

雨量観測レーダーによる降雨量分布の解析とそのオン・ライン予測

Analysis and on-line prediction for spacial distribution of precipitation
by pluviometric radar systems

電力中央研究所 正員 ○下垣 久
大阪大学工学部 正員 室田 明
近畿大学理工学部 正員 江藤剛治

1. 序 論

近年ダム群による洪水制御のための操作方式の確立が重要な課題となっている。そのために解決しなければならない多くの問題が残されているが、その中でも特に重要なものは以下の2点であろう。

- (1) 最適制御における入力としての精度の高い降雨量のオン・ライン予測
- (2) このような時々刻々に入手される情報に基づいて、水系全体としてのダム群の最適制御解をアダプティブに求める手法の確立

後者に対する有力な数学的手法としてLP, NLP, DPなどの数理計画法の利用が検討されているが、計算上のディメンジョン制限等にその進展をはばまれている。前者に関しては豪雨現象の物理的不確定性のため、降雨量の予測可能時間・予測精度双方についてかなり厳しい限界がある。また現状の地上雨量計による流域降雨量の測定法では、空間的に局地性の強い豪雨の空間分布を正確に把握することは困難である。ここに流域全体の降雨状況を瞬時に、かつ時空間的に連続して観測することができるリモート・センシングによる降雨量測定と、これに基づく降雨量分布予測の重要性が認識される。

レーダー雨量計は現在ではまだ若干の課題を残しているが、上記の問題を解消する有効な手段と考えられる。原理はレーダーから放射されたパルスとしての電波が雨滴に当たって反射・散乱されることを利用して、受信エコーの所要時間から雨滴までの距離を求め、その強さから降雨強度を算出する。したがって、流域の地点雨量・面積雨量を瞬時に定量測定可能である。また雨域の広がり、移動、消長も把握できるので、流域内の降雨量分布状況の変化を予測することも可能となる。なお、レーダー雨量計理論の詳細はその方面の成書に譲る。

時々刻々入手される情報より、系のシステム特性を逐次修正・同定して現象の予測を行うための有効な手法として近時注目を浴びている理論に、機械系適応制御理論のひとつカルマン・フィルタ理論がある¹⁾。この理論は機械系の状態変数の最適推定のためのものであるが、系の特性すなわちシステム・パラメータ同定²⁾に対しても同じ観点より処理できるという利点がある。日野はこれを洪水流出予測に適用して成果を得たが、工夫次第で他の自然系の水文学の予測にも適用できるはずである。本論文ではレーダー雨量計のディスプレイ資料から降雨量分布のパターンを分類し、各パターンの定量表示および特性解析を検討した後、その定量化された「特徴」にカルマン理論を適用して降雨量の空間分布の予測問題を検討した。

2. 降雨量分布のパターン

建設省関東地建・利根川ダム統合管理事務所所属の通称赤城山レーダー雨量計施設は、単にPPI (plan position indicator) に雨雲を映し出す定性的機能だけでなく、半径80 km以内については雨量強度の定量的測定が可能である³⁾。この測定値をディスプレイ上にメッシュ化して表示可能なので、空間的に偏在性の強い豪雨現象を連続して容易に把握できる。以下、解析対象の資料はつぎの2ケースである。

1976年7月28日18:50~22:00, 9月11日13:50~16:30 (5分間隔のディスプレイ写真)

ただし、このディスプレイに打出された数値は実際の降雨強度ではなく、表-1に示すような降雨強度に対応したランク値の相当雨量である。

ランク	1	2	3	4	5	6	7
降雨強度 (mm/hr)	0~2	2~5	5~10	10~20	20~30	30~40	40~50
							50~

表-1 降雨強度のランク区分

2-1. パターンの分類

資料解析より得た降雨量分布の代表的パターンはつぎの3つである。

(1)単峰性降雨域：単離した降雨域のほぼ中心に明確な高強度降雨域が存在し、その周りをこれよりランクの低い降雨域が囲むパターン。(2)多峰性降雨域：一連の降雨域の中に複数の峰状高強度降雨域が存在している場合。(3)広範囲に広がる複雑な総観的降雨域：低降雨強度域が画像いっぱいになりその中に顕著な峰状高強度降雨域を形成しないパターンを意味する。

