

豪雨の時系列予測を組み込んだ洪水予測について

Flood Prediction Incorporated with Forecasting Storm Rainfalls

徳島大学工学部 正員 〇端 野 道 夫

徳島大学大学院 学生員 国 方 美規義

1. は し が き

従来、洪水流出の予測法について多くの研究がなされているものの、豪雨現象の難解さのため、いまだ豪雨の適確なオンライン予測モデルを洪水流出解析に組み込むには至っておらず、洪水予測精度の向上に対する大きな障害となっている。

筆者らは豪雨の時系列予測モデルについて、非定常、非線形特性を考慮して検討した結果、幸いにも最も単純な定常線形モデルでも十分実用に耐えうる見通しを得た。^{1) 2) 3) 4)} そこで、本論文では、この定常線形モデルによって、予測された短時間(1時間)先の降雨を適当な洪水流出解析モデルに入力し、洪水流出の予測精度について種々検討する。

まず、豪雨の時系列予測モデルに関する筆者らの研究成果の概要を述べる。次に、豪雨予測モデルを組み込んだ洪水流出予測システムについて述べ、流出予測誤差と降雨予測誤差の関係について理論的考察を加える。最後に、那賀川水系、吉野川水系の実流域での豪雨予測、流出予測結果を示し、二三の考察を行う。

2. 豪雨の時系列予測モデルに関する筆者らの研究成果概要

大阪気象台における過去70年間の1時間雨量記録をもとに、台風時における主な豪雨時系列を抽出し、解析対象時系列として、原1時間系列および3時間移動平均系列を設定した。検討事項として、時系列の標準化スキームと正規化スキームの比較、定常自己回帰モデルと非定常自己回帰モデルの比較、GMDH(発見的自己組織化法)モデルと定常自己回帰モデルの比較、等を考えた。

明らかとなった事項を列挙すれば以下のようである。ただし、予測時間は1時間である。

i) 豪雨時系列値 x は正規化 ($y = k \log \{(x+b)/c\}$) あるいは標準化 ($y = (x - \mu_x) / \sigma_x$) する必要があるが、計算の簡単な標準化スキームでも十分である。

ii) 定常自己回帰モデルは非定常自己回帰モデルに比べ、同等ないしそれ以上の予測精度を与える。また、カルマン・フィルター理論を用いても予測精度の向上は望めなかった。つまり、豪雨の非定常構造を定量評価するときに、もろもろの不均質な解析誤差が新たに派生するために、予測精度が向上せず、最も簡単な定常標準化スキームを用いた定常自己回帰モデルが結果的に良いことになったと思われる。

iii) 非線形であるGMDHモデルの同定精度は原1時間系列のみについて定常自己回帰モデルより良好であるが、予測精度では原1時間系列、3時間移動平均系列の両者とも定常自己回帰モデルの方が良好である。GMDHモデルによる予測は非線形項が効き過ぎ、過大あるいは過小値を与える。

iv) ここで用いた地点雨量の場合には、原1時間系列よりも3時間移動平均系列で予測する方が有利であり、5次程度の定常自己回帰モデルが適当である。ちなみに、1時間先の予測値と観測値の相関係数 r を比較すれば、概略、原1時間系列で、 $r = 0.4 \sim 0.6$ 、3時間移動平均系列で、 $r = 0.8 \sim 0.9$ 、である。さらに、将来降雨の増減に関する気象情報がオンラインで入手できる場合には、降雨増加部と減衰部に対して定常自己回帰モデルの回帰係数を使分けることによって予測精度の向上が期待できるとともに降雨強度変化に対する追従性が改善される。

結局、次式で与えられる標準化スキームを用いた定常自己回帰モデルでよいことになる。

$$y_i = a_1 y_{i-1} + a_2 y_{i-1} + \dots + a_n y_{i-n} \quad (1)$$

$$y = (x - \mu_x) / \sigma_x \quad (2)$$

ここに、 x : 原降雨時系列値、 μ_x 、 σ_x : 過去の時間雨量資料より得られる x の平均値、標準偏差、 a_i : 回

帰係数, y_i : 時刻 $t = i \Delta t$ と時刻 $t = (i+1) \Delta t$ の間の標準化された変量 y の値。

なお, 過去の豪雨時における時間雨量記録が多いに越したことはないが, 数個の豪雨資料でも十分である。また, 梅雨期, 台風期, 台風時, 等に豪雨集団を分類しなくても十分な予測精度が期待できる。

