

成層密度流における内部波特性と混合機構について

On Internal Wave Behavior and Mixing Mechanism at Interface of Two-layered Flow

大阪大学工学部 正員 室田 明

大阪大学工学部 正員 ○平田健正

1. はじめに

密度の異なる流体が相接して運動する場合、その界面は密度効果により乱れの発達が抑制されるため、想像以上に安定なものであり、密度界面を通しての混合は内部波の砕波によるものが支配的と考えられる。それ故に、密度界面に発生・発達する内部波の挙動把握が成層界面での混合現象を解明する鍵といえる。

従来、この混合機構について理論的にはK-H波¹⁾、或いは内部重力波の不安定性²⁾に求められ、実験的にも多くの研究報告³⁾がなされているが、実用上使用に耐え得るものでも、混合現象を十分説明し得るとは言い難い。計測技術上の問題点もさることながら、内部波の挙動把握の欠如にもその一因があると考えられる。

そこで、本研究は最終的には混合量算定の合理化を計るとともに、その精度向上を期待して、界面不安定理論にもとづく内部波発生機構とは別途のアプローチで混合現象が解明されるかもしれないという予測のもとに、計測機器の開発も兼ね、シュリーレン法を用いて塩淡水二層流の界面近傍を可視化し、内部波の挙動特性を抽出した。さらに、内部波の regime による砕波形態の差違を、界面混合量との関連において明らかにし、若干の知見を得たので報告する。

2. 実験装置と方法

実験は、シュリーレン装置を用いた可視化実験と、レーザ・スキャナ濃度計による混合量測定のための実験の2種類を行った。いずれの場合も実験水路は長さ10m、幅0.1m、高さ0.2mの亚克力樹脂製であり、水路床は水平としている。上層流動・下層静止とし、塩水深の減少を防ぐため実験中は連続して水路下流端より塩水の補給を行い、下層水深および全水深を一定に保持した。なお、淡水深の制御は水路下流端堰の操作に依った。

本実験に用いたシュリーレン装置は、点光源（ハロゲンランプ）、光束集光用凹面鏡（ $\phi=0.1\text{m}$ ）、およびナイフエッジを有し、可視化範囲は直径6cmの円内である。二層界面近傍の密度差により明暗の縞模様に強調されたシュリーレン像を16mmシネフィルムに記録した。

混合量算定に際し、鉛直方向濃度分布は著者らが試作したレーザ・スキャナ濃度計⁵⁾を水路上流端から4.3mと6.3mの2断面に設置して求め、この時レーザ・ビームの鉛直方向走査速度は2.5cm/sec.としている。なお、この実験では色素トレーサとしてメチレンブルーをあらかじめ塩水中に溶解させて用いた。

いずれの実験も鉛直方向流速分布は水素気泡法により、またサーボ水位計より得られた内部波の時間波形は磁気テープ上に記録した。さらに、変動量の解析はレコーダに収録された出力電圧をA-D変換を通し、数値化した後、Blackman-Tukey法により統計処理を行った。その際、サンプリング間隔は12.5Hz、データ数は1,000、自由度は20である。本実験の水理条件は表-1に示す。

3. 内部波の統計的諸特性⁶⁾

サーボ水位計より得られた内部波の時間波形の一例を図-1に示す。図に見られる様に、内部波は周期3~5秒程度の長周期波に、周期1秒程度の cusp 状の短周期波が重畳した構成となっている。

まず内部波の波高分布について、比較的客観的に抽出できる界面変位の極大値の累加頻度分布を求めたのが図-2である。この波高分布は正規分布に近く、前述した様に内部波が2成分から成るためと考えられる。そこで、短周期波に対する波高のみを crest-to-crest 法で抽出すれば、その分布形は図-3となる。図中

の実線はRayleigh分布であり、 η は波高を平均波高で無次元化している。図に示される様に、この波高分布は明らかにRayleigh分布に従い、 $1/3$ 有義波高 $H_{1/3}$ とr.m.s波高 H_{rms} の関係 $H_{1/3} = 1.42H_{rms}$ についても満足すべき結果が得られている。

