

密度流の境界面の安定性——傾斜境界面に沿う加速流について——

Stability of the Boundary of a Stratified Flow—On the Accelerated Flow along an Inclined Boundary—

(株)アイ・エヌ・エー新土木研究所 正員 ○ 柴田 正 和
東京理科大学 土木工学科 正員 大 西 外 明

1. はじめに

成層密度流の境界面を乱すエネルギー源は、境界面を介して相接する二層の相対運動のエネルギーである。いま水平境界面の場合を考え、鉛直上向きに z 軸を定めると 相対運動のエネルギーは $\rho (dU/dz)^2$ で与えられる。 U は境界面に平行な流速である。これに対し、境界面の乱れを減衰させ安定な境界面を維持しようとする力の源は 上下層間の密度差に基く浮力の位置エネルギーであり、これは $-g (d\rho/dz)$ で与えられる。 g は重力加速度、 ρ は密度である。境界面を介して隣合う二つの流体塊を交換することを考えると、流速の均一化による相対運動のエネルギーの減少が起ると同時に 浮力の位置エネルギーは増加するので、もし相対運動のエネルギーの減少より、浮力の位置エネルギーの増加の方が大きければ、この流体塊の交換は起り得ない。これより 相対運動のエネルギーの減少の方が位置エネルギーの増加よりも大きくなるのが 境界面が不安定になるための必要条件であることがわかる。これはRichardson数を用いて、

$$J = \frac{g}{\rho} \frac{d\rho/dz}{(dU/dz)^2} < \frac{1}{4} \quad (1-1)$$

と表わすことができる。⁽¹⁾さて、傾斜境界面の場合には、境界面を介して隣り合う流体塊の交換を行うとき水平境界面の場合と同じ相対運動のエネルギーの減少に対して、必ずしも同じ大きさの浮力の位置エネルギーの増加を生じない。特に 鉛直座標の等しい流体塊の交換も可能であり、このときには位置エネルギーは全く変化しない。勿論、これらのエネルギーに関する条件は不安定の生起する必要条件であり、実際に あるモードにこのエネルギーが供給されるためにはその力学的機構が存在しなければならないが、以上の考察から 傾斜境界面が水平境界面に比べて不安定化し易い傾向にあることが推察される。本論文では、傾斜境界面の安定性を水平境界面のそれとの対比において、境界面の勾配に関して線形の範囲で解析する。

2. 定常状態の設定

水平境界面を有する成層密度流の場合には、粘性の効果をとり入れるか無視するかに拘らず、流速 U の方向(x 方向とする)の平行移動に対して不変な定常状態が得られる。それゆえ 線形応答を考えると、波数 k の攪乱の運動を定める方程式の項の内に k 以外の波数をもつ物理量は現れない。しかし傾斜境界密度流の場合 粘性を考慮する場合に限り重力の x 方向成分を相殺する剪断摩擦応力が生じ、水平境界密度流の場合と同じく x 方向に一様な定常状態が得られる。(図2-1)

この流れに対する安定性の研究はいくつか発表されている。^{(2),(3)}問題を特定して図2-2に示すように、密度 ρ_1 の静止している流体の下を密度 ρ_2 ($\rho_1 < \rho_2$) の流体が水平な底面(従って境界面も水平)から斜面にさしかかるとき、即ち初めの状態はいわゆる水平境界面であり、最終状態は図2-1型の非加速流となるとき、その中間の遷移区間として剪断流速が十分発達せず、重力の x 方向成分が相殺されることなく流れに作用し、流れが

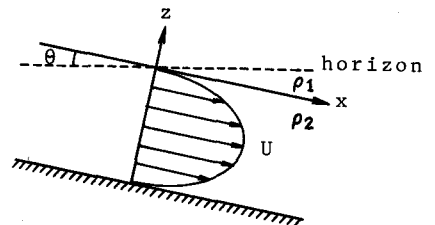


図2-1 傾斜境界に沿う非加速流

加速される区間が存在する。汽力発電所のカーテンウォール型冷却水取水設備の設置地点直上流におけるように比較的短区間の傾斜境界が現われる密度流においては、図 2-1 型の非加速流よりはむしろ図 2-2 の遷移区間に対応する加速流の方がより良いモデルとなると考えられる。(図 2-3)

本論文では、この傾斜境界をもつ加速流の安定性について解析する。このような区間において境界面は一般に平面とはならないがここでは境界面を一定の勾配を有する斜面とし、粘性の効果は無視する。x 方向に流れが加速されると、非圧縮の性質から z 方向の流れが生じ、結果として下層の厚さが減少する。