3. 洪水流出予測システム

3.1 降雨の予測法

ある流域からの洪水流出量を予測する際, 複数の観測所からの雨量資料が利用できる場合とただ一つの地点雨量しか利用できない場合が考えられる。前者の場合, 空間的平均をとることにより, 面積雨量が得られ, 結果的に降雨時系列は平滑化され, 自己相関係数はおのずと高くなると予想される。したがって, 面積雨量を用いる場合, 前述の地点雨量(大阪)の場合のように3時間移動平均系列で予測しなくても良いかも知れないが, 一応, 本文では両者の時系列により予測し, 結果を比較検討することにする。

原1時間系列値 x_i と3時間移動平均系列値 x_{mi} の間には次式の関係がある。

$$x_{mi} = (x_{i-1} + x_i + x_{i+1}) / 3 \quad (3)$$

現時点 $t = i \Delta t$ において, 1時間先の降雨強度 $x_i (t = i \Delta t \sim (i+1) \Delta t)$ を予測するために, 次のような方法が考えられる。すなわち, i) $t = i \Delta t$ までの x のデータを(1), (2)式に用いて x_i の推定値 $\hat{x}_i$ を求める方法(原1時間系列予測), ii) $t = i \Delta t$ までの x のデータを(3)式に入れ, 移動平均値 x_m を計算し, x_m を(1), (2)式に用いて x_{mi-1} , x_{mi} の推定値 $\hat{x}_{mi-1}$, $\hat{x}_{mi}$ を求め, $\hat{x}_{mi}$ を x_i の推定値とする方法(予測時間2hrの移動平均予測)。その他の方法として, ii) の推定値 $\hat{x}_{mi-1}$ と観測値 x_{i-2} , x_{i-1} を(3)式に代入し, $\hat{x}_i = 3\hat{x}_{mi-1} - x_{i-1} - x_{i-2}$, として $\hat{x}_i$ を求める方法が考えられる。三者の方法の良否を那賀川水系, 長安口ダム流域の面積雨量を用いて, 別途, 調べたところ, 最後の方法は他に比べ良好ではなかった。したがって, 本文では i), ii) の両者の方法で降雨予測し, 地点雨量, 面積雨量について比較検討する。

3.2 洪水流出解析モデル

流出解析モデルとして, 日野⁵⁾ が用いた線形流出モデルと江藤ら⁶⁾ が用いた非線形な貯留関数法の二方法を準用することにする。両者ともカルマン・フィルター理論を用い, 流出解析モデル中のパラメータ同定を時々刻々の観測データより行う点に変わりはない。

日野は次式のような線形流出モデルを用いたが, これは自己回帰移動平均(ARMA)モデルと類似である。

$$\left. \begin{aligned} q_{i+1} &= M(i) h(i) + w(i) \\ M(i) &= [q_i, q_{i-1}, \dots, q_{i-j+1}; x_i, x_{i-1}, \dots, x_{i-\ell+1}] \\ h(i) &= [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_\ell]^T \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに, q_i : 時刻 $t = i \Delta t$ における流出高, x_i : 時刻 $t = i \Delta t \sim (i+1) \Delta t$ 間の降雨強度, α_i, β_i : 回帰係数, $w(i)$: 誤差。係数ベクトル $h(i)$ はカルマン・フィルター理論により同定される。現時点 $t = i \Delta t$ までの流出高と降雨強度が観測系より与えられるゆえ, $t = i \Delta t \sim (i+1) \Delta t$ 間の降雨強度 x_i が予測されれば, 時刻 $t = (i+1) \Delta t$ の流出高 q_{i+1} が(4)式およびカルマン・フィルター理論による同定法により予測されることになる。しかし, 洪水流出現象のような非線形性の強い現象に有効であるか実際に検討する必要がある。