次に、図-4は内部波スペクトルの一例であるが、全体としてbimodalの形状を呈し、first peakは0.2~0.3 Hzに、second peakは1 Hz前後に現われる。この2つのpeakは前述した長周期波と短周期波に対応し、second peakより高周波側には、海洋波の砕波領域に相当する-5乗の平衡領域が存在する様である。

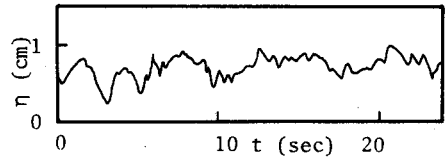


図-1 内部波時間波形

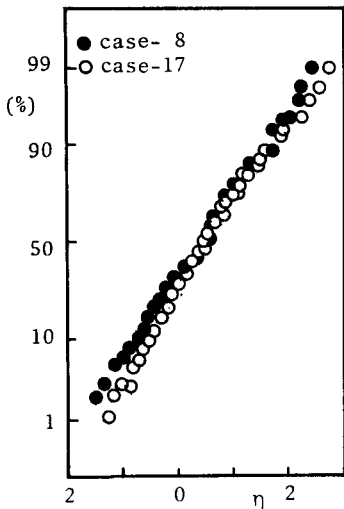


図-2 内部波波高分布

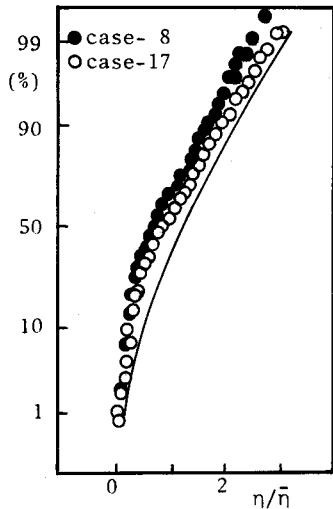


図-3 内部波波高分布

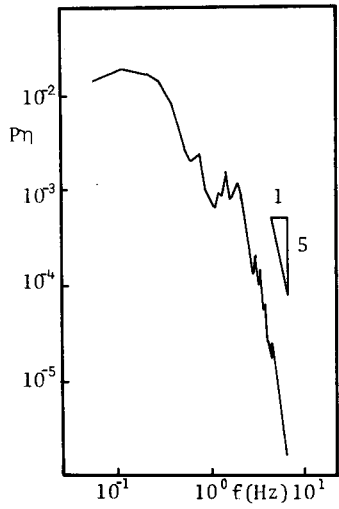


図-4 内部波スペクトル

表-1 水理条件

case	ϵ	U_1 cm/s	h_1 cm	Re	Fi	ψ	q_e gr/cm ² s	δc cm	α	E	f_i
1	0.0219	5.1	7.8	2638	0.396	413	1.4×10^3	0.75	0.24	2.7×10^4	0.0235
2		6.8	9.5	4305	.476	974	2.4×10^3	.38	.65	3.5×10^4	.0162
3		7.5	8.0	4021	.508	1036	1.2×10^3	.48	.37	1.6×10^4	.0109
4	0.0281	6.9	7.1	3237	.491	780	6.6×10^4	.65	.26	9.6×10^4	.0114
5		8.8	9.6	5628	.540	1643	1.3×10^3	.70	.27	1.5×10^4	.0096
6		8.0	8.5	4546	.524	1248	1.3×10^3	.37	.12	1.6×10^4	.0099
7	0.0208	6.7	7.6	3376	.535	967	3.5×10^3	.53	.18	5.2×10^4	.0103
8		7.3	8.1	3969	.566	1270	3.6×10^3	.85	.22	4.9×10^4	.0089
9		7.4	8.9	4403	.551	1340	4.6×10^3	.73	.18	6.2×10^4	.0096
10	0.0233	6.4	7.4	3169	.490	761	2.5×10^3	.50	.30	3.9×10^4	.0125
11		8.2	8.9	4847	.571	1579	5.7×10^3	.68	.65	7.0×10^4	.0082
12		8.2	9.1	4997	.566	1603	2.9×10^3	.68	.85	3.5×10^4	.0078
13		5.9	6.8	2676	.477	610	2.3×10^3			3.9×10^4	.0154
14	0.0258	5.5	5.3	1934	.477	439	2.2×10^4	.68	.39	4.0×10^5	
15		6.9	7.2	3289	.510	885	1.8×10^3	.48	.51	2.6×10^4	.0078
16		7.6	8.8	4442	.511	1162	2.5×10^3	.48	.49	3.3×10^4	.0113
17		8.9	9.4	5591	.581	1884	2.5×10^3	.45	.25	2.8×10^4	.0080
18		8.0	7.8	4125	.567	1328	1.9×10^3	.53	.58	2.4×10^4	.0080