この流れに特徴的な新たな問題点の第一は、z 方向の流れを考えざるを得ないということであり、第二は、x 方向に加速が起るために定常状態の x 方向の平行移動に対する不変性が崩れ、その結果、波数 k の攪乱を支配する方程式中に現われる物理量が波数 k のモードだけでなくることである。

粘性を無視したので、流れの定常状態を支配する運動方程式と連続の式は次のようになる。

$$(\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \vec{U} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \vec{g} \quad (2-1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \quad (2-2)$$

$$\vec{U} = (U, W)^T \quad (2-3)$$

ここに U, W は各々定常流速の x, z 成分、p は定常状態の圧力である。境界面で z 方向流速 $W = 0$ と圧力 p は上層の静水圧で与えられるという境界条件の下に、境界面の勾配 θ について線形の範囲で式 (2-1) (2-2) を解くと、下層について以下の解を得る。(図 2-4) ただし、後に解の $z \rightarrow 0$ の極限値のみが、必要になるので、z 依存性のあるものについてはあらかじめ $z \rightarrow 0$ とおいた。

$$U(x) = U(0) + x \frac{A}{U(0)}, \quad \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{A}{U(0)} \quad (2-4)$$

$$W = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{A}{U(0)} \quad (2-5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_2 g \sin \theta - \rho_2 A, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_2 g \cos \theta \quad (2-6)$$

ここに、A は境界面の勾配 θ に基づく流れに働く x 方向の力の大きさであり、次式で与えられる。

$$A = \frac{\Delta \rho}{\rho_2} g \sin \theta, \quad \Delta \rho = \rho_2 - \rho_1 \quad (2-7)$$

3. 境界面の安定性の数学的定式化 (線形安定理論)

前節で設定した定常状態が安定であるか否かは その定常状態に対して無限小の攪乱が加えられたときにその振幅が時間とともに指数函数的に増大するか減少する (「変化せず」も含む) によって決定される。前者

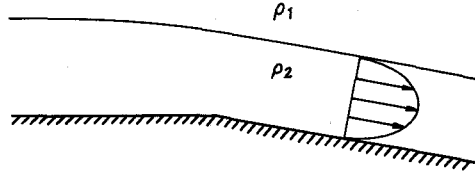


図 2-2 水平な底面から斜面にさしかかる密度流

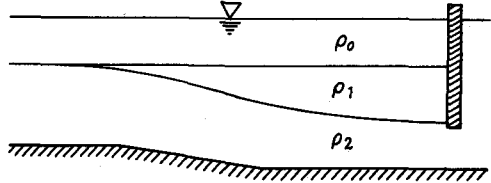


図 2-3 カーテンウォール直上流の密度流

であればその定常状態は不安定であり、後者であれば安定である。前節で述べたように、傾斜境界に沿う加速流は或る有限区間に限り存在するので、いまその区間の x 座標を $-\ell \leq x \leq \ell$ とおき、擾乱をこの区間で Fourier 展開し、この各モードについて安定、不安定を判定する。既に知られているように、波数ベクトルの方向が流れの

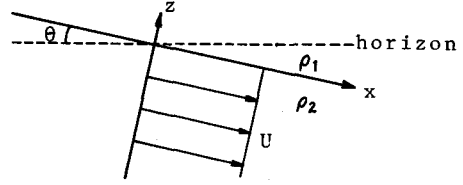


図 2-4 定常状態とその座標系

方向に一致するとき最も不安定になり易いし、通常の実験で観測できるのもこの場合であるので、以下では波数ベクトルの方向が x 軸と一致するものとする。

さて、定常状態に加えられた擾乱の従う連立微分方程式は 線形の範囲で次のようになる。前述のように境界面の勾配 θ (又は $\partial U / \partial x$) についても線形化してある。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial U}{\partial x} + w \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \delta p}{\partial x} + \frac{\delta \rho}{\rho^2} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3-1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \delta p}{\partial z} + \frac{\delta \rho}{\rho^2} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{T}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta z \cdot \delta(z) \quad (3-2)$$

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + U \frac{\partial \delta \rho}{\partial x} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad (3-3)$$

$$\frac{\partial \delta z}{\partial t} + U \frac{\partial \delta z}{\partial x} = w \quad (z=0) \quad (3-4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3-5)$$

