理すると (17) 式になる。

$$\delta(B) T_t = \omega(B) x_{t-b} \quad (17)$$

(17) 式を変形すると

$$T_t = \delta_1 T_{t-1} + \delta_2 T_{t-2} + \dots + \delta_r T_{t-r} + \omega_0 x_{t-b} - \omega_1 x_{t-b-1} - \dots - \omega_s x_{t-b-s}$$

となり、前章より、 $(\delta_1, \dots, \delta_r)$ 、 $(\omega_0, \dots, \omega_s)$ が既知なので T_t 系列が決まる。次に雑音系列 n_t は、(18)

$$n_t = y_t - T_t \quad (18)$$

式できまり、 a_t は、 $(\phi_1, \dots, \phi_p)$ 、 $(\theta_1, \dots, \theta_q)$ が既知なので ARIMA モデル (19) 式より求められる。

$$a_t = \theta^{-1}(B) \phi(B) n_t = \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} + n_t - \phi_1 n_{t-1} - \dots - \phi_p n_{t-p} \quad (19)$$

残差系列 a_t が求められたので、モデルの検討し、妥当性を調べる。今、任意のパラメーターをもつ不適当な T F N モデルの残差系列 $a_{t,0}$ は、(16) 式より、次の様に得られる。

$$y_t = \delta_0^{-1}(B) \omega_0(B) x_{t-b} + \phi_0^{-1}(B) \theta_0(B) a_{t,0} = V_0(B) x_t + \psi_0(B) a_{t,0}$$

ここで、 $\psi_0(B) = \phi_0^{-1}(B) \theta_0(B)$

正しいモデル (16) 式と悪いモデル (20) 式とで比較して整理すると (21) 式になる。

$$a_{t,0} = \psi_0^{-1}(B) \{V(B) - V_0(B)\} x_t + \psi_0^{-1}(B) \psi(B) a_t \quad (21)$$

(21) 式で、 $\psi_0(B) = \psi(B)$ ならば、 $a_{t,0} = \psi^{-1}(B) \{V(B) - V_0(B)\} x_t + a_t$ となり、(8) 式から

$$a_{t,0} = \{V(B) - V_0(B)\} a_t + a_t \quad (22)$$

となる。両辺に a_{t-k} を乗じて期待値をとって整理して、(13) 式と同様に近似すると (23) 式になる。

$$\hat{V}_k - \hat{V}_{k,0} = r_{a,0}(k) S_{a,0} / S_a \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

この式は、残差系列 $\hat{a}$ と α 系列との相互相関係数を調べて、相関係数が低いとき、T F モデルが正しいことを意味している。次に (21) 式で、 $V_0(B) = V(B)$ ならば、

$$a_{t,0} = \psi_0^{-1}(B) \psi(B) a_t \quad (24)$$

となる。この式は、残差系列 $\hat{a}$ の自己相関係数によって検討することを意味する。即ち、T F モデルは、正しいが、ノイズモデルに原因がある場合である。具体的には、次のように統計的に検定する。

$$Q_{\hat{a}\hat{a}} = n \sum_{k=1}^K r_{\hat{a}\hat{a}}^2(k) \quad (25)$$

ここで、 $r_{\hat{a}\hat{a}}(k)$ 、 k 次の自己相関係数、 n 、資料数、 K 、ラグの数

(25) 式は、自由度 $K - p - q$ の χ^2 分布に近似的に従っている。

予測に関しては、本報告で適用した 2、3 例について lead time、 $\ell = 1$ のときの予測式 (26) 式、(27) 式、(28) 式を示す。

TFNモデル (1, 1, 1)₀ × (2, 0, 0)

$$Y_t \hat{=} (1) = (\phi_1 + \delta_1) [Y_t] + (\phi_2 - \delta_1 \phi_1) [Y_{t-1}] - \delta_1 \phi_2 [Y_{t-2}] + \omega_0 [X_t] - (\omega_0 \phi_1 + \omega_1) [X_{t-1}] \\ - (\omega_0 \phi_2 - \omega_1 \phi_1) [X_{t-2}] + \omega_1 \phi_2 [X_{t-3}] - \delta_1 [a_t] \dots\dots\dots (26)$$