2-2. パターンの表示法

降雨状況の変化予測をできるだけ客観的に行うためには、つぎの2つの課題を解決しなければならない。

(1)降雨パターンの「識別・分類」問題

(2)分類された各カテゴリーを規定する「特徴 feature」の「定量化」とその予測手法

前者はパターン認識上の重要な課題であるが、本論文では考察を加えていない。ここで取扱ったのは後者の問題であり、つぎの二手法を検討した。

(1)降雨域を2変数正規確率密度関数で表示する手法

(2)複雑な降雨パターンの総観的变化過程をいくつかの「変形」で表示する手法

なお前者については単峰性降雨域と多峰性降雨域の2つの場合に分けられる。

(a) 単峰性降雨域の場合：この場合は高強度降雨域をこれよりランクの低い降雨域が囲み、ちょうど2変数正規確率密度関数

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left\{\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} - 2\rho\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\frac{y-\mu_y}{\sigma_y} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_y^2}\right\}\right] \quad \dots (2-1)$$

の確率楕円に類似している。この分布形状を規定するパラメータはつぎの通りである。

μ_x, μ_y ：それぞれ x 方向, y 方向の中心座標, σ_x, σ_y ：それぞれ x 方向, y 方向の標準偏差, ρ ：相関係数, TR ：総降雨量(降雨域内の各メッシュ・ランク値の総和)

これらのパラメータを同定するには、各メッシュのランク値の相当雨量を総降雨量で除した基準値をもって確率密度とみなせばよい。すなわち、 $f(x, y) = R(x, y) / TR$ 。ここに、 $R(x, y)$ は各メッシュのランク値の相当雨量である。

(b) 多峰性降雨域の場合：ここでも2変数正規確率密度関数を用いるには、最尤法で関数を規定するパラメータを同定すればよい。以下に二峰性の場合の扱い方を示す。

$$f(x, y) = \alpha f_1(x, y) + (1-\alpha) f_2(x, y) \quad \dots \dots \dots (2-2)$$

とおき、つぎに

$$\log L = \sum_{i=1}^n \log \{\alpha f_1(x_i, y_i) + (1-\alpha) f_2(x_i, y_i)\} = \sum_{i=1}^n \log f(x_i, y_i) \quad \dots \dots \dots (2-3)$$

を11個のパラメータでそれぞれ偏微分し、0とおく。これより11個の連立方程式が得られるが、これを解析的に解くことは困難なので数値偏微分係数を用いて同定すべきパラメータを逐次Newton-Raphson法で求めればよい。詳細は略す。

(c) 広範囲に広がる複雑な総観的降雨域の場合：この場合には上記の方法では降雨量分布の変化を表示できないので、別な観点からのアプローチを必要とする。ここでは平行移動、回転、膨張のごとき総観的変形を代表する変形の概念を導入して降雨量分布の変形を定量的に表示することを試みた。引続く2つの画像について、ひとつのメッシュに関する変形の種類は(i)平行移動、(ii)回転、(iii)せん断の歪み、(iv)膨張などを考えることができる。もとのひとつのメッシュと変形後のメッシュの面積にそのランク値を乗じた値をそれぞれ V と V' とするとき、両者は近い値をとると仮定する。したがって画像内の全てのメッシュについて、目的関数 $\sum (V - V')^2 \rightarrow \text{minimum}$ となるように変形のパラメータを非線形最小化手法を用いて同定する。変形後の各座標値は次式により計算されるはずである。式中の各パラメータは図-1および表-2を参照されたい。

$$x = x_0 + v_x \cdot t + (x_0 - Cx) e_x \cdot t - r \sin \omega t \cdot \sin \theta + (y_0 - r_y) \varphi_x \cdot t \quad \dots \dots \dots (2-4)$$

$$y = y_0 + v_y \cdot t + (y_0 - Cy) e_y \cdot t + r \sin \omega t \cdot \cos \theta + (x_0 - r_x) \varphi_y \cdot t \quad \dots \dots \dots (2-5)$$