ここに U, W, p 及びその微分は 式 (2-4) から (2-5) で与えられるものであり、 u, w は擾乱流速の x, z 成分、 $\delta p, \delta \rho, \delta z$ は 各々圧力、密度、境界面の z 座標の擾乱、 T は表面張力係数、 $\delta(z)$ は Dirac の δ 関数である。式 (3-1)、(3-2) は運動方程式の x, z 成分、式 (3-3)、(3-5) は非圧縮性を考慮した連続の式、式 (3-4) は境界面の連続の式である。

いま、擾乱の x, t 依存性が

$$\exp i(kx - \omega t) \quad , \quad k = n\pi / \ell \quad (n \text{ は整数}) \quad (3-6)$$

の形の解を求めることにすると、これに対して 式 (3-1) から (3-5) は次の形をとる。これより後 U は $U(0)$ 即ち定数を表わすものとする。

$$-i(\omega - kU - i \frac{\partial U}{\partial x} k) u + DU \cdot w = -\frac{ik}{\rho} \delta p + \frac{\delta \rho}{\rho} g \sin \theta \quad (3-7)$$

$$-i(\omega - kU - i \frac{\partial U}{\partial x} (2 + k \frac{\partial}{\partial k})) w = -\frac{1}{\rho} D \delta p - \frac{\delta \rho}{\rho} g \cos \theta - \frac{T k^2}{\rho} \delta z \cdot \delta(z) \quad (3-8)$$

$$-i(\omega - kU - i \frac{\partial U}{\partial x} (1 + k \frac{\partial}{\partial k})) \delta \rho + w D \rho = 0 \quad (3-9)$$

$$-i(\omega - kU - i \frac{\partial U}{\partial x} (1 + k \frac{\partial}{\partial k})) \delta z = w \quad (z=0) \quad (3-10)$$

$$ik u + Dw = 0 \quad (3-11)$$

ここに D は $\partial / \partial z$ を表わす。上式中に k による微分が現れたのは 式 (2-4) の $U(x)$ の表式の第二項の x に基くものであり、これが前述の定常状態の x 方向の不均一性 (spatial inhomogeneity) の

効果である。又 この同じ項から、式(3-7)から(3-10)の中に、

$$\frac{1}{2} \frac{\partial U}{\partial x} (u(\ell) + u(-\ell)) \quad (3-12)$$

の形の項が現われるが、この項は いま考えている区間の境界条件として与えられるものであり、内部の攪乱に対しては 外力として働くので、この区間の固有振動を求めるためには無視することができる。

さて、式(3-7)から(3-10)に u , w , $\delta \rho$, δz の k 微分が表われたが、これらの項にはすべて水平境界面における解を用いることができる。それらは次式の通りである。⁽¹⁾

$$u = i (w - k U) A \exp k z \quad (3-13)$$

$$w = (w - k U) A \exp k z \quad (3-14)$$

$$\delta \rho = -i D \rho \cdot A \exp k z \quad (3-15)$$

$$\delta z = i A \quad (3-16)$$

これから、 $\theta = 0$ における、 u , w , $\delta \rho$, δz の k による微分が次のように得られる。

$$k \frac{\partial}{\partial k} u = \left(\frac{-k U}{\omega - k U} + \frac{k \partial A}{A \partial k} \right) u \quad (3-17)$$

$$k \frac{\partial}{\partial k} w = \left(\frac{-k U}{\omega - k U} + \frac{k \partial A}{A \partial k} \right) w \quad (3-18)$$

$$k \frac{\partial}{\partial k} \delta \rho = \frac{k \partial A}{A \partial k} \delta \rho \quad (3-19)$$

$$k \frac{\partial}{\partial k} \delta z = \frac{k \partial A}{A \partial k} \delta z \quad (3-20)$$

ただし、 $z \rightarrow -0$ で消える項はここでも無視した。

A は、式(3-16)から分るように、境界面の z 座標の攪乱の波数 k , 振動数 ω のスペクトルである。この量は一般に k とともに十分はやく減衰する。いま興味のある波数 k 付近で A が次のような k 依存性をもっているとすれば、

$$A(k) = \text{const.} \times \frac{1}{k^\alpha} \quad (3-21)$$

式(3-17)から(3-20)に表われる A の k による微分は、 α で次のように表わされる。

$$\frac{k \partial A}{A \partial k} = -\alpha \quad (3-22)$$

これらの結果を用いると、式(3-7)から(3-10)は次式に帰着する。

$$-i(\omega - k U + i \frac{\partial U}{\partial x} (\frac{k U}{\omega - k U} + \alpha)) u + D U \cdot w = -\frac{i k}{\rho} \delta p + \frac{\partial p}{\rho} g \sin \theta \quad (3-23)$$