一方, 江藤らは上述の線形流出モデルを非線形な貯留関数法に置き替え, カルマン・フィルター理論を組合せた方法を提案している。

貯留関数法の基礎式は周知のように次式で与えられる。

$$\frac{dS_e}{dt} = f \cdot x - q_e \quad (5) \quad S_e = k \cdot q_e^p \quad (6) \quad q_e = q(t + T_e) \quad (7)$$

ここに, f : 流入係数, T_e : 遅滞時間, S_e : 見かけの貯留高, q_e : 遅滞時間 T_e 後の流出高, k, p : 貯留関数の定数。

いま, 単位時間を1時間にとり, 遅滞時間 T_e を $T_e = 0$ としても一般性は失われない。(5)式を差分化し, (6), (7)式を代入すれば, 次式ようになる。

$$k \cdot q_{i+1}^p + \frac{1}{2} q_{i+1} = f \cdot x_i + k q_i^p - \frac{1}{2} q_i \quad (8)$$

(8)式はパラメータ f, k, p と x_i, q_i が既知のとき q_{i+1} に関する非線形方程式であるが、Newton 法により容易に解が得られる。したがって、パラメータ f, k, p が何らかの方法で時々刻々推定され、 $t = i \Delta t \sim (i+1) \Delta t$ 間の降雨強度 x_i が予測されれば、(8)式により 1 時間先の流出高 q_{i+1} が予測されることになる。そこで、江藤らは非線形システム方程式のパラメータ f, k, p をカルマン・フィルター理論により同定するために、次式のような局所線形式を導入した。

$$q = \hat{q} + \frac{\Delta \hat{q}_f}{\Delta f} \cdot \tilde{f} + \frac{\Delta \hat{q}_k}{\Delta k} \cdot \tilde{k} + \frac{\Delta \hat{q}_p}{\Delta p} \cdot \tilde{p} + v \quad (9)$$

ここに、 q ：観測流出高、 $\hat{q}$ ：パラメータの推定値 $\hat{f}, \hat{k}, \hat{p}$ を(8)式に用い推定された流出高、 $\Delta f, \Delta k, \Delta p$ ：それぞれ、 f, k, p の微変化量、 $\Delta \hat{q}_f, \Delta \hat{q}_k, \Delta \hat{q}_p$ ： $\hat{f}, \hat{k}, \hat{p}$ に微小量 $\Delta f, \Delta k, \Delta p$ をそれぞれ加えて求めた流出高と $\hat{q}$ との差、 $\tilde{f}, \tilde{k}, \tilde{p}$ ：それぞれ真値 f, k, p と推定値 $\hat{f}, \hat{k}, \hat{p}$ との差、 v ：誤差。

この方法は基礎式が非線形ゆえカルマン・フィルター理論によるパラメータ同定法に(9)式を導入し、工夫されているが、システムの安定性に若干問題がある。

3.3 流出予測誤差に及ぼす降雨予測誤差の影響

前述の流出予測法のいずれも、1 時間先の降雨強度 x_i を予測し、流出解析モデルに入力する必要があるが、その場合、降雨の予測値 $\hat{x}_i$ と観測値 x_i との誤差 Δx_i が流出予測誤差 $\Delta q_{i+1} (= \hat{q}_{i+1} - q_{i+1})$ に及ぼす影響を別途調べておけば、降雨の予測効果を評価する一つの有力な目安となろう。

いま、流出解析モデルとして貯留関数法を用い、現時点 $t = i \Delta t$ と 1 時間先の間のパラメータ f, k, p が正しく推定されているとする。現時点 $t = i \Delta t$ における流出高 q_i は既知であるから、(8)式の x_i, q_{i+1} について微分をとれば、次式のような式を得る。

$$(k p q_{i+1}^{p-1} + \frac{1}{2}) dq_{i+1} = f \cdot dx_i \quad (10)$$

さらに、両辺の二乗の期待値をとれば次式を得る。

$$\sigma_q / \sigma_x = f / (k p q_{i+1}^{p-1} + 0.5) \quad (11)$$

ここに、 σ_q, σ_x ：それぞれ、 q_{i+1}, x_i の標準誤差。

(11)式の左辺は流出予測の標準誤差 σ_q と降雨予測の標準誤差 σ_x の比であり、右辺の q_{i+1} は q_i, x_i が与えられれば(8)式より得られる。