5)

いくつかの提案されている非線形最小化手法のうち、ここではDavidonの方法を採用する。この方法は一

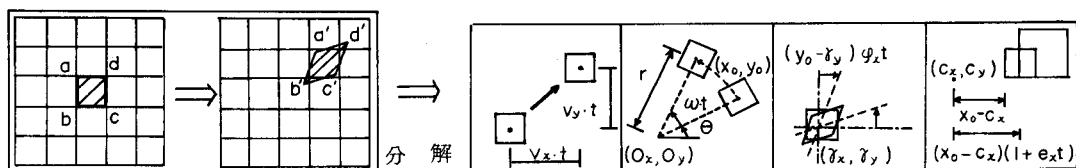


図-1 メッシュの変形

般的な関数の最小点を見出す方法として現在知られている方法の中ではもっとも強力かつ一般的なものである。極小値近傍では、連続な関数は2次式で近似できるという性質を用い、変数の傾斜ベクトルより定まる共役方向に沿ってつぎの逐次式を繰返すことによって効率的に極小点に到達することができる。

$$x_{i+1} = x_i - h_i H_i g_i \quad \dots \dots \dots (2-6)$$

$$= x_i + h_i s_i \quad (s_i = -H_i^{-1} g_i) \quad \dots \dots \dots (2-7)$$

ここに、 $g_i: x_i$ に関する傾斜ベクトル、 $H_i: 2$ 次導関数要素とする行列の逆行列の*i*目近似、 h_i :探索方向に沿った最小点へ進むステップの長さ。すなわち関数 $f(x_i + h s_i)$ を最小にする*h*。

H_i は正定値行列であればよく、通常単位行列を選ぶ。また、 H はつぎの関係式により更新される。

$$H_{i+1} = H_i + A_i + B_i \quad \dots \dots \dots (2-8)$$

ここに、 $Z_i = -h_i H_i g_i$, $u_i = g_{i+1} - g_i$ とくれば、 $A_i = Z_i Z_i^T / Z_i^T u_i$, $B_i = -H_i u_i u_i^T H_i / u_i^T H_i$

本手法は探索方向 $\{s_i\}$ に沿って1次元の最小化問題を解き(*h*の算出)、*n*次元空間における最小点を探索するものである。ゆえにその効率は一次元探索に用いられる手法に左右される。ここでは変数に関する不定区間を合理的にせばめ、最小点をはさみ込むためにFibonacci探索法を用いた。

3. 再現結果

ここでは単峰性降雨域を対象として、上述の2つの方法によるその再現性の結果を示す。

(1) 2変数正規確率密度関数変換による方法 図-2にこの方法による再現結果の一例を示す。図において、(a)は実測の降雨量分布であり、(b)は関数変換によって再現したものである。実用的には十分な再現性を示しているといえよう。

(2) 変形による方法 この方法は総観的な降雨量分布の変化の場合に有効なものであるが、直接この場合に適用すると直観的な再現精度の判定が難しいと思われたので、ここではこの方法の有効性を検証するために単峰性降雨域に適用してみた。なお4つの変形の種類のうち、ここでは(i)平行移動と(ii)膨張のみを採用して再現性を検討している。Davidonの方法を用いて非線形最小化問題を解き、6つのパラメータ($v_x, v_y, C_x, C_y, e_x, e_y$)を同定する。このパラメータ値を用いて、図-3(a)の降雨量分布を囲む楕円状の実線を30分(1ステップ)後に変化させると同図(b)のようになる。分布の膨張を十分に再現している。ただし、図の各ランク値は実測値そのままである。

パラメータは5回の繰返して収束したが、目的関数 $\Delta(V - V')$ ²が単峰性ではないため局所最適解しか得られなかった。この場合はおもに膨張率が変化することにより目的関数の値は減少した。全体最小解を求めるために今後検討を要するのは次の点である。