19		6.3	6.8	2844	.480	655	9.0×10^4	.38	.52	1.4×10^4	.0104
20	0.0268	7.5	7.0	3531	.554	1084	1.9×10^3	.55	.41	2.5×10^4	.0076
21		8.1	8.8	4740	.535	1355	1.0×10^3	.65	.42	1.2×10^4	.0117
22		9.2	9.0	5522	.600	1989	2.5×10^3	.75	.54	2.7×10^4	.0092
23		6.9	5.9	2717	.550	821	5.0×10^4	.50	.44	7.3×10^5	.0042

4. 内部波の挙動特性⁴⁾

二層界面近傍を可視化した結果、本研究が対象とした成層界面では乱流拡散による混合形態は観測されず、小規模な内部波の砕波が混合現象の主要因であることが判明した。

内部波については、波速および波形が著しく異なる2種類の内部波が見出された。一つは、波形が表面張力波と酷似していることから internal capillary wave (以下 i. c. 波と略す) と名付け、波長は2~4 cm で、波速はたかだか3 cm/sec.程度である。今一つは internal ripple (以後 i. r. 波と略す) で、i. c. 波に比べ volume も小さく、波速は4~7 cm/sec. と大きい。内部波スペクトルにおいて、前者は first peak に、後者は second peak に対応することは言うまでもない。

4. 1 internal capillary wave

i. c. 波は二層界面に一等早く発生する内部波であり、crest において比較的平坦なのに対し、trough は深く下層側に侵入しており、一般の重力波とは形を異にしている (写真・1)。さらに、波形勾配は0.2~0.5 と大きく、エネルギー含有波であるにもかかわらず、数秒から10秒程度で発生・発達・減衰を繰返す寿命の短い波である。発達に伴ない trough がしだいに鋭くなり、さらに進むと上層の淡水が下層の塩水中に封入され trough で砕波現象を呈する。少なくとも trough で砕波するまでは流線が連続しており、あくまで波として存在している。特筆すべきは、i. c. 波自体、直接上層への混合現象には寄与しないが、界面下を稀釈することにより、間接的に混合現象を促進させる実験事実である。波形および trough での砕波等、表面張力波と酷似した特徴を有しており (それ故に i. c. 波と名付けたわけであるが) 筆者らは Crapper らが誘導した表面張力波と i. c. 波を比較することを試みた。(1)式は Crapper⁷⁾ が重力項を無視して求めた表面張力波の波速 C_i の厳密解である。

$$C_i = (2\pi\gamma/\rho\lambda)^{1/2} \cdot (1 + \pi^2 a^2/4\lambda^2)^{-1/4} \quad (1)$$

ここに、 γ ; 界面張力、 ρ ; 密度、 a ; 波高、 λ ; 波長である。

(1)式における γ なる界面張力を Antonoff の定理より $\gamma = 1.5 \text{ dyne/cm}^4$ と求め実測の i. c. 波の波長・波高を代入して算出した理論波速 C_i と実測の波速 C_0 を