とくに、 $p = 1$ のとき(11)式は次式のように簡単になる。

$$\sigma_q / \sigma_x = f / (k + 0.5) \quad (12)$$

従来知見によれば、 $f \approx 1, k \gg 0.5$ であるから(12)式は

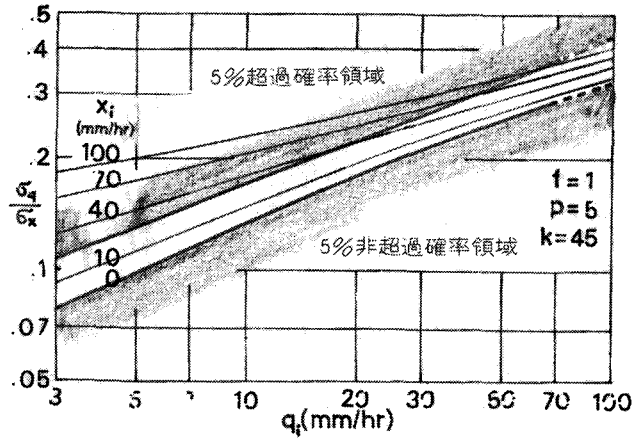
$$\sigma_q / \sigma_x \approx 1/k \quad (13)$$

としてよい。前述の(4)式の α_1, β_1 を $\alpha_1 = (k - 0.5) / (k + 0.5), \beta_1 = f / (k + 0.5)$ とおけば、(12)、(13)式は(4)式を用いた線形流出モデルの場合にも適用できることがわかる。

ところで、28ヶの山地河川流域における貯留関数法による洪水流出解析から得られたパラメータ k, p の関係図⁷⁾より外挿すれば、 $p = 1$ のとき、小さく見積って、 $k \approx 10$ である。この値を(13)式に代入すれば、 $\sigma_q / \sigma_x \approx 0.1$ である。このことから、流出予測の標準誤差 σ_q は降雨予測の標準誤差 σ_x より 1 オーダー小さく、降雨の予測誤差は流出予測誤差に鋭敏に反映しないことが理解できる。換言すれば、流出予測に対する入力である降雨の予測誤差がかなり大きくとも流出予測誤差はあまり大きくならないといえる。

$p \approx 1$ の場合として、木村が提案した総合貯留関数の $p = 0.5, k \approx 40$ を用い、 $f = 1$ とし、(11)式より σ_q / σ_x と q_i, x_i の関係を図示すれば、図-1 のようである。那賀川水系、長安口ダム、小見野々ダム、

吉野川水系，穴内川ダム，大森川ダム，の各流域における洪水資料より q_i ， x_i の同時生起確率を求め，5%超過確率，非超過確率の領域を，概略，図中に示した。この図より明らかなように，現時点の流出高 q_i が高くなるにつれて， σ_q/σ_x 値は漸増するが，通常よく経験される流出高 $q_i=3\sim 20\text{ mm/hr}$ では $\sigma_q/\sigma_x=0.08\sim 0.22$ であり，前述の線形モデルの場合と同様に降雨予測誤差は流出予測誤差に与える影響は小さいといえる。 q_i ， x_i の生起可能最大値を， $q_i=100\text{ mm/hr}$ ， $x_i=150\text{ mm/hr}$ としても $\sigma_q/\sigma_x\approx 0.43$ 程度である。



図－1 σ_q/σ_x と q_i ， x_i の関係

4. 実流域における洪水流出の予測

4.1 用いた資料の概要

解析対象流域は表－1に示す4流域で，流域面積は20～500 km^2 ，総雨量は200～2400 mm ，ピーク流出高は6～78 mm/hr 程度のもを降雨予測，流出予測に用いた。これらの洪水資料の中には7505号台風による洪水（大森川，穴内川），7506号による洪水（小見野々），7617号による洪水（穴内川，小見野々）も含まれている。とくに，大森川ダムでは7505号台風のときピーク流出高77.5 mm/hr を記録し，これを我が国における単位面積当りの流出量の既往最大規模に匹敵するものであると推察される。

