

雨域・雨量強度分布変化の短時間予測

Short Time Forecast of Deformation of Precipitation Area
And Its Intensity Distribution

山梨大学工学部 正員 竹内 邦良

はじめに

レーダーによる降雨観測のメリットは、非常に広い範囲に亘って空間的にも時間的にも連続的に降雨現象を把握することが出来る点にある。例えば対象流域から数十km隔った地域に移動性の降雨域を認めたとすると、その発達・進路等をつぶさに追跡・観察することによって、対象流域へ接近する時期・経路・その降雨規模等をある程度推測することが出来る。かりにその推測の手段が主観的・直感的なものであっても、人間の持つパターン認識の能力には超合理的なもの (extra-rationality) があり、それを利用することが出来れば、短時間の予測に関しては大きな間違いを生じることはないであろう。

ここにごく短時間というのは、単純補外 (simple extrapolation) の効く範囲でということであって、比喩的に言えば「雲は急に止まれない」性質のみに基づいて予測の出来る範囲ということである。この範囲は降雨の性質、降雨域の移動速度などにより大巾に異っているはずで、場合によっては長時間に亘って予測のつくこともあるだろうし、逆に数分で全体の様子が変化してしまい予測の出来ないこともあるだろう。

ここでは人間のパターン認識の能力を理論的に補佐することによって、単純補外の有効な範囲内での合理的な予測方法を提案する。すなわち man-machine system による降雨エコーパターンの変形予測方法を述べる。

方法の概要

単純補外の有効な範囲での人間のパターン認識の能力といっても、これは決して単純なものではない。非線型性、周期性、減衰、成長、回転、歪などかなり複雑な変化を直感的に把握することが出来る。したがってそれ等の要素をすべて表現し得るような補佐手段を講じなければ有効な man-machine system とはならない。然しながら人間の極めて高度な内容をもつ質的認識をすべて定量化することは至難であって、無理にそれを押し進めれば、質的認識内容をゆがめる結果ともなりかねない。したがって簡単でかつ包括的な定量化の方法を第一義と考える。このような方針で選ばれたものが、流体の変形を把握するのに用いられる平均速度ベクトル $\mathbf{V}$ と、変形テンソル $\mathbf{T}$ による表現方法である。これは次節で述べるように定常・線型であるが、場所的には非一様な変形を表現出来、人間の認識能力の主要部分を包括しているので、前述の方針の下では妥当な方法と考えられる。

具体的な予測方法は次のとおりである。

Step 1 : Man によるパターン認識の結果を、 δt 時間隔った 2 枚のエコーパターンの上に対応する点のセットを指定することにより表現する。

Step 2 : Machine がその指定された点のセットの意味を平均移動速度 $\mathbf{V}$ と変形テンソル $\mathbf{T}$ の形に翻訳する。

Step 3 : 変形要素である $\mathbf{V}$ と $\mathbf{T}$ が変わらないものとして一般に $n\delta t$ 時間後の雨域予測を行う。

以下にその詳細を述べる。

三次元的変形モデル

1. 降雨強度面 $z(x, y)$ の定義 地上の点 (x, y) における降雨強度が z であるとき、この状態を降雨強度面 $z = z(x, y)$ 上の点 $P(x, y, z)$ に対応させる。また原点 $O(0, 0, 0)$ と点 P を結ぶ有向線分

$\vec{OP}$ を位置ベクトル $\mathbf{P}$ とする。

2. 降雨強度面の移動 時刻 t における降雨強度面 $z(x, y)$ が, δt 時間後に $z'(x, y)$ と変化したとする。この様子は Fig.1 に示すとおりである。この変化は, $z(x, y)$ 上の任意の点 $P(x, y, z)$ が, $P'(x', y', z')$ に移動したものと見ることもできる。すなわち時刻 t における位置ベクトル $\mathbf{P}(t)$ が, δt 時間後には $\mathbf{P}(t + \delta t)$ に変化したと考える。ベクトル $\mathbf{P}(t)$ の変化率, すなわち速度ベクトルを $\mathbf{V}(t)$ とすれば,

$$\mathbf{P}(t + \delta t) = \mathbf{P}(t) + \mathbf{V}(t) \cdot \delta t \quad (1)$$