平行移動		回 転	
v_x	x方向移動速度	O_x	x方向回転速度
v_y	y方向移動速度	O_y	y方向回転速度
		ω	角 速 度
せん断的歪み		膨 張	
r_x	歪原点x座標	C_x	x方向膨張原点
r_y	歪原点y座標	C_y	y方向膨張原点
φ_x	x方向歪率	e_x	x方向膨張率
φ_y	y方向歪率	e_y	y方向膨張率

表-2 変形の種類と対応量

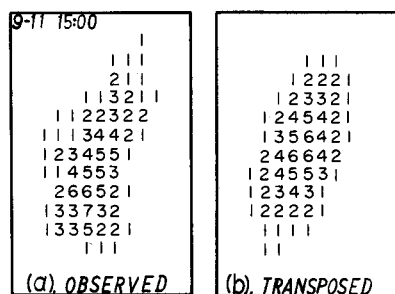


図-2 再現結果例(I)

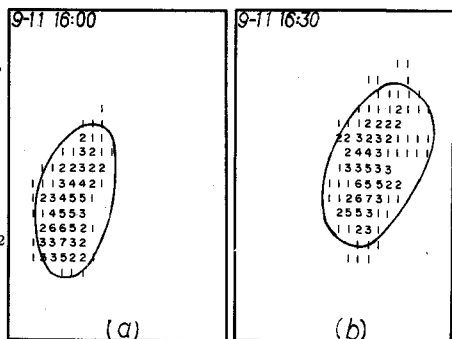
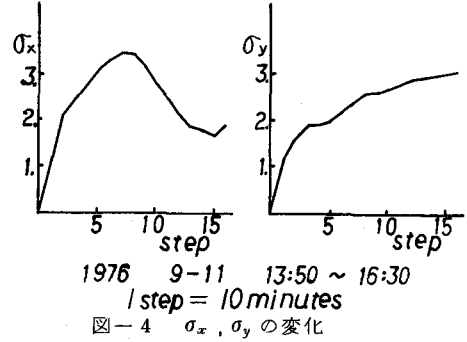


図-3 再現結果例(II)

- (i) 分布内の降雨強度を平滑化して、局所の変化が目的関数値の変化に大きな影響を与えないようにする。
- (ii) 移動性降雨域の場合、卓越成分の v_x, v_y をまず決定して第1近似解とし、十分近い初期値を与える。
- (iii) 各パラメータの単位変化当りの影響を見積り、適切な初期値を与えることなど。

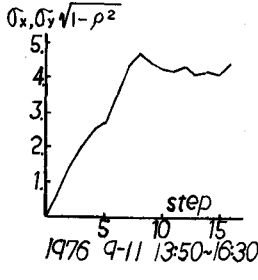
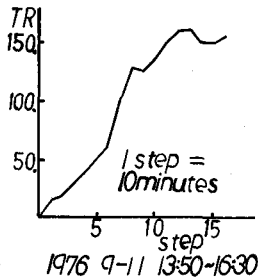
4. パラメータの変動特性解析

単峰性降雨域の変化を精度よく予測するには、前述の確率密度関数を規定するパラメータの現象的な傾向を検討することが重要である。今回は資料数が少ないためいずれの特性に対しても断定的結論を下すには至らなかったが、以下の検討は各パラメータの変動特性の把握に有効なものと考えられる。なお、パラメータの変化を示す各図は3ステップの移動平均である。



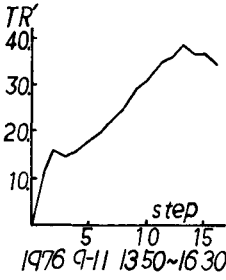
(1) σ_x, σ_y について 降雨域の成長期は図-4に示すように σ_x, σ_y とも指数曲線的な増加傾向をもっている。ただし、減衰期については考察するに足る資料が得られなかったのでここでは言及しない。

