

水中における落下物体の挙動と着底分布に関する検討

(Studies on Settling Characteristics of Falling Materials in Water)

(財)電力中央研究所	正会員	○田中伸和
同上	同上	小森修蔵
同上	同上	和田 明

1. はじめに

流体中を落下する物体は、たとえ流れがなくとも物体の落下によって引き起こされる物体まわりの圧力変化や乱れなどにより、横ゆれなどの複雑な挙動を示しながら落下する。そのため、落下物体が底部に達する地点は必ずしも投入点の真下とはならず、それよりずれる地点に落下することが生じ、Lunn¹⁾on, Barker²⁾, 箭内³⁾, 佐々木⁴⁾ などによる実験や観察が行なわれている。しかし、これらの結果はかなりの差違を示し、落下物体の形状、大きさ、比重、投入方法、および流況特性に大きく左右されているように思われる。ここでは、このような落下物体の挙動と着底点の分散する原因を考え、流体中を落下する物体の挙動ならびに散乱域の評価を行なう。

2. 落下運動の機構

落下物体まわりの流れが生じうる原因などを水理学的な側面から分類するとつぎのようになる。

- (1) 落下物体のうしろに生じる後流および物体まわりの境界層のはく離現象
- (2) 落下物体の側面から発する一連の渦列の発生
- (3) 落下方向に直角を向きに作用する力の不均衡より生じる物体をとりまく循環

さらに、これらの現象はレイノルズ数、ストローハル数、抵抗係数などのパラメータにより評価されるであろう。また、単一に落下する物体の運動は物体の大きさや形状により異なるが、Alger⁵⁾によるとつぎのような機構に分類されている(図-1参照)。

- (1) すべり運動
- (2) かたむき運動
- (3) 回転運動

そのため、水中に物体を投入すると、これらの運動が順次にあるいは相まって現われ、物体は投入されたままの姿勢でまっすぐに落下するものではなく、ゆらゆらと横ゆれを生じて落下する。

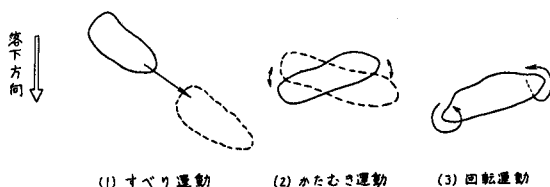


図-1 落下運動機構の分類

3. 静水中での落下挙動

3-1 落下実験の方法と結果

まず、物体の形状の違いによる挙動は取り扱わず、落下物体は円筒形としドラムカンの縮尺模型を用い、単独物体の静水中での落下挙動の検討を行なった。実験は巾2m、高さ4m、奥行2mの前面と背面がガラス張りの水槽内で行なった。なお、水槽内には上下方向に移動可能な中底が設置されている。

落下させた模型は塩化ビニール管を切断し、その中にモルタルを埋めたものとアルミニウム製のものを使用した。なお、模型の大きさは $\phi 60\text{ cm} \times 90\text{ cm}$ のドラムカンに対し、約 $1/15$ と $1/30$ になるように定め、比重はモルタルでは1.6、アルミニウムでは2.75である。さて、模型は一度水面で静止させる落下装置を使用して落下させ、人為的な落下誤差が入らないように工夫した。この装置により模型を縦位置か横位置の姿勢で静止させた後落下させ、ガラス面を通した連続撮影で落下挙動の解析を行なった。なお、中底は4m

に設置し、個々の落下は十分な時間間隔をおいて実施し、落下相互間での干渉がすくなくなるように配慮した。

その結果、横位置からの落下の場合では落下中に時折すべり運動で縦位置になるが、大部分横位置のままにかたむき運動、すべり運動、回転運動をしながら横ゆれをして落下することが判明した。なお、回転運動は長軸を中心にしたものであり、写真では判読不可能であった。一方、縦位置からの落下の場合には、落下後ただちに横位置に転移しその後横位置からの落下と同じ挙動を示した。そのため、水面近傍を除けば横位置と縦位置からの投入による落下挙動には差違は認められない。

さらに、模型を落下させた場合に、その重心が示す落下軌跡を連続写真より判読し求めた波長は、模型縮尺、縦・横位置の投入姿勢による変化は顕著でなく、模型の長さの約1.5倍であり、その振幅は約0.5倍であった。また、落下方向は必ずしも重力の方向には向かわず、左右への変位が生じている。一方、鉛直方向に複数個の模型を横位置から同時に落下させた場合には、1番目の模型が示す波長が残りのものにくらべて2倍以上の長さになり、また振幅も大きくなるようである。なお、模型の横ゆれ挙動は観察するガラス面に平行な挙動ばかりでなく、多分に3次的であるため振幅や落下方向は必ずしも絶対的なものではない。また、観察ガラス面は東側に面し、横位置姿勢の物体は長軸を南北にして設置した。