TFNモデル (2, 1, 1)₀ × (2, 0, 0)

$$Y_t \hat{=} (1) = (\phi_1 + \delta_1) [Y_t] - (\delta_1 \phi_1 - \phi_2 - \delta_2) [Y_{t-1}] - (\delta_1 \phi_2 + \delta_2 \phi_1) [Y_{t-2}] - \delta_2 \phi_2 [Y_{t-3}] + \omega_0 [X_t] \\ - (\omega_0 \phi_1 + \omega_1) [X_{t-1}] + (\omega_1 \phi_1 - \omega_0 \phi_2) [X_{t-2}] + \omega_1 \phi_2 [X_{t-3}] - \delta_1 [a_t] - \delta_2 [a_{t-1}] \dots\dots\dots (27)$$

TFNモデル (2, 1, 1)₁ × (1, 0, 1)

$$Y_t \hat{=} (1) = (\phi + \delta_1 + 1) [Y_t] - (\phi + \delta_1 + \delta_1 \phi - \delta_2) [Y_{t-1}] - (\delta_2 \phi - \delta_1 \phi + \delta_2) [Y_{t-2}] + \delta_2 \phi [Y_{t-3}] \\ + \omega_0 [X_t] - (\omega_0 \phi + \omega_1 + \omega_0) [X_{t-1}] + (\omega_0 \phi + \omega_1 \phi + \omega_1) [X_{t-2}] - \omega_1 \phi [X_{t-3}] \\ - (\delta_1 + \theta) [a_t] + (\theta \delta_1 - \delta_2) [a_{t-1}] + \theta \delta_2 [a_{t-2}] \dots\dots\dots (28)$$

ここで $a_t = Y_t - Y_t \hat{=} (1)$ として順次計算する。

5 適用例

ある年の相互相関係数を図2に示す。これによると $\tau = 1$ で相関係数が高い。TF (r, s, b) モデルの b に関しては、 $\tau = 1$ に注目して $b = 1$ とする。 s については、1回(1日)の降水量の影響が2日位であると推察されたので $s = 1$ と考えた。 δ に関しては、TF フィルターの V_k と、 δ の安定条件により決定する。表1に V_0, V_1, V_2, V_3 の結果を示す。表から、S37年、S40年、S43年が、 V_2 より V_3 が高く、またS44年も V_2 と V_3 がほぼ等しいと考えられる。そこでTF (1, 1, 1)₀ モデルで δ を計算すると、S37 ($\delta_1 = 1.228$)、S40 ($\delta_1 = 1.376$)、S43 ($\delta_1 = 1.004$)、S44 ($\delta_1 = 0.964$) となり、S44年以外はどれも1以上になり安定条件を満たしていない。S44年も1に近い。 δ_1, δ_2 にすると表3よりS40、S43、S44年では、安定条件を満足している。S37年に関しては、(2, 1, 1)₀ モデルにすると $\delta_1 = -0.385$ 、 $\delta_2 = 0.788$ となり、このモデルについても満たしていない。本報告で最終的に適用したモデル式を示す。

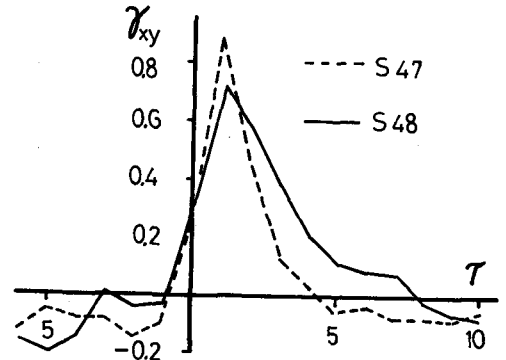


Fig. 2

(1, 1, 1)₀ × (2, 0, 0) モデル

$$Y_t = \frac{\omega_0 - \omega_1 B}{1 - \delta_1 B} X_{t-1} + \frac{1}{1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2} a_t$$

(2, 1, 1)₀ × (2, 0, 0) モデル

$$Y_t = \frac{\omega_0 - \omega_1 B}{1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2} X_{t-1} + \frac{1}{1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2} a_t$$

(2, 1, 1)₁ × (1, 0, 1) モデル

$$\nabla Y_t = \frac{\omega_0 - \omega_1 B}{1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2} \nabla X_{t-1} + \frac{1 - \theta_1 B}{1 - \phi_1 B} a_t$$