(2) 総降雨量TRについて 図-5から、TRは経済活動の発達現象、あるいは人口の増加現象を説明するものとしてよく用いられる Logistic curve に類似の成長傾向を示している。なお Logistic curve は $Y = K / (1 + a e^{-bt})$ (4-1) で与えられ、 $a > 0$ ならば $t \rightarrow +\infty$ のとき $Y \rightarrow K$ に収斂する。



(3) $\sigma_x \sigma_y \sqrt{1-\rho^2}$ について 2変数正規分布においてその面積は理論的には無限大であるが、ここでは面積指標に $\sigma_x \sigma_y \sqrt{1-\rho^2}$ を考え、これを代表面積とした。この時間変化を図-6に示す。ここで降雨域が十分に発達した状態の時、 $\sigma_x \sigma_y \sqrt{1-\rho^2}$ の極小時にTRは逆にピークを示しているようにみえる。

(4) 代表降雨強度TR'について TRを $\sigma_x \sigma_y \sqrt{1-\rho^2}$ で除したものをTR'とする。この時間変化は図-7のようになる。初期の不安定な状態の時を除けば、TRと同様に Logistic curve に類似の傾向をもっているといえよう。



5. 降雨量の予測例

豪雨域を2変数正規確率密度関数により表示する場合について、その降雨量分布予測の可否を検討する。この場合、分布形状を規定する6つのパラメータ ($\mu_x, \mu_y, \sigma_x, \sigma_y, \rho, TR$) を逐次予測して降雨量に変換すればよい。予測手法としては前述したようにカルマン理論を用いる。本論文ではこの6つのパラメータを状態量としてそのままカルマン理論の基本式に適用する場合と、各パラメータの時間的変動特性を考慮して修正を加えた上で適用して予測を行う場合の二手法を検討した。

5-1. 単純な予測モデル

状態量6個のシステム特性が定差方程式で記述されるとする。ただし、 $x_1 = \mu_x, x_2 = \mu_y, x_3 = \sigma_x, x_4 = \sigma_y, x_5 = \rho, x_6 = TR$ 。マトリックス表示すると、

$$X(k+1) = M(k) \cdot h(k) + W(k) \quad \dots \dots \dots (5-1)$$

ここに、

$$X(k+1) = [x_1(k+1), \dots, x_6(k+1)]^T, M(k) = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} \\ \alpha_{51} & \alpha_{52} \\ \alpha_{61} & \alpha_{62} \end{bmatrix}, h(k) = [\alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{61}, \alpha_{62}]^T, W(k) = \text{ノイズ}$$

上式(5-1)を観測系方程式とみなし、次式(5-2)を状態系方程式として逐次 h を同定する。この h を用いてつぎのステップの状態量 X を予測し、これを変換して降雨量分布の予測をする。

$$h(k+1) = \Phi \cdot h(k) + \Psi(k) \quad (\Phi: \text{遷移行列。ここでは単行行列} \mathbb{I} \text{とした。}) \quad \dots \dots (5-2)$$

一例として、図-8に1ステップ=30分とした降雨量分布の予測結果を示す。同図(a)は関数変換した降雨域の時間変化を同一画面上に合成したものであり、(b)・(c)はそれぞれ30分、1時間先の予測降雨量分布である。この場合、30分予測は実用上十分な精度で降雨量分布の予測が可能であったが、1時間予測では分布の位置・形状とも実測との間にかなりの差を生じている。