3-2 落下挙動の解析

(1) 抵抗力の算定

いま、落下物体として円筒を想定すれば、前述の実験結果より物体が横位置の姿勢で落下すると仮定できるため、2次元的な解析が行なえる。そのため、図-2のように落下物体の重心に原点をもつ座標系を考えれば、つぎのシミュレーションモデルと境界条件で、一定速度で落下する円筒のまわりの流況と抵抗力の算定が行なえる。

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

$$\zeta = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

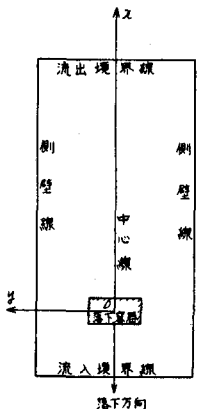


図-2 解析モデルの座標系と境界線

- (i) 流入境界線: $\varphi = -y, \zeta = 0$
- (ii) 流出境界線: $\partial \varphi / \partial x = \text{一定}, \partial \zeta / \partial x = \text{一定}$
- (iii) 左右側壁線: $\varphi = \text{一定}, \zeta = 0$
- (iv) 中心線: $\varphi = 0, \zeta = 0$
- (v) 物体表面: $\varphi = 0, \zeta = \partial^2 \varphi / \partial n^2$

ここで、 φ, ζ はそれぞれ無次元の流れ関数と渦度であり Re は円筒の長さ H と落下速度に対するレイノルズ数、 x, y はそれぞれ鉛直上向きと円筒の長軸方向を表わし、 n は物体表面での外向き法線方向である。

以上の数値解析により、物体表面での垂直応力とせん断応力を求め、得られる抵抗係数を他の結果と比較すると、図-3のようになる。すなわち、 $Re < 50$ では抵抗係数は他の結果とほぼ一致し、円筒の長さ H と幅 B の形状変化による流況を解析できる。しかし、 $Re > 50$ で抵抗係数の減少がみられ、 $Re = 10^3$ では抵抗係数 $C_D = 0.1$ となり、流況と抵抗係数はポテンシャル流的となる。そのため、図中には $Re > 50$ では実験値に漸近させるように破線で示した。

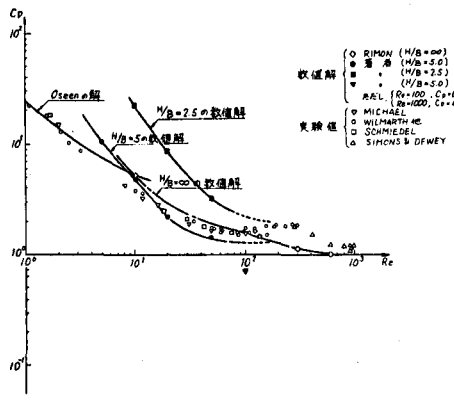


図-3 実験と数値解析での抵抗係数の比較

このように、①、②式では高いレイノルズ数の流況や抵抗係数の算定はできず、レイノルズ数が約 10^5 となる今回の落下実験の解析に用いることができない。そのため、落下挙動は以下のようにして求めた。

(2) 落下軌跡と着底位置の算定

水中にドラムカンを投入した場合のレイノルズ数は、佐々木らによると約 10^7 であり、抵抗係数は0.67であったと述べられている。今回の縮尺模型による実験ではレイノルズ数が約 10^5 であり、その時の抵抗係数は約0.65であった。また、落下軌跡はかなり周期的であり、卓越した周期をもつ外力の作用があるように思われた。そのため、規則的な渦が落下物体の側面より生じるものと仮定して取り扱った。

すなわち、渦の発生のため落下物体に沿った境界層のはく離点は変動し、ある時刻では図-4のような状態が考えられる。いま、図中の物体の左半分および右半分に作用する圧力の合力をそれぞれ P_1 、 P_2 とし $P_2 > P_1$ とすれば、その後物体は左側に変位しながら落下し、左側への変位のため左側の境界層のはく離点は物体のうしろへ押しもどされ、 P_1 は P_2 より後側へ作用するであろう。そのため、左右の合力の作用点のくい違いにより、物体の重心に対して右回りのトルクが生じ、物体は左側に変位し右回りの回転をしながら落下することになる。その後、この回転運動のため物体のまわりに循環が生じ、その結果マグナス効果として物体が右回りの回転をする場合には右向きの力が作用し、物体の左側への変位を抑制することになり、物体は回転しながら左右に変位して落下するものと思われる。