と表わすことが出来る。なお $\mathbf{V}$ の x, y, z 方向成分は u, v, w であるとする。

3. 基準点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ の導入 時刻 t における降雨強度面 $z(x, y)$ 上にその時刻での基準となる点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ をとり, $\vec{OP}_0$ を $\mathbf{P}_0(t)$ であらわす。 $\mathbf{P}_0(t)$ の速度ベクトルは $\mathbf{V}_0(t)$ とする。一般に $\mathbf{P}_0(t)$ と $\mathbf{P}(t)$ との位置ベクトルの差は $\delta \mathbf{r}(t)$ とあらわすことが出来, またその移動速度 $\mathbf{V}_0(t)$ と $\mathbf{V}(t)$ の差は $\delta \mathbf{V}(t)$ とあらわすことが出来る。すなわち

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_0(t) + \delta \mathbf{r}(t) \quad (2)$$

$$\mathbf{V}(t) = \mathbf{V}_0(t) + \delta \mathbf{V}(t) \quad (3)$$

これ等を用いて(1)式を書き改めると,

$$\mathbf{P}(t + \delta t) = \mathbf{P}_0(t) + \delta \mathbf{r}(t) + (\mathbf{V}_0(t) + \delta \mathbf{V}(t)) \cdot \delta t \quad (4)$$

となる。

4. 変形テルソン $\mathbf{P}_0$ から $\delta \mathbf{r}$ だけずれた位置ベクトルは $\delta \mathbf{V}$ だけ違った移動速度をもっているということは, 相対位置ベクトル $\delta \mathbf{r}$ を相対速度ベクトル $\delta \mathbf{V}$ に変換するのにテンソル (変形テンソル) T を用いるならば,

$$\delta \mathbf{V} = T \delta \mathbf{r} \quad (5)$$

と書くことが出来る。この関係は線型変換であるという意味です。すでに非常に大きな仮定を導入したことになる。ここで $\delta \mathbf{V} = (\delta u, \delta v, \delta w)^T$, $\delta \mathbf{r} = (\delta x, \delta y, \delta z)^T$ であることを考慮して(5)式を書き下すと,

$$\begin{bmatrix} \delta u \\ \delta v \\ \delta w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{xx} & e_{xy} - \omega_z & e_{zx} + \omega_y \\ e_{xy} + \omega_z & e_{yy} & e_{yz} - \omega_x \\ e_{zx} - \omega_y & e_{yz} + \omega_x & e_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} \quad (6)$$

となる。ただし,

$$\begin{cases} e_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \\ e_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \\ e_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \end{cases}, \begin{cases} e_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ e_{zx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ e_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \end{cases}, \begin{cases} \omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \end{cases}$$

である。すなわち変形テルソンは伸縮, 歪, ならびに回転の合成による変形をあらわす変換系である。

5. 予測式 上に定義された速度ベクトル $\mathbf{V}$, 変形テルソン T を用いて(4)式を書き改めると,

$$\mathbf{P}(t + \delta t) - \mathbf{P}_0(t) = \mathbf{V}_0(t) \delta t + (I + T(t) \delta t) \cdot \delta \mathbf{r}(t) \quad (7)$$

すなわち,

$$\begin{bmatrix} x' - x_0 \\ y' - y_0 \\ z' - z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \cdot \delta t + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{xx} & e_{xy} - \omega_z & e_{zx} + \omega_y \\ e_{xy} + \omega_z & e_{yy} & e_{yz} - \omega_x \\ e_{zx} - \omega_y & e_{yz} + \omega_x & e_{zz} \end{bmatrix} \cdot \delta t \cdot \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

となる。これは点 $P(x, y, z)$ が δt 時間後に $P'(x', y', z')$ へ移動する関係を表わすもので, そのまま降雨強度面移動の予測式に他ならない。但し, $\mathbf{P}(t)$ を知って $\mathbf{P}(t + \delta t)$ を求めるためには $u, v, w, e_{xx}, \dots, e_{zz}$ の 12 個のパラメーターを知る必要がある。

6. 平均移動速度・変形テルソンの同定 上記のパラメーターの同定には人間のパターン認識の能力を利用する。まず(8)式において $x'-x_0, y'-y_0, z'-z_0, x-x_0, y-y_0, z-z_0$ をあらためて x', y', z', x, y, z と書き、さらにこれが (x, y, z) を (x', y', z') に変換する式であることを強調して書き改めると、

$$(x' \ y' \ z') = (1 \ x \ y \ z) \cdot \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (9)$$