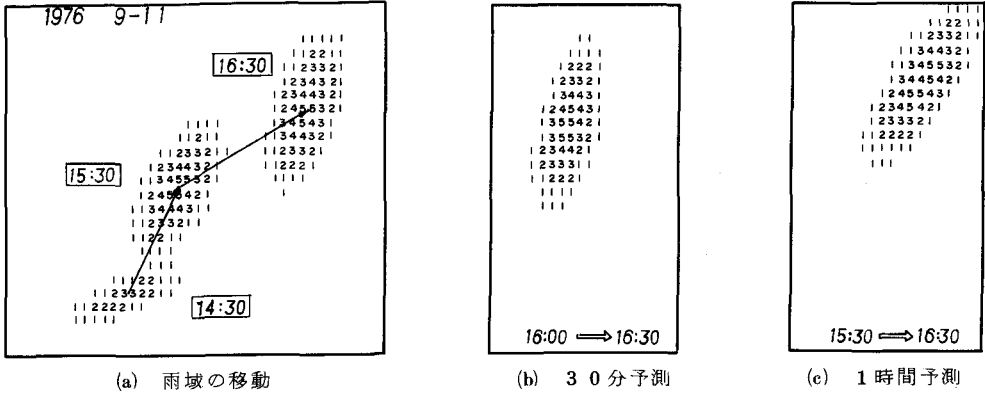


図-8 降雨量分布の予測例(I)

5-2. パラメータの特性を考慮した予測モデル

各パラメータを独立時系列として扱い、そのパラメータの過去数ステップの実測値のみを説明変数として同定・予測を行う。パラメータに工夫を施すのは以下の点である。

- (1) σ_x, σ_y はともに非負の量であるから、予測値が負になるのを防ぐため対数変換を行った $\sigma'_x = \log \sigma_x, \sigma'_y = \log \sigma_y$ を対象に予測を行う。
- (2) ρ は $|\rho| \leq 1$ でなければならないので、フィッシャーのZ変換 $Z = \frac{1}{2} \log \frac{1+\rho}{1-\rho}$ を行い、このZ値について予測をする。
- (3) TRはLogistic curve

の傾向を示し、各降雨域にはそれぞれ上限が存 図-9 降雨量分布の予測例(II) (点線:実雨域の位置) 在すると考えられる。しかしTRを直接用いたのでは各ケースに共通の上界値Kを初期値として与えることができない。したがって、ほぼ等しい上界値を持つと考えられ、かつTRとほぼ同様な変動傾向を示す代表降雨強度 TR' について予測を行い、この予測値を $TR = TR' \cdot \sigma_x \sigma_y \sqrt{1-\rho^2}$ により再びTRに変換することにした。ここで、Logistic curveをTaylor展開し1次近似をとれば次式となる。

$$Y = \hat{Y} + \frac{\Delta \hat{Y}_k}{\Delta k} \tilde{k} + \frac{\Delta \hat{Y}_a}{\Delta a} \tilde{a} + \frac{\Delta \hat{Y}_b}{\Delta b} \tilde{b} + v \quad \dots \dots (5-3)$$

ここに、 $\hat{Y} = \hat{f}(\hat{k}, \hat{a}, \hat{b})$: Yの最確値、 $\Delta \hat{Y}_k = \hat{f}(\hat{k} + \Delta k, \hat{a}, \hat{b}) - \hat{f}(\hat{k}, \hat{a}, \hat{b})$ 、 $\Delta \hat{Y}_a = \hat{f}(\hat{k}, \hat{a} + \Delta a, \hat{b}) - \hat{f}(\hat{k}, \hat{a}, \hat{b})$ 、 $\Delta \hat{Y}_b = \hat{f}(\hat{k}, \hat{a}, \hat{b} + \Delta b) - \hat{f}(\hat{k}, \hat{a}, \hat{b})$ 、 $\tilde{k} = k - \hat{k}$ 、 $\tilde{a} = a - \hat{a}$ 、 $\tilde{b} = b - \hat{b}$ 、 v : 誤差項。

したがって

$$z = Y - \hat{Y}, M = \left[\frac{\Delta \hat{Y}_k}{\Delta k}, \frac{\Delta \hat{Y}_a}{\Delta a}, \frac{\Delta \hat{Y}_b}{\Delta b} \right], h = [\tilde{k}, \tilde{a}, \tilde{b}]^T$$