したがって、ここでは前述の実験結果を考慮し、以下のような仮定を用いて、落下挙動のシミュレーションモデル③式を導いた。

- (i) 落下速度は一定
- (ii) 落下物体にはトルクが作用しない。
- (iii) 落下物体に作用する抵抗力は一定とする。
- (iv) 落下物体には一定周期の側圧が作用する。

$$m \cdot \ddot{y} + a \cdot \dot{y} = F_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \quad \dots\dots\dots ③$$

ここで、 m は落下物体の質量、 a は落下物体に作用する抵抗力
 F_0 は落下物体に作用する最大側圧、 T は側圧の作用周期、 y は落下方向と直角な方向、 t は落下開始からの経過時間である。

さて、③式を初期条件 $y(0) = y_0$ 、 $\dot{y}(0) = \dot{y}_0$ のもとで解けば、

$$y(t) = y_0 + \frac{m}{a} \dot{y}_0 + \frac{F_0}{a \cdot \omega} - \frac{F_0}{m} \frac{1}{\omega^2 + \left(\frac{a}{m}\right)^2} \left(\sin \omega t + \frac{a}{m \cdot \omega} \cos \omega t \right) - \frac{m}{a} \left\{ \dot{y}_0 + \frac{\omega \cdot F_0}{m} \frac{1}{\omega^2 + \left(\frac{a}{m}\right)^2} \right\} e^{-\frac{a}{m}t} \quad \dots\dots\dots ④$$

となり、落下物体は周期 T の横ゆれを生じて落下することが再現できる。また、個別に落下させた多数個の物体の着底分布の中心点は、 y_0 と $\dot{y}_0$ の大きさや F_0 の作用方向のランダム性を考慮す

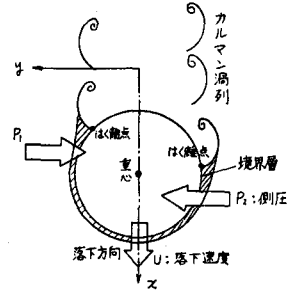
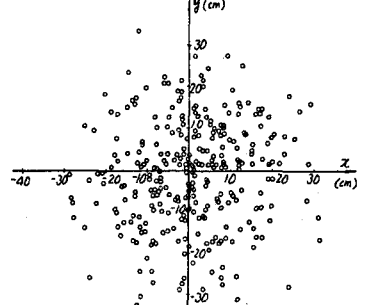
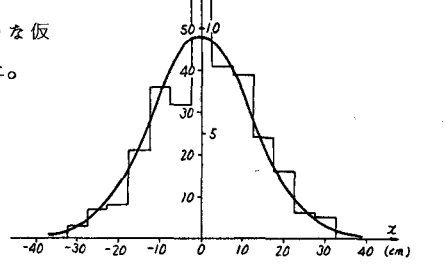


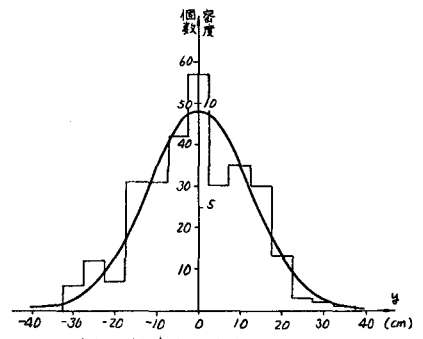
図-4 落下する物体に作用する側圧



(a) 着底分布
(○印は模型の重心位置)
個数
密度
15
70
60
50
40
30
20
10
0
-40 -30 -20 -10 0 10 20 30 40 (cm)



(b) x軸方向の分布



(c) y軸方向の分布

図-5 静水中での着底分布 (300個)
(落水水深4m、1/15模型、縦位置落下)

れば $E[y_{(t)}] = 0$ となり、水面の投入点の真下となる。さらに、着底分布の分散 σ^2 は

$$\frac{a}{m} t \leq 1 \text{ の場合 } \sigma_{(t)}^2 = E[y_0^2] + E\left[2 \cdot y_0 \cdot \left(\dot{y}_0 + \frac{F_0}{m \cdot \omega}\right)\right] \cdot t \dots\dots\dots ⑤$$

$$\frac{a}{m} t \geq 1 \text{ の場合 } \sigma_{(t)}^2 = E\left[\left\{y_0 + \frac{m}{a}\left(\dot{y}_0 + \frac{F_0}{m \cdot \omega}\right)\right\}^2\right] \dots\dots\dots ⑥$$