$$-i(\omega - k U - i \frac{\partial U}{\partial x} (2 - \frac{k U}{\omega - k U} - \alpha)) w = -\frac{1}{\rho} D \delta p - \frac{\delta \rho}{\rho} g \cos \theta - \frac{T k^2}{\rho} \delta \rho \delta(z) \quad (3-24)$$

$$-i(\omega - k U - i \frac{\partial U}{\partial x} (1 - \alpha)) \delta \rho + w D \rho = 0 \quad (3-25)$$

$$-i(\omega - kU - i\frac{\partial U}{\partial x}(1-\alpha))\delta z = w \quad (z=0) \quad (3-26)$$

式(3-11)と式(3-23)から(3-26)を連立させて次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{1}{k}D[\rho(\omega - kU + i\frac{\partial U}{\partial x}(\frac{kU}{\omega - kU} + \alpha))\frac{Dw}{k} + \rho DU \cdot w + \frac{iD\rho \sin \theta}{\omega - kU - i\frac{\partial U}{\partial x}(1-\alpha)}w] \\ = \rho(\omega - kU - i\frac{\partial U}{\partial x}(2 - \frac{kU}{\omega - kU} - \alpha))w + \frac{D\rho g \cos \theta - Tk^2 \partial(z)}{\omega - kU - i\frac{\partial U}{\partial x}(1-\alpha)}w \end{aligned} \quad (3-27)$$

境界面の連続の式(3-26)から、次の量が境界面上で連続でなければならないことがわかる。

$$w / (\omega - kU - i\frac{\partial U}{\partial x}(1-\alpha)) \quad (3-28)$$

式(3-27)中には、 δ 函数と同じ z 依存性をもつ量 $D\rho$, DU が含まれているので、境界面 $z=0$ 上での境界条件を得るために、式(3-27)を $z=0$ を含む z の無限小区間で積分して次式を得る。

$$\frac{1}{k^2} \Delta [\rho(\omega - kU + i\frac{\partial U}{\partial x}(\frac{kU}{\omega - kU} + \alpha))Dw] = -(Tk^2 + \Delta \rho g \cos \theta) (\frac{w}{\omega - kU - i\frac{\partial U}{\partial x}(1-\alpha)})_{z=0} \quad (3-29)$$

ここに、 Δf は $z=0$ における f の値の跳びを表す。即ち

$$\Delta f = \lim_{\epsilon \rightarrow +0} [f(z=+\epsilon) - f(z=-\epsilon)] \quad (3-30)$$

ただし、 $\Delta \rho$ は、従来の定義(式2-7)に従う。

境界面以外の各点においては 式(3-27)は比較的簡単になる。先ず上層($z>0$)では

$$(D^2 - k^2)w = 0 \quad (3-31)$$

となる。この微分方程式の一般解は $\exp k z$ と $\exp(-k z)$ の線形結合であるが、 w は指数函数的に発散できないから、式(3-28)を考慮して 次の解が得られる。

$$w = w B \exp(-k z) \quad (3-32)$$

下層($z<0$)においては式(3-27)は 次式となる。

$$(\omega - kU + i\frac{\partial U}{\partial x}(\frac{kU}{\omega - kU} + \alpha))D^2 w = k^2 (\omega - kU - i\frac{\partial U}{\partial x}(2 - \frac{kU}{\omega - kU} - \alpha))w \quad (3-33)$$

$\partial U / \partial x$ について線形化すると

$$(D^2 - k^2(1 - i\frac{\partial U}{\partial x} \frac{2}{\omega - kU}))w = 0 \quad (3-34)$$

となり、解は 式(3-28)を考慮して次の形をとる。

$$w = (\omega - kU - i\frac{\partial U}{\partial x}(1-\alpha))B \exp k(1 - i\frac{\partial U}{\partial x} \frac{1}{\omega - kU})z \quad (3-35)$$

こうして得られた上下層における式(3-27)の解、(3-32)と(3-35)を境界条件式(3-29)に代入すると、次式となる。

$$\rho_1 \omega^2 + \rho_2 [(\omega - kU)^2 + i\frac{\partial U}{\partial x}(2(\alpha-1)\omega - 2(\alpha - \frac{3}{2})kU)] - (Tk^2 + \Delta \rho g \cos \theta)k = 0 \quad (3-36)$$