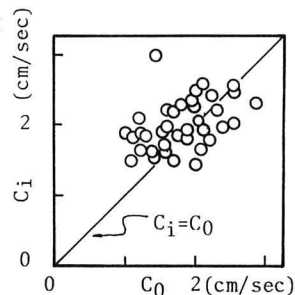
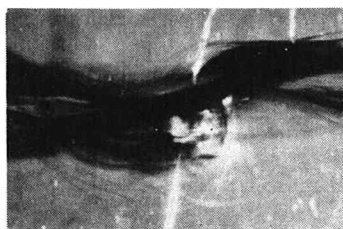


図-5 i. c. 波の波速

図-5 に比較している。若干のばらつきは認められるが、オーダー的にはほぼ一致している。また、限界波形勾配は理論的には0.73であるが、本研究では0.2程度でも砕波現象が見られた。しかしながら、波形についても満足すべき一致が得られており、i. c. 波の復元力として界面張力の関与が認められる。



(a)



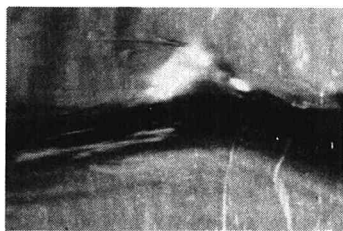
(b)

写真-1 i. c. 波

4. 2 internal ripple

i. r. 波は, cusping break (写真-2(a)) を呈するものと tail 状に上層に舞上がった bursting ripple (写真-2(b)) の2種類からなることが判明した。

cusping ripple は、発生初期では crest において比較的丸みを



(a)



(b)

写真-2 i. r. 波

帯びているが、下流に伝播するに伴ないしだいに尖ってくる。そして crest 付近で砕け始め、その塩水塊は流下方向に巻き込まれて行く。その砕波の様子は、上層へ i.r. 波自身吸い上げられ、volume が減少していく様である。その変形過程と i. r. 波だけでは存在し得ない実験事実から、cusping ripple は i. c. 波の変形後の姿と理解できる。

一方、bursting ripple は、i. c. 波の存在する界面を内部重力波が通過する際、鉛直方向の流速成分が卓越し、i. c. 波が著しい変形をしいられるため発生するもので、伝播するに伴ない上層へ混入し、やがて消滅する。発生機構は異なるものの上層側へ混入していく過程から察して、これら 2 種の i. r. 波が成層界面での混合の本質と結論できる。

さらに、以上の実験事実から i. r. 波の波速 C_r には、主流による移流効果が卓越するものと考えられ、上層の平均流速 U_1 と C_r の関係を図-6 に示した。図中、比較のために、i. c. 波の波速 C_0 も併記している。この図にも i. r. 波と i. c. 波の差違が明瞭に現われており、 C_r と U_1 の間には正の相