表－1 解析対象流域の諸量

No.	ダム流域名	流域面積 (km^2)	洪水資料数 と 期間	予測に用いた洪水		
				個数	総雨量(mm)	ピーク流出高(mm/hr)
1	長安口	494	15 (昭.32～43)	7	276 ～ 517	9.1 ～ 23.3
2	小見野々	267	3 (昭.46～51)	3	548 ～ 2383	30.3 ～ 32.5
3	穴内川	52.7	27 (昭.41～51)	5	194 ～ 1104	6.5 ～ 30.0
4	大森川	21.5	25 (昭.43～50)	5	317 ～ 974	13.3 ～ 77.5

4.2 降雨および流出の予測結果と考察

一洪水の降雨，流出予測値の観測値に対する誤差を， $\epsilon_x = \sqrt{\sum (\hat{x} - x)^2 / N}$ ， $\epsilon_q = \sqrt{\sum (\hat{q} - q)^2 / N}$ ，とし，各流域について，全洪水についての予測誤差を $\bar{\epsilon}_x$ ， $\bar{\epsilon}_q$ とする。表－2に，降雨予測について原1時間系列予測と移動平均予測の $\bar{\epsilon}_x$ を示し，流出予測について貯留関数法と線形流出モデルの $\bar{\epsilon}_q$ を示す。また，各洪水についての降雨予測誤差 ϵ_x とピーク降雨強度 x_{max} の関係（移動平均予測の場合），および流出予測誤差 ϵ_q とピーク流出高 q_{max} の関係（貯留関数法と降雨既知の場合）を図－2 (a)，(b)に示す。降雨についての予測誤差 ϵ_x は前述の標準誤差 σ_x とまったく同じものであるが，ここで得られる流出予測誤差 ϵ_q には流出解析モデル中のパラメータ推定誤差も含まれたもので，パラメータが真値であるとして得られた標準誤差 σ_q とは異なることを断っておく。

i) 降雨予測 表－2より明らかなように，面積雨量を用いた場合，原1時間系列予測が，地点雨量を用いた場合，移動平均予測が，若干ではあるが誤差が小さい。これは当初予想されたように，前者は空間的平滑化により，後者は時間的平滑化により，時系列の自己相関構造が良くなるためと考えられる。また，図－2 (a)によれば，予測誤差 ϵ_x はピーク降雨強度 x_{max} が $x_{max} > 50\text{ mm/hr}$ 以上になると $\epsilon_x \approx 13\text{ mm/hr}$

表-2 降雨および流出の予測結果

流域 No.	使用降雨 の種類	$\bar{\epsilon}_x$ (mm/hr)		$\bar{\epsilon}_q$ (mm/hr)			
		原1時間系 列予測	移動平均 予測(MA)	貯留関数法(p=0.5,k=45)		線形流出モデル(j=1=2)	
				降雨既知	降雨予測(MA)	降雨既知	降雨予測(MA)
1	面積雨量	4.56	5.22	0.90	0.76	1.59	1.59
2	面積雨量	9.11	9.78	4.02	3.19	2.49	2.42
3	地点雨量	7.67	7.16	2.11	2.16	2.71	2.89
4	地点雨量	9.62	8.91	5.00	5.61	9.05	10.08