となる。この式は3本の式であり、パラメーターは12個ある。したがって4対の相対応する点を人為的に指定するならば12本の式が定まってパラメーターは決定される。但し従属の式を含まないような指定の仕方ではなければならないことはいうまでもない。

いま $k (\geq 4)$ 対の相対応するペアーを指定したとする。すなわち $P_i(x_i, y_i, z_i)$ と $P'_i(x'_i, y'_i, z'_i), i = 1, 2, \dots, k$ なる k 対の関係を指定したとすると、(9)式は

$$\begin{bmatrix} x'_1 & y'_1 & z'_1 \\ x'_2 & y'_2 & z'_2 \\ \dots\dots\dots \\ x'_k & y'_k & z'_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ \dots\dots\dots \\ 1 & x_k & y_k & z_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}$$

あるいはマトリックス表示により

$$Q = PA \quad (10)$$

となる。したがってパラメーター A は最小自乗推定量($k=4$ のときのみ厳密解)として求めることが出来、その解は

$$A = (P^T P)^{-1} P^T Q \quad (11)$$

である。すなわち V および T が同定された。

7. 予測 得られた A を用いて $P(t+\delta t)$ より $P(t+\nu\delta t) (\nu \geq 2)$ を予測する。このためには

$$A^{(\nu)} = [V\nu\delta t \quad I + T\nu\delta t]^T \quad (12)$$

なる、 $A^{(\nu)}$ を用いて

$$P(t+\nu\delta t) = P_0(t) + A^{(\nu)T} (P(t+\delta t) - P_0(t)) \quad (13)$$

を計算すれば良い。但しここで注意を要するのは、 V, T が時間的に不変としていることである。この定常性についての仮定を念頭におくことなしに結果の意味を議論することは出来ない。

モデルの構造に関する検討

計算に入る前に、モデルの細部に検討を加え、さらにモデルの修正の可能性についても考察しておく。

1. z 方向の歪 降雨強度面の z 座標は降雨強度を示している。このことから、 $e_{zx} \pm \omega_y, e_{yz} \pm \omega_x$, すなわち(9)式において $a_{13}, a_{23}, a_{31}, a_{32}$ 等を考慮することには注意を要する。例えば

$$e_{zx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

であるから、 $\frac{\partial u}{\partial z} > 0$ あるいは $\frac{\partial w}{\partial x} > 0$ で、他の項がすべてゼロである場合について検討しよう。ここで前者は降雨強度の強い部分ほど x 方向への移動速度が著しいという意味であって、降雨強度面のピークの相対位置の平行移動をあらわしている。したがって変形要素としては妥当なものと考えられる。一方後者の $\frac{\partial w}{\partial x} > 0$

の項は規準点より x 方向に離れるに従って降雨強度の増加速度がはげしくなるということであるから、例えば $\delta x \gg 0$ ではもともと降雨のなかった地域に大雨が降り出す結果になったりどんな強雨であっても消えてしまうことになりかねない。これは次の事実から他の類似の項 $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}$ 等に比べて極めてゆゆしい影響をもっている。すなわち、

- (1) 降雨強度の離散化は極めて粗い区分で行なわれており、わずかの差でも著しい強度差を意味する。例えば 0.5 mm/hr から 100 mm/hr 程度の差のある領域を高々 10 段階に分けている。
- (2) 降雨強度分布の変化は降雨域の変化に比べてランダム性が高い。したがってたまたま z と z' が一対として指定されて、それが段階の違ったものであったとき、これを全般的な傾向として扱うのは危険である。

このような z 方向の歪の影響を緩和したり除去したりする方法としては次のようなものが考えられる。

- (1) $\delta x, \delta y$ の符号がつねに一定になるように基準点をエコー域の外に選ぶ。
- (2) $\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial y} = 0$ という制約条件を課して変形テルソン T を定める。
- (3) z と z' の対としては瞬間的・局所的なものではなく時・空間的に平均した値を対応させる。

方法(2)の極端な場合としては $e_{zx}, e_{yz}, \omega_x, \omega_y$ をすべてゼロ、すなわち $a_{13}=a_{23}=a_{31}=a_{32}=0$ とすることも考えられる。このようにすると z 方向成分としては e_{zz} のみが残る、 $\mathbf{V}, \mathbf{T}$ による変形予測は、エコーパターンの平面的変形と、平均降雨量変化の独立な 2 つの予測の合成に帰着する。