となり、落下時間の短い場合には着底分布の分散は落下時間に比例して増加し、長い場合にはほぼ一定の広がり内におさまることが推察される。なお、 $\omega = 2\pi/T$ であり、 $E[\]$ は落下合計に対する平均操作を表わす。

表－１ 着底分布の実験条件と結果

4. 落下物体の着底分布

4－1 静水中での着底分布

前節までは、一定形状の物体の静水中での落下挙動の解明を試み、落下挙動は一定周期をもつもののかかなり確率的な性状を示すことが判明した。そのため、物体が着底する位置を検討するに当っては多くの実験データより統計的な解析を行ない、個々の着底位置の確率論的な性状を明確にしておく必要がある。

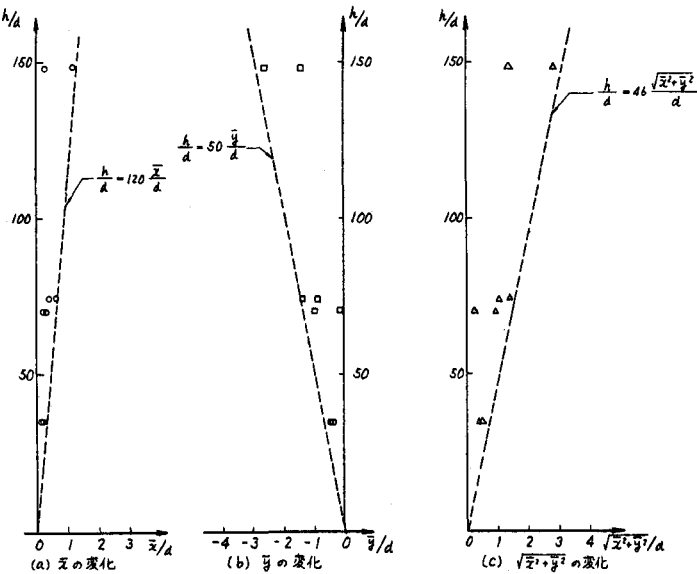
すなわち、前述の縮尺 $1/15$ と $1/30$ のモルタル製模型を水深 2 m および 4 m に設置した鉄網の中底中心点に向って、前述の落下装置を用いて個別に計 300 個落下させ、その着底分布の検討を行なった。なお、投入姿勢は横および縦位置とした。

その結果、個々の模型の着底位置の分布状態は図－５のようになる。なお、図中の原点は中底中心であり、 x 軸は南北方向で北を正、 y 軸は東西方向で西を正とした。また、横位置投入では長軸を x 軸方向と一致させた。

このような分布図より、 x 、 y 軸方向の平均着底位置 $(\bar{x}, \bar{y})$ と分散 (σ_x^2, σ_y^2) および実験条件を表－１に示す。

表中の平均着底位置を中底設置深さに対して示すと、図－６のようになる。すなわち、平均着底位置は落下目標点（中底中心点）に一致せず、それより x 軸方向に正、 y 軸方向に負の偏りを生じている。また、その

落下方向	パラメータ (軸)	水深 h (cm)	長さ d (cm)	$\bar{x}$ or $\bar{y}$ (cm)	標準偏差 σ (cm)	h/d	$\sqrt{h/d}$	$\bar{x}_d$ or $\bar{y}_d$	σ_d	$\sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}/d$
縦	x	400	5.7	1.05	12.12	70.2	8.38	0.18	2.13	0.23
	y			-0.75	12.62			-0.13	2.21	
横	x	400	5.7	1.17	11.85	70.2	8.38	0.21	2.08	0.94
	y			-5.25	11.96			-0.92	2.10	
縦	x	200	5.7	1.08	9.08	35.1	5.92	0.19	1.59	0.49
	y			-2.55	8.88			-0.45	1.56	
横	x	200	5.7	0.92	8.34	35.1	5.92	0.16	1.46	0.47
	y			-2.50	7.69			-0.44	1.35	
縦	x	400	2.7	0.67	7.44	148.1	12.17	0.25	2.76	1.37
	y			-3.65	8.00			-1.35	2.96	
横	x	400	2.7	3.22	8.55	148.1	12.17	1.19	3.17	2.89
	y			-7.12	9.12			-2.64	3.38	
縦	x	200	2.7	1.53	5.93	74.0	8.6	0.57	2.20	1.03
	y			-2.33	6.06			-0.86	2.24	
横	x	200	2.7	0.98	6.41	74.0	8.6	0.36	2.37	1.41
	y			-3.67	6.09			-1.36	2.26	