式(3-36)は 攪乱の波数 k を与えるとその函数として振動数 $\omega(k)$ を定めるいわゆる分散関係式(dispersion relation)である。

4. 傾斜境界加速流の安定条件

攪乱の波数 k のモードは 時間に関して $\exp(-i\omega(k)t)$ なる振舞をするから ω の虚数部 $\text{Im}\omega$ が正の場合攪乱は時間とともに指数函数的に発散し、 $\text{Im}\omega$ がその増大率を与えるし、 $\text{Im}\omega$ が 0 ならば中立平衡、負ならば指数函数的に減衰する。即ち $\text{Im}\omega > 0$ を与える波数 k のモードは不安定であり、 $\text{Im}\omega \leq 0$ の k のモードは安定である。そこで式 (3-36) を用いて、不安定になる波数の条件を求めることにする。

式 (3-36) の両辺の虚数部を比較すると次式を得る。

$$\rho_1 XY + \rho_2 \left[(X - kU)Y + \frac{\partial U}{\partial x} \left((\alpha - 1)X - \left(\alpha - \frac{3}{2} \right) kU \right) \right] = 0 \quad (4-1)$$

ここに X, Y は各々 ω の実数部と虚数部である。

$$\omega = X + iY \quad (X, Y \text{ real}) \quad (4-2)$$

式 (4-1) から直ちに、 ω の虚数部 Y が得られる。

$$Y = -\frac{\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \frac{\partial U}{\partial x} \left[(\alpha - 1)X - \left(\alpha - \frac{3}{2} \right) kU \right] / \left(X - \frac{\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} kU \right) \quad (4-3)$$

さて いま興味のあるのは 境界面の傾斜による不安定現象である。そのとき境界面の勾配 $\theta = 0$ ではいわゆる Kelvin-Helmholtz 不安定も生じておらず、 ω は実数である。その状態から境界面の勾配 θ を大きくしてゆくと、それに比例する ω の虚数部が現われる。式 (4-3) は Y が $\partial U / \partial x$ に比例するという形でそれを表現している。この解析は θ について線形の範囲の解析であるから、式 (4-3) 中の X には $\theta = 0$ の解 ω (実数) を用いてよい。ゆえに

$$X = \frac{1}{\rho_1 + \rho_2} \left[\rho_2 kU \pm \sqrt{(\rho_1 + \rho_2) (Tk^2 + d\rho g \cos \theta) k - \rho_1 \rho_2 (kU)^2} \right] \quad (4-4)$$

式 (4-3)、(4-4) から攪乱が不安定になる条件 ($Y > 0$) は、Fourier 級数 $A(k)$ が収束する条件 $\alpha > 1$ を用いて次のようになることがわかる。

$$U^2 > Z \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}, \alpha \right) \left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \left(\frac{T}{\rho_1} k + \frac{d\rho}{\rho_1} \frac{g}{k} \cos \theta \right) \quad (4-5)$$

ここに Z は

$$Z \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}, \alpha \right) = (\alpha - 1) / \left[\left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \left(\frac{1}{4(\alpha - 1)} \left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \alpha - 2 \right) \right] \quad (4-6)$$

であり $\alpha > 1$ で Z は

$$0 < Z \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}, \alpha \right) \leq 1 \quad (4-7)$$

なる変域をもち等号は

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} + 3 \right) \quad (4-8)$$

で成立し、このとき式 (4-5) は Kelvin-Helmholtz 不安定の表式に一致する ($\theta = 0$)。それ以外の α の値のときには傾斜境界加速流は水平境界流に比べて $\sqrt{Z}$ 倍だけ小さい相対流速で不安定になる。

いま、表面張力が無視できる場合を考えると、

$$k > Z \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}, \alpha \right) \left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \frac{d\rho}{\rho_2} g \cos \theta / U^2 \quad (4-9)$$

を満たすすべての波数の攪乱は不安定になる。

表面張力には攪乱を安定化させる効果があるので、その影響を考慮するとすべての波数の攪乱が安定であるような相対流速の条件が得られる。即ち、

$$U^2 < Z\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}, \alpha\right) \left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) 2\sqrt{\frac{T}{\rho_1} \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho_1} g \cos\theta} \quad (4-10)$$