2. 完全自動化 Man-machine system を不満として、人間のパターン認識に相当する機能をも計算機に代行させることははなはだ効率が悪いが不可能ではない。降雨強度面上の点 $P(x, y, z)$ が δt 時間後に $P'(x', y', z')$ に移動するような予測を行ったとき、 (x', y') における実際の降雨強度を z^* とすると、その予測誤差は

$$z'(x', y') - z^*(x', y')$$

である。したがって降雨強度面上のすべての点の誤差の例えば自乗和を最小にするような予測を行うことを目標とすれば、

$$\min_A \sum \{ z'(x', y') - z^*(x', y') \}^2 \quad (14)$$

なる非線型最小値問題を解けば良い。これは非常にやっかいな問題である。第 1 に決定変数が 12 個と多数であること、第 2 に目標関数が convex とは考えられないこと、さらに最適解の唯一性の保障すらない。したがって完全自動化の試みはペイしないと言うことが出来よう。

計算結果と結論

試算用データとして、建設省利根川ダム統合管理事務所が赤城山山頂のレーダーを用いて観測した 5 分間隔 5 分平均のレーダー雨量記録の中から、数ケースの降雨データを提供いただいた。ここでは 1976 年 8 月 3 日の前線性降雨の予測例を示す。この雨の予測に入る前に別の雨を用いて種々の検討を行ったが、ここに示すものはその結果に則って予測したものである。したがってこのケース独自の調整は何ら行われていない。まず事前の検討より得られた結論を列挙する。

- (1) 基準点は予測対象雨域外に取った方が良い。
- (2) $\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial y} = 0$ という z 方向の歪に対する制約を課した方が良い。
- (3) 指定する点の対は、変形の形態を抽象するに十分な数だけあれば良く、それ以上対応点を増しても予測精度は向上しない。
- (4) パターン認識の個人差の予測結果への影響は比較的僅かである。

- (5) 5分違いのデータから V , T を決めるよりも、より間隔の長いデータから決めた方が予測可能時間が長い。

以上は結論といってもさらに検討の余地を残しているものであるが、ここに紹介するFig.2およびFig.3はさしずめこの結論に従って予測された結果である。

V , T を決めるためのデータとしては15分間隔のものを用いた。ただし両時点のパターンとしては、それぞれの時点に至るまでの15分を平均したものを用いた。すなわち対応点の指定は時間的平滑化を行ったパターン上で行われた。場所的平滑化は今回は行わなかった。対応点はいずれも7対指定した。

Fig.2・3は1976年8月3日の前線性降雨の18時30分ならびに20時35分時点で行った10～50分予測の結果のうち、10分・30分・50分予測を示している。各図とも左が実測値、右が予測値である。予測対象領域は赤城山レーダーサイトを中心とした東西164km、南北116kmに亘るもので、群馬県以下6県にまたがっている。破線は県境、実線は海拔1500mの等高線である。三国山脈、帝釈山系、秩父山地の一部が見える。数値は降雨強度をあらわし、2が5～10mm/hr、3が10～15mm/hr、4が15～20mm/hrに対応し、以下5mm/hr毎に増し、*は45mm/hr以上の強度を示す。したがって白地は5mm/hr以下の領域であって必ずしも雨が降っていない地域を示すものではない。またFig.2の予測図中の左側ならびに下辺の白地は、18時30分時点で予測対象領域外にあった部分である。

まず10分予測ではFig.2・3とも一見してかなり良好な予測をしていると見られる。とくにFig.3は精度が高く見えるが、Fig.2ではレーダーサイト付近ですでに予測が狂いはじめている。この誤差は30分予測でさらに拡大し、50分予測では大巾な狂いになっている。一方Fig.3では30分・50分予測とも全体的に大きな誤差は累積しておらず、予測としては成功例と見ることが出来よう。Fig.2とFig.3でこのような差を生じた理由は正しくは不明であるが、次の3点が主要なものではないかと考えられる。第1点はFig.2は雨域が山越えにかかっている時点での予測を行っていることである。したがって地形の影響を考慮しないモデルでは予測がはずれるであろうことは想像に難くない。第2点はFig.2の雨域は形態的にパターン認識がむづかしい入り乱れた状態になっていることである。これは予測因子である V , T の同定に誤差を生じやすい。第3には総観的な降雨では雨域全体が一組の V , T に支配されて変動すると見るのには無理があるということである。このいずれの点においてもFig.3の雨域は予測に有利であることがわかる。