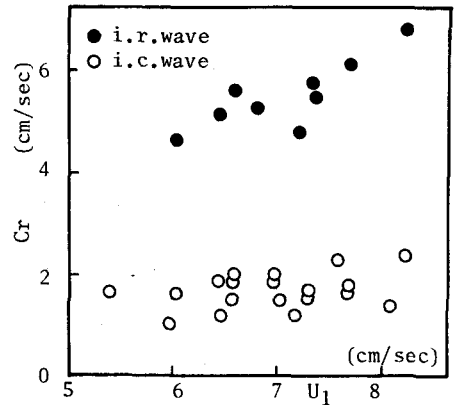


図-6 i. r. 波の波速

関関係が存在する。換言すれば、i. r. 波は主流に移流された塩水塊とも考えられる。

4.3 内部波の発達

ここでは、映写画面上の基線を通して i. r. 波の個数に着目し、内部波の発達について定性的に考察する。0.25 秒単位の i. r. 波の通過個数を丹念に実測し、レイノルズ数 $Re = U_1 h_1 / \nu$ (h_1 ; 淡水深) の違いによる通過個数の時間変化を図-7 に示す。 $Re = 3,100$ では、i. c. 波は水路全域ではなく局所的に発生しており、図-7(a)に見られる様に i. r. 波は間歇的に通過する。この領域の i. r. 波は全て cusping ripple である。 Re が 5,000 程度になると i. r. 波の通過に 5 秒程度の周期成分が現われ、図では示し得ないが bursting ripple も発生し、i. c. 波はほぼ水路全域に亘り発達している。さらに、 $Re = 6,100$ では連続的に i. r. 波が通過し、その大部分は bursting ripple であり、この領域では重力効果が卓越するものと考えられる。そこで、移動床水理学における régime の概念を援用し、混合現象で cusping ripple の支配的な領域を lower régime、bursting ripple の領域を upper régime と定義する。

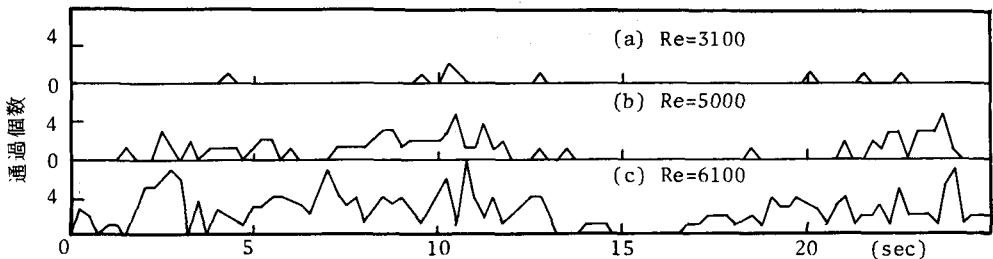


図-7 i. r. 波の通過個数

5. 混合量について⁵⁾⁸⁾

本研究が対象としている成層界面は、目視的にも非常に明瞭で、濃度分布的にはほぼ不連続と言っても過言ではない。それ故に、界面張力を復元力とする i. c. 波が存在し得るものと言える。この i. c. 波の稀釈効果により、界面下に混合層が発達し、この混合層が界面連行に重要な役割を果すわけであるが、乱流拡散による混合形態が可視化実験により観測されなかった事実と考え合せると非常に興味深い現象である。

まず、2 断面に設置したレーザ・スキャナ濃度計より得られた鉛直方向濃度分布と流速分布から、その区間

内で生産される局所的混合量 q_e を算出した。その際、界面は上層と下層の中間の密度を有する位置と定義し、事実その位置で局所リチャードソン数が急変することを確認している。混合量 q_e と上層の平均流速 U_1 との関係を示せば図-8の如くであり、クーリガンの実験データも図中に併記している。

混合量 q_e は 3×10^{-3} ($\text{gr}/\text{cm}^2 \cdot \text{sec}$) を境にして、その前後で U_1 に対する増加率が著しく異なる。すなわち、目視観測と内部波時間波形によれば、 $q_e > 3 \times 10^{-3}$ の領域は bursting ripple の支配的な領域つまり upper régime に、 $q_e < 3 \times 10^{-3}$ は lower régime に対応するからである。lower régime についてはクーリガンの実験結果⁹⁾と同様な傾向を示し、従来の研究範囲での混合機構と同じであることがうかがえる。同図において、 $q_e = 0$ となる限界流速 U_e を求めてみると $3 \text{ cm}/\text{sec}$ となり、この値は本実験のクーリガン数にして $\theta = 0.180$ に相当する。つまり、混合量から試算する限りでは i.r. 波の発生限界は乱流域でのクーリガンの安定限界に一致すると言える。

次に、i.c. 波の稀釈効果に着目し、界面下の密度欠損とも言うべき i.c. 波の発達を表わす稀釈率 α を(2)式で定義する。尚、図-9はレーザ・スキャナ濃度計より得られた濃度分布の一例である。

$$\alpha = a / \left(\frac{1}{2} \cdot c \cdot \delta_c \right) \quad (2)$$

ここに、 a : 図-9の斜線部の面積、 c ; 下層塩分濃度の $1/2$ 、 δ_c ; 混合層厚さで、界面から $d\bar{c}/dz = 0$ となる位置までの距離、である。