図－６ 着底分布の中心点の変化

さらに、円筒の着底位置の分布を評価するため、表-1中の標準偏差と落下水深の関係を図-7に示した。その結果、円筒の着底分布の標準偏差は、縦・横位置の投入姿勢や縮尺に関係せず、円筒の長さ d と落下水深 h に對し

$$\sigma = \frac{1}{4} \sqrt{h \cdot d} \dots \dots \dots \textcircled{7}$$

したがって、不規則形状の砂礫の着底範囲は、円筒や球形物体にくらべ数倍広くなり、不規則形状に起因する散らばりがきわめて大きく作用することが予想される。なお、球形物体の着底範囲は円筒のものより狭くなることも判明した。

したがって、以上の実験結果にもとづき、静水中を落下する円筒が着底する位置の散乱域をつぎのように推定した。すなわち、散乱域は落下個数や大きさ、落下距離に關係するため、円筒の着底点の拡がりを表わす係数を

$$D = \frac{u}{2} \frac{d\sigma^2}{dh} \dots \dots \dots (8)$$

で定義し、⑦式を⑧式に代入することにより

$$D = \frac{1}{32} \quad u \cdot d \quad \dots \dots \dots \textcircled{9}$$

となる。ここで、 u は落下速度である。

さらに、水底での落下目標点を $x=0$, $y=0$, $z=h$ とし、その真上より円筒を 1 個づつ計 N 個落下させた場合、水底 (x, y) 点の単位面積に着底する円筒の個数 M は

$$u \frac{\partial M}{\partial z} = D \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right) \dots \dots \dots (10)$$

で求められる。また、水底の x , y 軸方向の

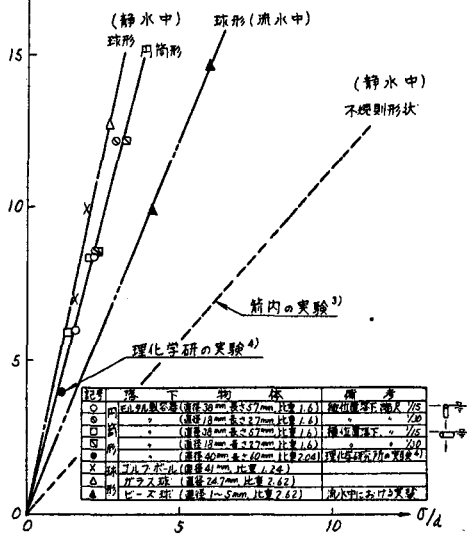


図-7 着底位置の散乱特性
(h :落下距離, d :落下物体の長さ,
 σ :着底位置の標準偏差)

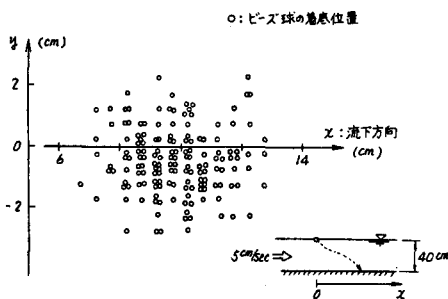


図-8 流水中での着底位置(合計155個)
(平均径1.85mmのビーズ球の落下)

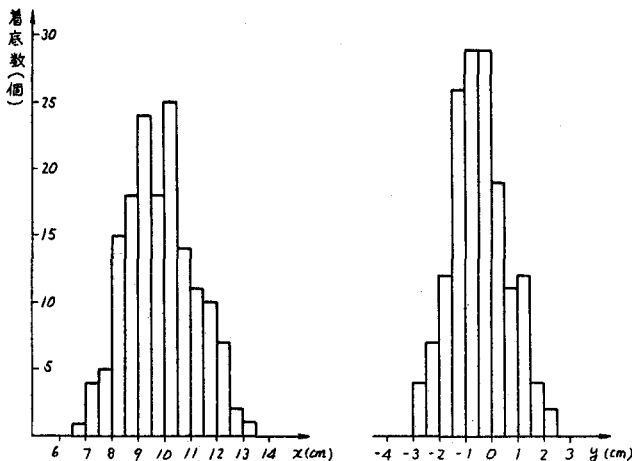


図-9 x, y 軸方向着底分布図
(平均径 1.85 mm の落下)