ところで予測精度をこの図のみから判断することは概して雨域形状の予測精度に注意を集中しがちとなる。Fig.2・3を見ると、形状の予測の妥当さに比べ、雨量強度分布の予測は必ずしも満足のいくものではない。これは主として2つの理由によるものであろう。1つはパターン認識の対象として与えられた図が、ある強度以上の雨域のみを示すもの、すなわちこの図での2以上(5mm/hr以上)を示す領域であるということである。2以上の領域を示しパターン認識させた場合には、その領域の形にどうしてもとらわれがちであり、2以上の領域の形状を主とした予測をする結果となる。第2には、強雨域は一般にかなり非定常性ならびにランダム性の高いものであるという理由が挙げられる。したがって定常なモデルでは強雨域の短時間・局所的予測を行うことはむづかしく、前節で述べたとおり雨量強度面を時・空間的に平滑化したものにもとづいて、平滑化されたものを予測する程度が限度ではないかと考えられる。

最後にこのテストケースから想定される予測可能時間であるが、これは降雨の性格、雨域の地理的位置や形状等に大巾に左右されるものであり、一概に結論すべき性質のものではない。むしろ降雨のタイプ、性状によって予測可能時間を分類することを検討すべきであろう。したがってここに得られた結果の結論としては、単純補外のみによる予測能力としては本論文の提案したman-machine systemは満足すべきものであるということにとどめる。

あとがき

Man-machine systemによる単純補外法としてここに開発したものは、三次元的な降雨強度面の平行

移動，伸縮，歪，回転を総合的に取り扱うことが出来，しかも計算必要量は実用上ゼロと見なして差し支えない．予測性能としては単純補外であることの限界内では，十分な機能を有すると結論される．今後は topographical effects ならびに synoptic field との関連を組み込んだモデルに発展させて行かねばならない．

この研究は昭和 52 年度文部省科学研究費補助金一般研究 D（課題番号 265146）の援助を受けて進められた．また研究組織上は WMO 日本国内委員会の下部作業の一環に組み込まれ関係各位の熱心な示唆を賜っている．レーダ観測資料は建設省利根川ダム統合管理事務所の全面的な協力の下に提供いただいた．以上の御好意に対しここに謹んで謝意を表す．

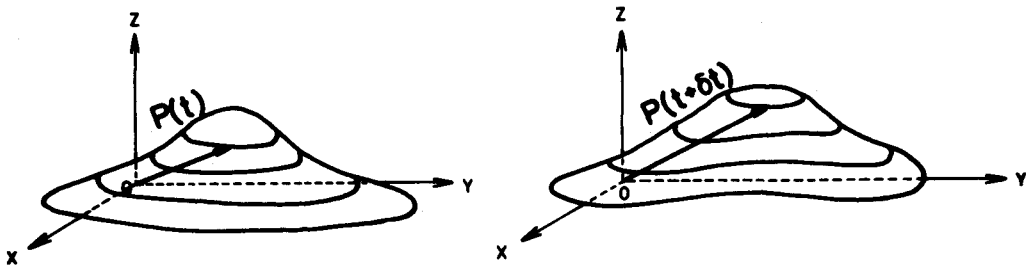
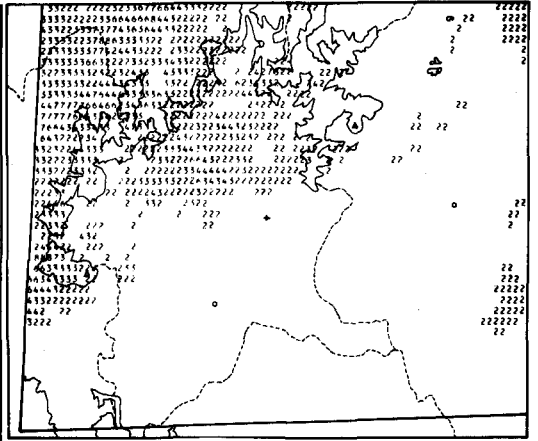
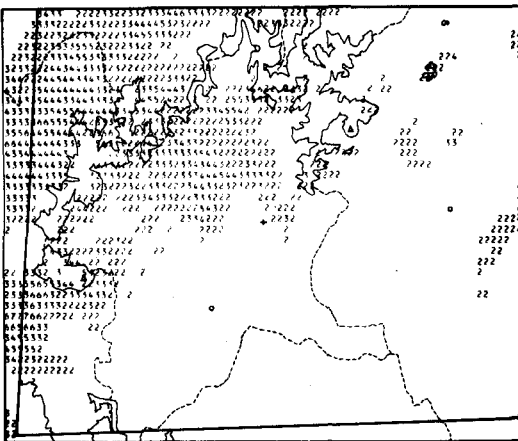