とおけば、カルマン理論の基本式

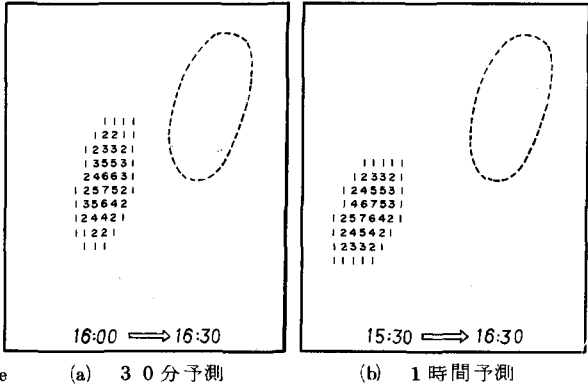


図-9 降雨量分布の予測例(II)

$$z = M \cdot h + v \dots \dots (5-4) \quad h(k+1) = \phi \cdot h(k) + w \dots \dots (5-5)$$

を用いて逐次 h を修正・同定することにより TR を予測できる。よって TR は上述の関係より求まる。

5-1 と同じ降雨域を対象とした予測の一例を図-9 に示す。なお、この場合の1ステップには10分をとった。予測結果は図-8 と比較し、30分、1時間予測ともむしろ悪化している。この原因のおもなものと考えられるのは、5-1 の場合と異なり各パラメータを独立に扱って予測を行ったこと、また1ステップを10分にした点などであろう。

6. 結論および今後の課題

本研究はレーダー雨量計より得られた降雨分布のデータをもとに、降雨量の分布パターンの定量的把握、および各パターンの降雨量変化の予測法について考察し以下の成果を得た。

- (1) 単峰性降雨域の雨量分布は2変数正規確率密度関数を用いて実用的には十分再現可能である。
- (2) 多峰性の場合も(1)と同様に扱えるが、分布を規定するパラメータは最尤法により数値解として求める。
- (3) 総観的な降雨分布パターンの場合には、メッシュの変形の観点から分布の再現を行うことができる。ただしこの方法の問題点は非線形最小化問題を解かねばならず、局所最適解となる可能性を避ける工夫を要する。
- (4) 分布パターンを規定するパラメータが定量的に求まれば、これを解析することにより降雨量の空間分布の時間的な変化特性を定量的に把握することができる。
- (5) カルマン理論をパラメータの変化予測に適用し、これを変換して結局降雨量分布の変化を予測可能である。

今後検討を要する点として以下のものが考えられる。

- (1) 本論文はディスプレイ上の降雨量分布のパターン認識的扱いのうち、降雨分布パターンの「識別・分類」問題には言及しなかった。良く知られたように画像解析における人間のパターン認識能力は非常に優れていて、これを自動的・機械的パターン認識機構により代行することはきわめて困難な場合が多い。今後このパターン認識の点についての研究を進める必要がある。
- (2) 単峰性降雨域の降雨量分布予測において2つのモデルを考えた。本論文で示した適用例では期待に反して、予測の精度を向上させるためにパラメータの変化傾向を考慮した予測モデルの方が単純なモデルの場合より悪い予測結果を示した。しかしながら現段階でこれを一般的結論とみなすのは早計である。今後資料数を蓄積して十分な解析結果を得、さらにより深い制御工学の知識を導入した予測モデルによって高精度の予測が可能になると考えている。

謝 辞 本研究は建設省関東地建・利根川ダム統合管理事務所より頂いた貴重な資料に考察を加えたものである。ここに記して謝意を表したい。

参 考 文 献

- 1) R. E. Kalman: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, Trans, ASME, J. Basic Eng. Vol. 82, pp.35-45, 1960.
- 2) 日野幹雄: 水文流出系予測へのカルマン・フィルタ理論の適用, 土木学会論文報告集 221, pp.39-47, 1974.
- 3) 建設省利根川ダム統合管理事務所: レーダーによる降雨量測定の実験的研究, 1975.
- 4) 坂井利之編: パターン認識の理論, 共立出版, 1967.
- 5) Davidon, W. C.: Variable metric method for minimization, A.E.C. Research and Development Report, ANL-5990(Rev.), 1959.