年	V_0	V_1	V_2	V_3
32	0.577	1.289	0.328	0.241
33	1.653	2.672	0.731	0.368
34	1.726	2.726	0.521	0.408
35	0.260	1.172	0.417	0.206
36	0.140	1.662	0.548	0.422
37	0.036	0.279	-0.166	0.171
38	0.051	0.881	0.343	0.127
39	0.321	1.127	0.402	0.313
40	0.291	1.424	0.328	0.451
41	0.134	1.698	0.684	0.434
42	0.155	1.072	0.533	0.316
43	0.019	2.251	0.363	0.365
44	1.147	3.822	1.175	1.132
47	0.049	1.891	0.735	0.093
48	0.116	0.590	0.251	0.179

Table 1

上式の最適モデルの決定は、いろいろなTFNモデルを試行して、そのときの雑音系列 $\hat{a}$ の分散 (σ_a) を求めて、各々のモデルと比較して決める。

表2にそれを示す。

S37年の()の σ_d は $d=1$ のものである。表の空白部分は、モデルが、不適当で α_0 値が非常に大きな値のときである。表から、 $(r, 1, 1)_0 \times (2, 0, 0)$ モデルが、S37年を除いて、柳田橋地点では、ほぼ妥当なモデルと考えられる。

表3には、 α_0 値が最小のときのモデル式の各パラメーターの値を示す。S33年、S34年、S44年の α_0 値がやや大きいと思われる。

表4に最適モデルにより計算された $\hat{\theta}$ 系列の検討の結果を示す。K=30で、S43年が少し大きい、大体75%位である。

表4に3ヶ月間の流量の平均値と分散および変動係数をも示す。表よりS34、S43、S44年が変動係数が大きく、そのときに前述の α_0 値が大きくなっていることが注目される。次に図式、図式、図式で、日単位で予測し、月毎の(8月、9月)平均

	$(r, 1, 1)_0 \times (2, 0, 0)$		$(r, 1, 1)_0 \times (1, 0, 1)$		$(r, 1, 1)_0 \times (0, 0, 2)$	
	$r = 1$	$r = 2$	$r = 1$	$r = 2$	$r = 1$	$r = 2$
S32	142		27.0		196	
33	442		48.1		448	
34	45.4		46.9		50.3	
35	9.8	9.7	9.7		11.5	
36	10.9	10.6		12.4	12.3	
37		245.1		(8.3)		31.7
38	7.7		10.1	10.3	7.9	
39	10.4	10.9	12.7	12.1		10.8
40		12.2	20.5	16.3		14.1
41	10.8	10.9	10.8	11.0	17.2	12.4
42	6.2		6.2		7.4	
43	23.7	20.5	28.5	28.4	22.3	22.4
44	57.5	45.5	57.5	45.6	79.0	72.8
47	14.7		24.6	24.2	24.4	24.4
48	5.4	5.3	5.5	5.4	6.8	6.6

	ω_0	ω_1	δ_1	δ_2	ϕ_1	ϕ_2	θ
32	1.289	0.622	0.737		0.498	-0.127	
33	2.672	0.613	0.503		0.083	0.149	
34	2.726	1.612	0.782		0.131	-0.057	
35	0.496	0.164	0.496		0.518	0.190	
36	1.662	0.732	0.423	0.115	0.358	0.204	
37	0.279	0.058	-0.386	0.383	-0.741		-0.432
38	0.881	-0.018	0.369		0.538	0.190	
39	1.127	0.475	0.779		0.042	0.090	
40	1.424	0.080	0.286	0.251	0.122	0.084	
41	1.698	0.393	0.634		0.807	-0.098	
42	1.072	0.103	0.593		0.776	0.065	
43	2.251	-0.229	0.060	0.153	0.267	0.101	
44	3.822	0.488	0.435	0.163	0.432	-0.071	
47	1.891	-0.497	0.126		0.303	0.388	
48	0.590	0.170	0.713		0.740	-0.025	

Table 2,3

値と分散の計算値と実測値のそれらとの比較を表5に示し、日単位で予測し、実測値との比較の1例を図3に示す。

おわりに

柳田橋流量にTFNモデルを適用したが、1例を除いて、 $(r, 1, 1)_0 \times (2, 0, 0)$ モデルが適用された。同一モデルでも年ごとにパラメーターが異なり、流出機構が非常に複雑であると推察される。TFモデルでは、 δ がかなりの影響を占めると思われる。本解析についての雑音モデルは、自己回帰型がよく適応した。