Fig. 1 Deformation of Precipitation Intensity Hyperplane

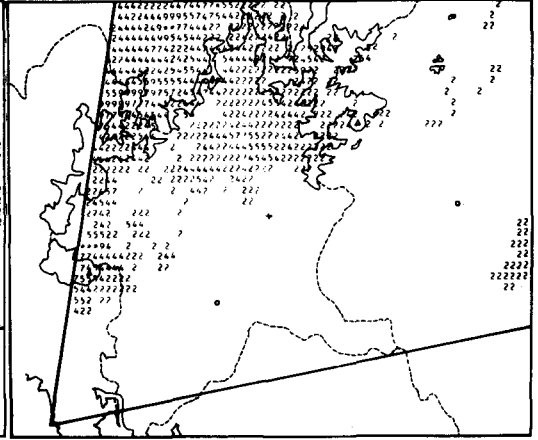
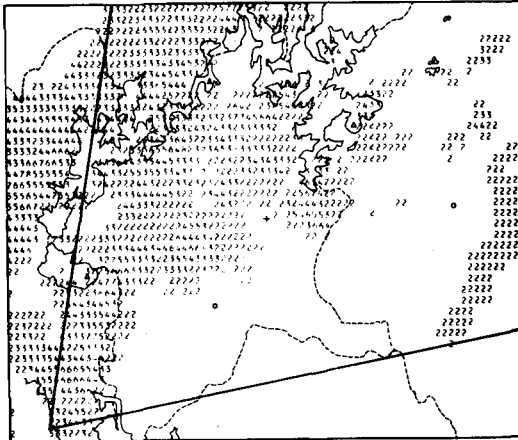
10 min. later: observed

predicted



30 min. later: observed

predicted



50 min. later: observed

predicted

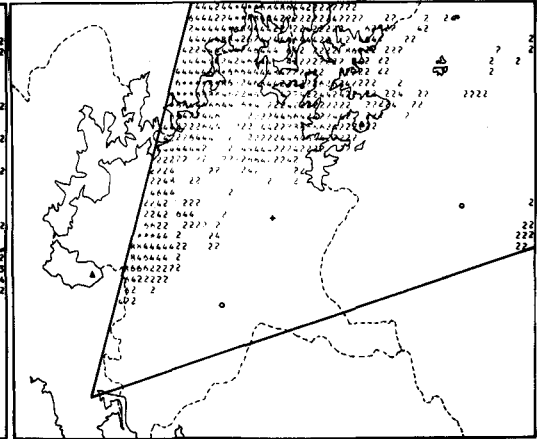
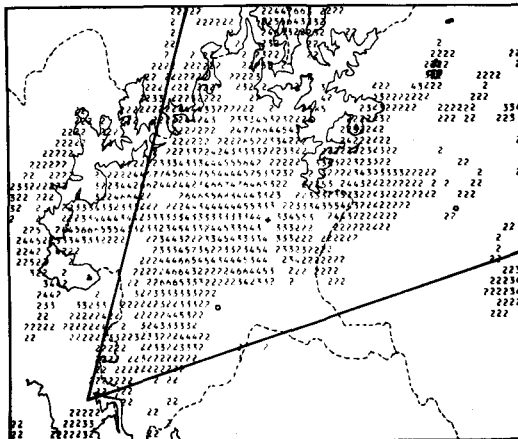
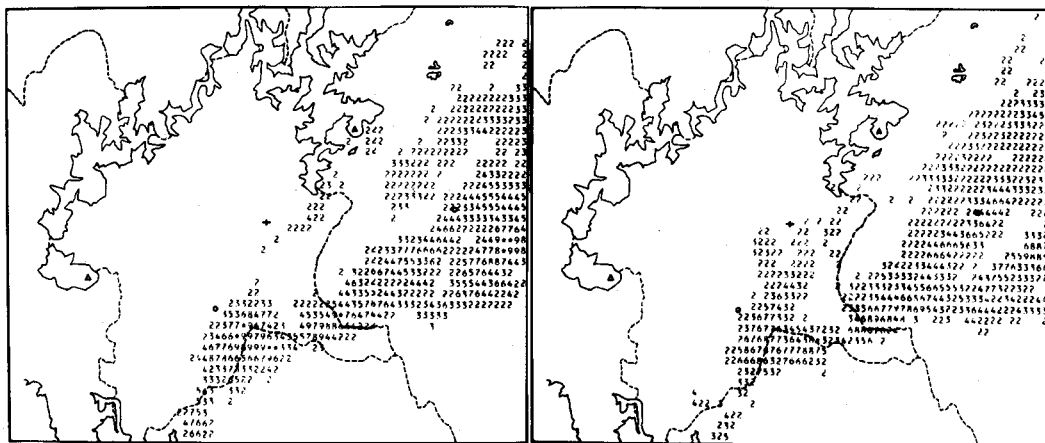