単位長さ当りに着底する円筒の個数を M_x, M_y とすれば、⑩式より

$$M_x = \frac{4 \cdot N}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot d \cdot h}} \exp\left(-\frac{x^2}{d \cdot h}\right) \dots \dots \dots ⑪$$

となる。なお、 M_y も⑪式と同様である。

その結果、 N 個の円筒を 1 個づつ同一目標点に対し落下させた場合、そのうちの $(N-1)$ 個が着底する落下目標点からの距離 ℓ は、

$$\ell = \frac{\sqrt{d \cdot h}}{2\sqrt{2}} L \dots \dots \dots ⑫$$

で与えられる。ここで L は落下総数 N が与えられれば

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^L \exp(-x^2) \cdot dx = \frac{N-1}{N} \dots \dots \dots ⑬$$

より求められるものである。さて、図-5 (b), (c) での太い曲線が⑫式であり、実験結果とよく一致することが分かる。なお、平均着底点は落下目標点とは一致しないため、⑫式にその変位量を加算すれば、同曲線はすこし変位しさらに実験結果と合致するようになる。

4-2 流水中での着底分布

ここでは、流水中での落下物体の着底分布を推定するため、幅 2 m、長さ 15 m の回流水路において、直径 1.0 mm ~ 5.0 mm までのビーズ球をフルイわけしたものを落下させた。なお、ビーズ球は球形のものを用い、偏平そうなものはなるべく落下させないように心がけた。

さて、水深 40 cm、平均流速 5 cm/sec の流水中に平均径 1.85 mm のビーズ球を 1 個づつ落下させた場合の着底分布を図-8・9 に示す。なお、図-10 にはその時の水路内での流速分布と乱れを示す。また、得られた分布状態より差底点の流下方向の標準偏差と落下水深の関係を図-7 に示した。

その結果、流水中での着底分布は流下方向に伸びた形状を示し、同一径の円筒や球形物体を静水中に落下させた場合より着底分布は広がることが判明した。

そのため、流水中に水面の一定点よりビーズ球を落下させた場合、物体は鉛直下方に W の沈降速度で等速で落下し、流れ u に追従して流下されるものと仮定すると、投入点からの流下方向平均着底点 $\bar{x}_0$ と標準偏差 σ_x は、物体の落下時間 T 、水路内の単位幅当り流量 q 、乱れ強さの鉛直平均値 σ_u により、それぞれ、

$$\bar{x}_0 = \frac{T}{h} q, \quad \sigma_x = \alpha \cdot T \cdot \sigma_u \dots \dots \dots ⑭$$

となる。ここで、 h は落下水深、 α は乱れ構造より求まるもので $\alpha \neq 1$ と考えられる。

5. まとめ

個別に静水中へ投入された物体は、鉛直方向にまっすぐ落下せず、鉛直線のまわりに 3 次元的な横ゆれを伴って落下する。また、多数個の着底位置の散乱域は物体の長さや落下距離の積の平方根に比例し広がる。

さらに、流水中での物体の着底位置は投入点の真下から平均流速と落下時間の積に等しい距離はなれた点を中心にした分布を呈する。また、その散乱域は静水中より広くなり、流水乱れに比例して増大する。

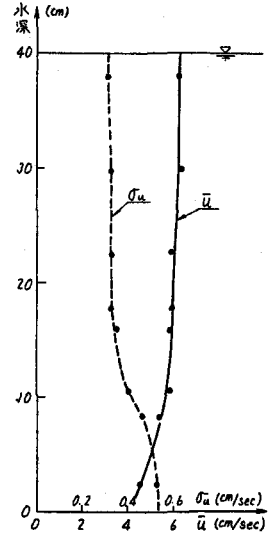


図-10 水路内での平均流速と乱れ強度

参考文献 …… 1) Viets, H., and Lee, D.A.: AIAA, vol.9, No.10, Oct. 1971. 2) Barker, D.H.: Ph. D. thesis, Uni. Utah, 1951. 3) 箭内寛治: 土木学会論文集, No. 69, 1960. 4) 佐々木忠義, 他: 海洋学会論文集, vol.20, No. 4, 1954. 5) Alger, G.R., and Simons, D.B.: ASCE, HY3, May, 1968. 6) 田中伸和・他: 第32回年講, 1977. 7) Rinon, Y.: Phy. Fluid, II-65, 1969.