予測についても、月単位では比較的良好な結果が得られたと思うが日単位ではもう少し検討する必要があるであろう。以上、一手法としてTFNモデルを紹介させて頂き、柳田橋流量に適用したが、今後は、このモデルと物理的な流出機構との結びつけを検討して、流出予測を試みる必要があると思われる。

参考文献

- 1) Box & Jenkins; Time series analysis forecasting and control, 1970
- 2) Hipel, K.W. and A. I. Mcleod and W. C. Lennox; Advances in Box-Jenkins Modeling 2 Applications, W. R. R, Vol13, No3, 1977
- 3) 長谷部; Box & Jenkinsの理論による非定常降水時系列の解析と予測について、土木学会論文報告集、No261、1977
- 4) 長谷部; Transfer Function モデルによる時系列解析、第32回土木学会年構概要集

年	平均値	標準偏差	変動係数	Q ₂₀
32	21.71	24.26	1.117	21.2
33	55.06	65.77	1.194	7.5
34	43.60	68.53	1.572	6.9
35	18.13	16.52	0.911	26.7
36	21.28	25.79	1.211	15.3
37	10.10	11.71	1.159	56.2
38	16.60	13.23	0.797	27.3
39	17.41	18.67	1.072	22.8
40	21.52	26.45	1.229	19.4
41	23.91	28.31	1.184	25.8
42	23.66	16.88	0.713	27.4
43	22.79	41.10	1.803	40.4
44	56.02	117.92	2.105	24.3
47	33.30	44.86	1.347	27.8
48	14.15	10.07	0.712	27.3

Table 4

	平均値 (8月)		標準偏差 (8月)		平均値 (9月)		標準偏差 (9月)	
	計算値	実測値	計算値	実測値	計算値	実測値	計算値	実測値
32	16.8	20.3	28.48	31.71	13.5	21.1	7.28	8.54
33	33.9	41.7	27.11	16.50	46.6	67.2	54.94	80.96
34	31.3	35.9	41.51	34.54	27.5	30.8	40.83	42.96
35	11.0	14.2	11.13	15.94	12.5	16.8	7.51	13.50
36	16.2	13.1	18.60	18.36	22.8	19.5	17.08	10.33
37	9.6	10.4	13.38	14.53	14.7	14.3	9.11	9.55
38	12.4	13.4	11.87	12.02	13.3	15.0	8.79	6.46
39	9.9	6.0	6.60	2.94	28.8	23.6	15.77	16.28
40	12.2	11.0	18.14	15.92	19.1	17.5	18.39	23.22
41	16.5	17.5	19.76	18.81	12.7	11.0	17.60	8.80
42	20.3	20.8	20.31	20.14	18.8	20.6	13.90	11.53
43	39.0	45.4	44.38	62.11	10.5	13.1	15.34	10.78
44	102.9	81.3	101.87	100.99	30.2	19.1	44.78	17.69
47	30.0	30.9	39.95	36.89	33.5	40.3	32.59	32.26
48	10.5	11.3	11.98	11.70	16.8	18.5	8.29	9.34

Table 5

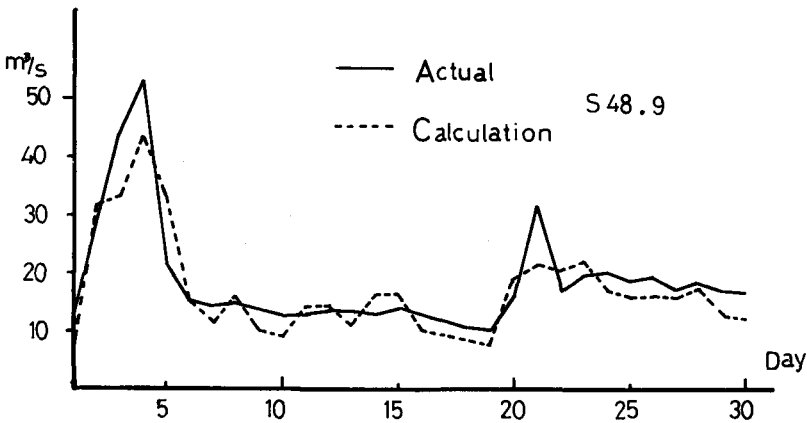


Fig.3