Fig. 2 Precipitation Prediction Made at 1976/8/3/18:30

10 min. later:

observed

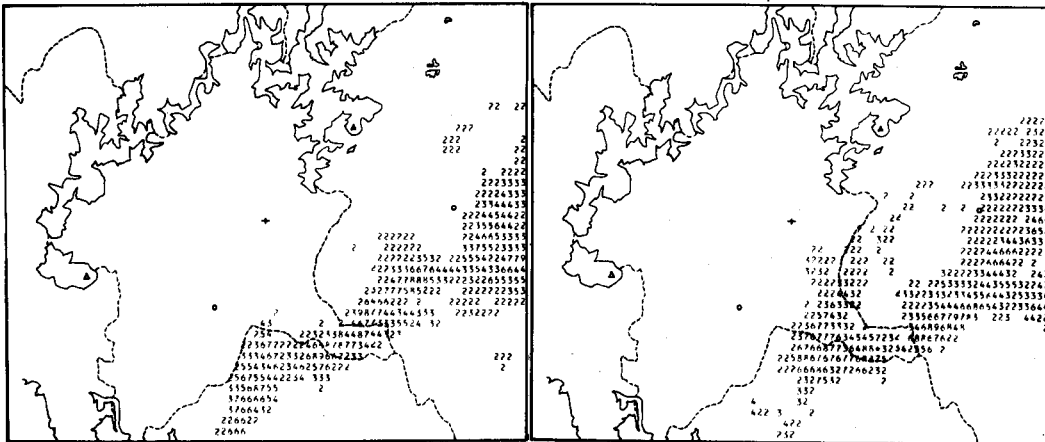
predicted



30 min. later:

observed

predicted



50 min. later:

observed

predicted

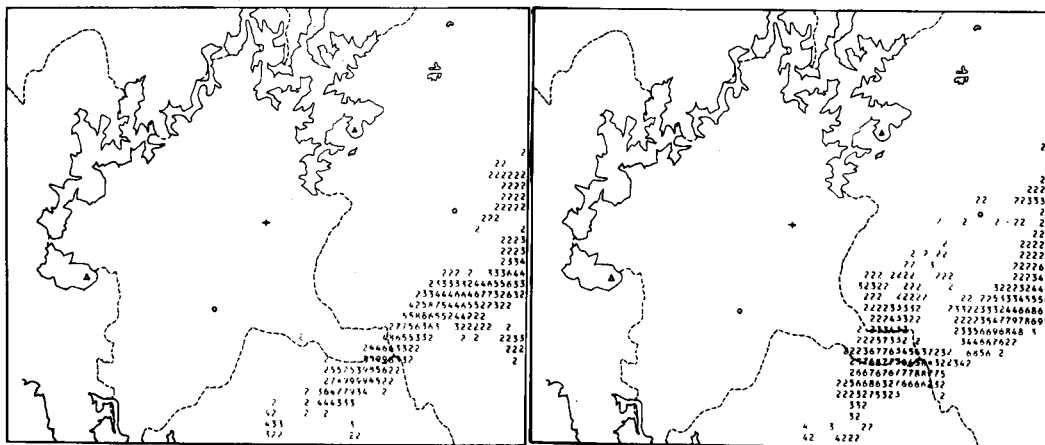


Fig. 3 Precipitation Prediction Made at 1976/8/3/20:35