のとき、傾斜境界加速流は安定である。

攪乱のスペクトル $A(k)$ の k のべき α は、攪乱の原因が流体の熱的揺らきによるものであればその流体の熱統計力学的性質に依存する。ここでは α が 1 に比べて十分大きいときの数値例を示す。このとき式 (4-9) (4-10) は、各々次のようになる。

$$k > k_{\min} = \frac{\Delta\rho}{\rho_1} g \cos\theta / U^2 \quad (4-11)$$

$$U^2 < U_{\max}^2 = 2\sqrt{\frac{T}{\rho_1} \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho_1} g \cos\theta} \quad (4-12)$$

例として、25℃と30℃の水温成層密度流を考えると、

$$\rho_1 = 0.9956 \text{ g cm}^{-3}, \rho_2 = 0.9970 \text{ g cm}^{-3}, T = 0.81 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^{-1} \quad (4-13)$$

であるから、いま仮に流速 U を 10 cm sec^{-1} と与えると、不安定の限界波数 $k_{\min}$ は

$$k_{\min} = 0.014 \text{ cm}^{-1} \quad (4-14)$$

であり、同じ密度流の水平境界における場合、(Kelvin-Helmholtz不安定)

$$\frac{K-H}{k_{\min}} = 0.028 \text{ cm}^{-1} \quad (4-15)$$

よりも小さい波数の攪乱から不安定になる。

又、表面張力の効果を考えると、境界面が安定であるための限界流速 $U_{\max}$ は

$$U_{\max} = 1.46 \text{ cm sec}^{-1} \quad (4-16)$$

であり、同じ密度流の水平境界における場合

$$\frac{K-H}{U_{\max}} = 2.06 \text{ cm sec}^{-1} \quad (4-17)$$

よりも、小さい相対流速で不安定になる。

同じく α が 1 に比べて十分大きい場合について、式 (4-5) の表す波数・相対流速平面上での不安定領域を水平境界における (Kelvin-Helmholtz)

不安定の領域とともに図 4-1 に示す。図において

$$k_* = \sqrt{\frac{\Delta\rho g \cos\theta}{T}} \quad (4-18)$$

は、限界流速 $U_{\max}$ のとき最初に現われる不安定

モードの波数であり、 We , F_{int} は各々

Weber 数及び、内部 Froude 数である。又

ρ_1 , ρ_2 としては式 (4-13) の値を用いた。

θ について線形の範囲では $\cos\theta = 1$ であることを考慮すると式 (4-5) は傾斜境界加速流の不安定領域が境界面の勾配 θ には依存しないことを示している。しかしその不安定領域における攪乱の振幅の増大率が、式 (4-3) の示す如く

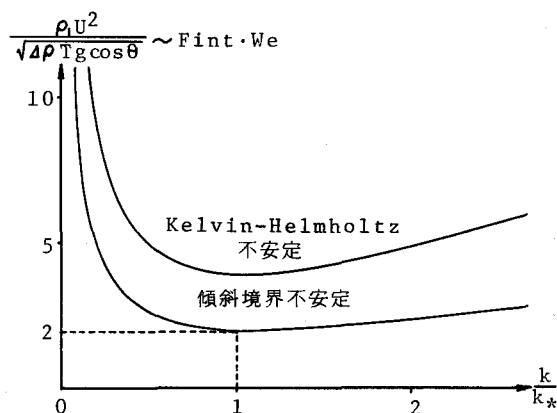


図 4-1 波数対 $F_{int} \cdot We$ 面上での不安定領域

$\sin\theta$ に比例するので、傾斜境界加速流に固有な不安領域は $\theta \rightarrow 0$ で消滅し、水平境界における Kelvin-Helmholtz 不安定に移行する。

5. む す び

カーテンウォール型冷却水取水設備ほかで実現する密度流の傾斜境界における流れの安定性のモデル化を行いその安定条件を得たが、その結果の中に攪乱のスペクトルに依存するパラメーター α が残った。これを理論的に決定する努力と同時に実験によりこの安定性の研究をすることが望ましい。それには上層を静止する条件の下で下層の流速を制御することの難しさ及びその区間固有の乱れを抽出することの難しさがあるのでこれを克服することが課題である。

6. 謝 辞

本研究を遂行するにあたり、(株)アイ、エヌ・エー新土木研究所宮崎洋三氏に有益なる助言をいただいた。ここに記して謝意を表する。

7. 参 考 文 献

- (1) Chandrasekhar, S., Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Oxford, Clarendon Press, 1961
- (2) Benjamin, T. B., J. Fluid Mech. **2**, 554 (1957)
- (3) Lin, S. P., J. Fluid Mech. **36**, 113 (1969)