さらに、上層の平均流速 U_1 を用いて次式で連行係数を定義する。

$$E = q_e / \rho U_1 \quad (3)$$

稀釈率 α と連行係数 E の関係を示せば図-10の如くであり、 $E < 4 \times 10^{-4}$ の領域は lower régime に相当することは言を待たない。lower régime では E と α の間に正の相関がみられ、稀釈率の増加、つまり i.c. 波の発達に伴い混合が促進されると言える。このことは可視化結果からもうかがえることである。しかしながら、 $E > 4 \times 10^{-4}$ の upper régime については、データ数が乏しいこともあり、有意な関係は見い出せなかった。

さらに、表-1に示す通り、本実験の範囲では混合層厚さ δ_c は $0.4 \sim 0.8 \text{ cm}$ 程度の値をとる。これは i.c. 波の trough の界面下への侵入深さ、つまり波高のオーダとほぼ等しく、このことから混合層の発達が i.c. 波の trough の砕波に起因することが証明されたといえよう。

i.r. 波が i.c. 波に起因して発生することを考慮すれば、lower régime の混合量は i.r. 波の発生頻度を捉えれば良いことになる。そこで、i.r. 波の発生頻度を単位時間に通過する i.r. 波の個数

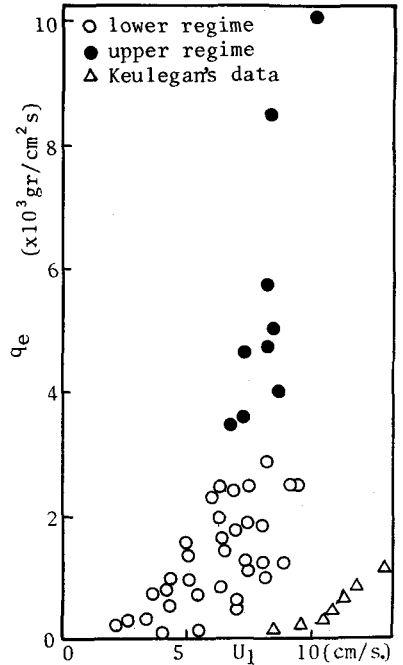


図-8 混合量と平均流速

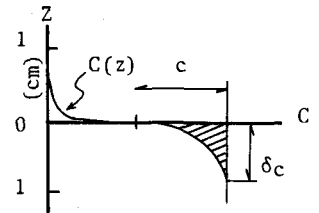


図-9 濃度分布

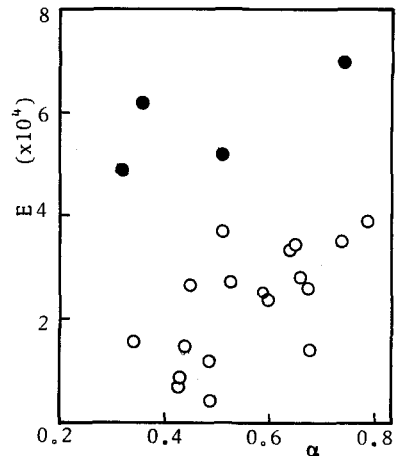


図-10 稀釈率と連行係数

n/T (ここに, T は計測時間で, n は T 時間内に通過するi.r.波の個数)で評価し, 混合量の算定を行う. 今, i.r.波の平均波長および波高をそれぞれ L_{50}, H_{50} とすると混合量 q_{ei} は次式となる.

$$q_{ei} \propto \rho \times H_{50} \times L_{50} \times \left(\frac{n}{T}\right) \propto q_e \quad (4)$$

さらに

$$L_{50} = C_r \times T_{50} \propto U_1 \times T_{50} \quad (5)$$

とおけるから, $q_{ei}/\rho U_1$ で定義される連行係数 E_i は(4)式より

$$E_i \propto H_{50} \times T_{50} \times \left(\frac{n}{T}\right) \propto E \quad (6)$$

となる. 内部波の時間波形記録より, $H_{50}, T_{50}, n/T$ を抽出し, (6)式の E_i と実測の E を図-11に比較している. i.r.波の波高がRayleigh分布し, 平均値で評価していることや抽出誤差を考慮すれば比較的良い対応を示していると思われる. つまり lower régime では i.r.波の発生頻度で混合量の算定が可能となることを示唆するものである.