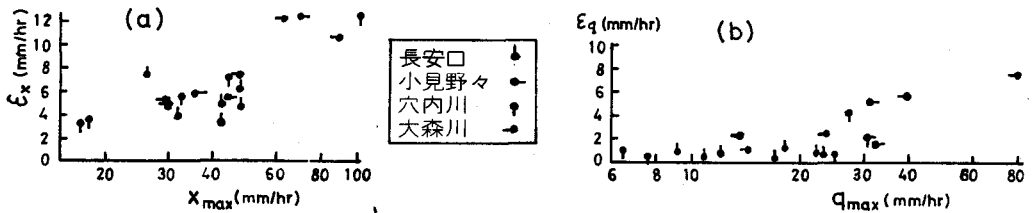


図-2 ϵ_x と x_{max} , ϵ_q と q_{max} の関係

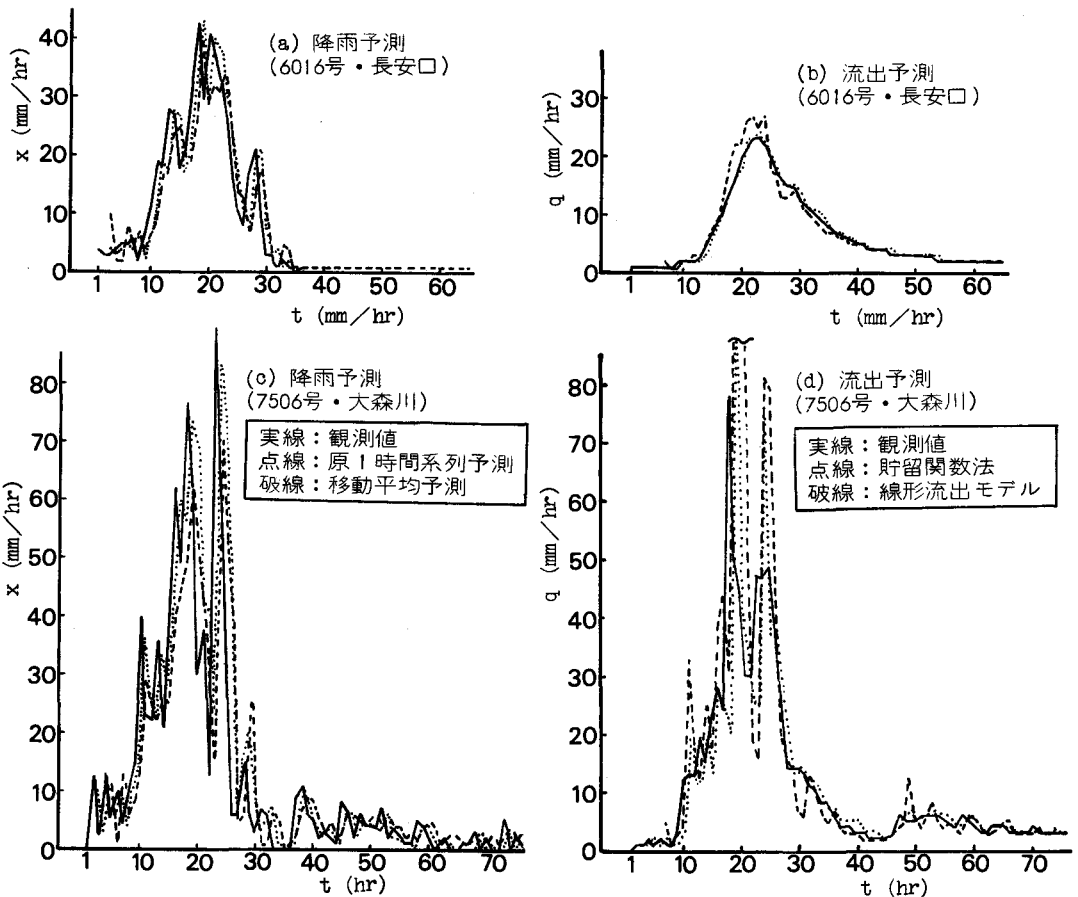


図-3 降雨および流出予測の比較

程度になるが、それ以下では $\varepsilon_x \approx 5 \text{ mm/hr}$ 前後である。この傾向は原 1 時間系列予測の場合でも見られた。降雨の観測誤差や流域降雨の代表性を考えれば、ここで用いられた降雨予測法は流出予測への入力として有効であるといえよう。しかし、 q_{max} が 50 mm/hr 以上の場合には、ピーク降雨付近で急激な降雨変化に対する予測降雨の追従性が悪く、この点は将来降雨の増減に関する気象情報を導入して改善を計る必要がある。

ii) 流出予測 まず、1 時間先の降雨が既知とした場合について、 $p = 0.5$ 、 $k = 4.5$ とし、 f をカルマン・フィルタ理論により同定する貯留関数法と次数 $j = \ell = 2$ の線形流出モデルの予測誤差 $\bar{\varepsilon}_q$ を比較すれば、表 2 より明らかなように、洪水資料が小さいがかなり大きな出水規模を対象とした小見野々流域以外は貯留関数法の方が良いことがわかる。さらに、各洪水に対する ε_q と q_{max} の関係 (図 2 (b)) を見れば、 $q_{max} < 20 \text{ mm/hr}$ では $\varepsilon_q \approx 1 \text{ mm/hr}$ で、 $q_{max} > 20 \text{ mm/hr}$ になると ε_q は漸増することがわかる。