最後に, 成層界面での全抵抗係数とも言ふべき f_i を塩水楔の公式より求め, $\psi (=Re \cdot F_i^2)$ との関係を図-12に示す. 本実験の f_i は ψ^{-1} に比例し, 他の研究成果と比較しても妥当なものと言えよう.

6. 結 語

塩淡水層界面をシュリーレン法により可視化した結果, 混合機構についてつぎのことが明らかとなった. すなわち,

internal capillary wave の稀釈効果により界面下に混合層が

発達し, 間接的に混合が促進されること, さらに i.c.波が引き金となり混合現象の本質といえる internal ripple が発生することである. i.r.波には, 発生機構から cusping ripple と bursting ripple が存在する. 混合量から見ると2つの régime に分類されるが, それぞれ cusping ripple と bursting ripple の発生で説明でき, 加えて lower régime ($E < 4 \times 10^{-4}$)の領域では i.r.波の発生頻度で混合量の算定が可能となる示唆的な結果が得られた.

おわりに, 本研究を遂行するにあたり, 実験・データ解析に助力して頂いた電源開発(株)沢田隆君, 本学院生道奥康治君, 学生本川明君に心から謝意を表します.

参考文献

- 1) Thorpe, S.A.; J. of Fluid Mech., Vol. 46, 1971.
- 2) Turner, J.S.; Buoyancy effects in fluids, Cambridge Univ. Press, 1973.
- 3) Ellison, T.H. and J.S. Turner; J. of Fluid Mech., Vol. 6, 1959.
- 4) 道奥康治, 室田明, 平田健正; 第32回土木学会年次学術講演会概要集, 1977.
- 5) 平田健正, 室田明, 沢田隆; 第31回土木学会年次学術講演会概要集, 1976.
- 6) 平田健正, 室田明, 沢田隆; 昭和52年度土木学会関西支部年次学術講演会概要集, 1977.
- 7) Crapper, G.D.; J. of Fluid Mech., Vol. 2, 1957.
- 8) 平田健正, 室田明, 本川明; 第32回土木学会年次学術講演会概要集, 1977.
- 9) Keulegan, G.H.; J. Res. Nat. Bur. Sur. Stand., Vol. 43, 1949.

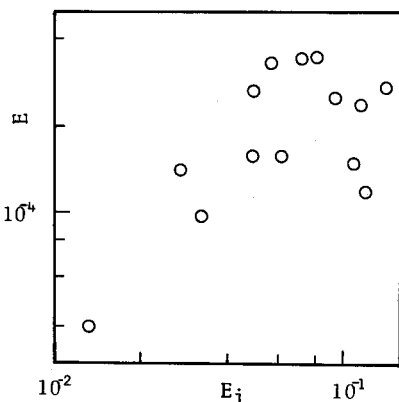


図-11 連行係数

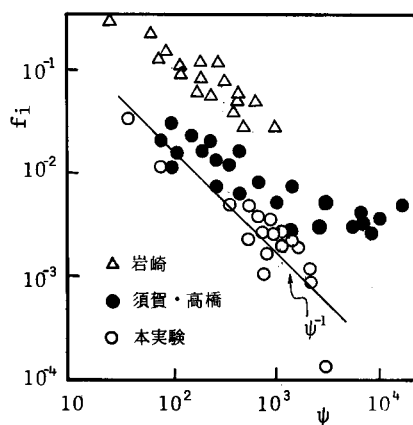


図-12 抵抗係数