この場合 (降雨既知) の ε_q は流出解析モデルのパラメータ推定誤差を表すものとみなせる。

降雨を移動平均予測した場合と降雨既知の場合の $\bar{\varepsilon}_q$ を比較すれば、ほとんど有意な差は見出されない。むしろ、予測降雨を用いた方が良い場合もあることがわかる。このことから、流出予測誤差には降雨予測の誤差がほとんど影響しなく、流出解析モデルのパラメータ推定誤差が大きく効いているといえる。したがって、流出解析モデルのパラメータ推定誤差を小さくする方法を開発する必要がある。なお、降雨および流出予測の比較図を図 3 (a) ~ (d) に示す。

iii) 流出予測誤差 ε_q と降雨予測誤差 ε_x の比 応答特性を表すと考えられる線形流出モデルの $\beta_1 = f/(k+0.5)$ と $\bar{\varepsilon}_q/\bar{\varepsilon}_x$ の関係は、図 4 に見られるように、流出面積が小さくなると β_1 は増大し、 $\bar{\varepsilon}_q/\bar{\varepsilon}_x$ も増大する。図中、・印は (12) 式による値であり、 β_1 が増大するほど、流出解析モデルのパラメータ推定精度が悪化するように思われる。また、図 5 は移動平均降雨予測と貯留関数法の場合の $\varepsilon_q/\varepsilon_x$ と q_{max} の関係を示したもので、 $q_{max} > 20 \text{ mm/hr}$ では図 1 のそれに比べ、 $\varepsilon_q/\varepsilon_x$ はかなり大きく、パラメータの推定がむづかしくなることがわかる。

5. あとがき

洪水予測システムに予測降雨を用いることの有効性が明らかとなった。流出高 20 mm/hr 以上や小流域の場合の流出予測システムを改善することが今後に残された重要課題である。最後に、資料を頂戴した関係各位に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 2) 端野・国方; 降雨時系列特性とその予測に関する二、三の考察, 土木学会中四支部年講概要集, 第 28 回, 昭. 51. 5, (第 1 報), 第 29 回, 昭. 52. 5, (第 2 報)
- 3) 端野・国方; 降雨時系列の予測モデルについての考察, 土木学会年講概要集 (II), 第 32 回, 昭. 52. 10
- 4) 端野・国方; 豪雨の時系列予測と流出解析への適用, 徳大工学部研究報告, № 23, 昭. 53. 3 (投稿中)
- 5) 日野幹雄; 水文流出系予測へのカルマン・フィルタ理論の適用, 土木学会論文報告集, № 221, 1974
- 6) 西村・室田・江藤; 貯留関数とカルマン・フィルタを組み合わせた流出予測法の特性解析, 土木学会年講概要集 (II), 第 32 回, 昭. 52. 10
- 7) 端野道夫; 貯留関数法の定数に関する考察—地形特性との関連—, 中四支部年講概要集, 第 24 回, 昭. 47. 5

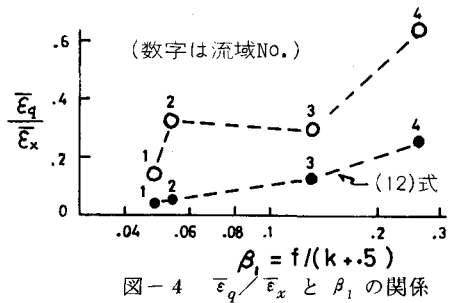


図 4 $\bar{\varepsilon}_q / \bar{\varepsilon}_x$ と β_1 の関係

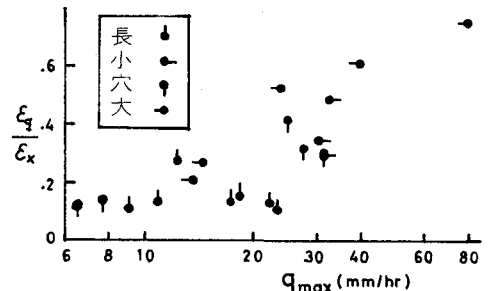


図 5 $\varepsilon_q / \varepsilon_x$ と q_{max} の関係