

浅い湖における吹送流と拡散に関する実験的研究
Experimental Study on Wind-Driven Current and Diffusion in Shallow Lake

国立公害研究所 正員 合田 健
同上 正員 村岡浩爾
同上 正員 ○福島武彦

1. はじめに

近年、浅い湖の水質汚濁化が問題視されてきている。アオコの大発生、貧酸素水の浮上による魚類の斃死などがそれを裏づけている。一般に浅い湖とは、地形的にみて霞ヶ浦、琵琶湖南湖、諏訪湖などがこれに該当すると考えられるが、より詳細に特徴をあげれば次の通りであろう。

- (1) 水平距離・水深比が大きいため風による影響を受けやすく、鉛直方向の混合が日常的に起る。そのため水温躍層が安定して存在し得ないし、季節的な鉛直大循環も生じ得ない。
- (2) 負荷率（負荷／単位湖水量）が大きく、富栄養化しやすい。
- (3) 底質の浮上および浮遊物が物質循環のサイクル内に入り、水質に影響を及ぼす。
- (4) 栄養レベルにより卓越する生物が異なる。すなわち、貧・中栄養では水草が多く、富栄養では透明度が低くなるので植物プランクトンが卓越することが浅い湖の特徴である。

以上のように浅い湖では風による流れが湖全体の混合に大きく寄与するものと考えられよう。

ここで従来の吹送流の解析をまとめると、深い水域での表層流の理論的解析及び水路での鉛直循環流の実験的研究を除き、実際の湖・海域に対しては底面地形の影響を受けるため、数値解析が一般に広く行なわれている。R. Cheng¹⁾らはこれをまとめ、(1)層モデル（流速の鉛直方向積分）、(2)エクマンタイプモデル（鉛直方向粘性項、圧力項、コリオリ項のつりあいとして鉛直流速分布の利用）、(3)三次元モデルに分けているが日本で行なわれている例としては、琵琶湖（今里、金成²⁾）、霞ヶ浦（南部³⁾）、三河湾（和田⁴⁾）など(1)のモデルの形のものが多い。これらの数値解析結果をみていえることは、卓越風向に直角に水深の変化がある場合に、浅い領域で順流、深い領域で逆流となるような水平循環流が生じていることである。ここではこのような事実をふまえて、簡単な底面模型を作り、風による応力が与えられたときの湖全体での流れを実験により三次元的にとらえることを目的としている。また湖各点での水平拡散係数を測定し、さらに風と底面地形により、湖全体の混合現象の特性を、染料の移流・拡散現象として比較し、分散特性について統計量及びエントロピー理論を用い検討を行った。

2. 理 論

風により湖に水平循環流が生じる過程は、①風による水面への応力伝達 ②波の発生及び残りの応力によって生じる吹送方向の鉛直循環流 ③底面地形により生じる圧力のちがいが水平の循環流の発生 の3段階に分けて考えられる。

①についてはJ. Wu⁵⁾によりFr数（ $U_y/\sqrt{g y_1}$ ）を用いて風の摩擦損失係数 C_y （ $\tau_a/\rho_a U_y^2$ ）が与えられている。（記号は図1に）

$$\frac{1}{C_y \frac{1}{2}} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{1}{\alpha C_y F_r^2} \right) \quad (1) \quad \alpha = \text{実験定数} \approx 0.012$$

②としては $\tau_o(\tau_a - \tau_{\text{wave}})$ がもたらした時には湖の中央部で

$$\left. \begin{aligned} \mu \frac{du}{dz} + \rho l^2 \left| \frac{du}{dz} \right| \frac{du}{dz} &= \tau \\ l = \kappa z(1 - z/h) \times C_l & \\ \tau &= \tau_s - \alpha(h - z) \end{aligned} \right\} \quad (2) \quad C_l, \alpha; \text{定数}$$

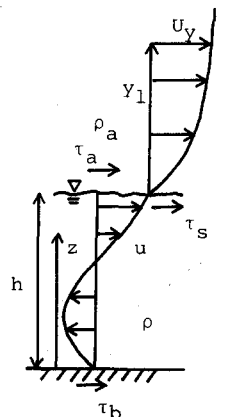


図1 吹送流

を境界条件 $z = 0$ で $u = 0$ 及び $\int_0^h u dz = 0$ のもとに解けば、鉛直方向の循環の流速分布がとまる。流速の絶対値は層流の場合 τ_s に比例し、乱流の場合 τ_s の $1/2$ 乗に比例する。実際の湖では水深 h が大きいので $Re(u \cdot h / \nu)$ が相当大きく乱流であることが多いので、(2)式で $\mu du/dz$ の粘性項を省略して底面での境界条件を粘性底層との接続という形で解いても流速分布はほぼ(2)式で与えられるものと等しい。ここで底面の摩擦は $\tau_b = -C\tau_s$ の形をとり $C = 0.0 \sim 0.5$ (層流で 0.5) である。

③は②の鉛直循環が生じているときの、水深により吹き寄せの水面勾配が異なることより説明される。つまり水深が h の場合、吹送方向の水面勾配 $S(h)$ は、

$$S(h) = \alpha_1 \tau_s / \rho g h \quad \alpha_1 = 1 + C \quad (3)$$

これより湖の吹送方向の中央より x_1 の地点では $\Delta h = x_1 \times S(h)$ の水位上昇(下降)が存在することになる。この時図2のように y 方向に水深が異なれば、 $x_1 > 0$ で浅い方が深い方に比べ水位が高くなり、この y 方向の流れが生じることが予想され、 $x_1 < 0$ では逆に深い方より浅い方への流れができる。このため連続の条件を考えに入れば、湖全体としては浅い領域で順流、深い領域で逆流の水平循環が生じると考えられる。(3)式を用いれば y 方面の水面勾配 $I(y)$ は、

$$I(y) = (\alpha_1 \tau_s / \rho g h^2(y)) \frac{\partial h(y)}{\partial y} x_1$$

よって層流、乱流それぞれの場合につき断面平均流速の大きさは、

$$\text{層流} \quad U \propto I \quad \tau_s \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) \quad (5)$$

$$\text{乱流} \quad U \propto I^{\frac{1}{2}} \quad \tau_s^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

と表わすことができる。水平循環流が生じるとは、鉛直粘性項と圧力項とのつりあいを考えた運動方程式を用いても説明できる。まずこれを水深方向に積分することにより、

$$\left. \begin{aligned} -gh \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\tau_s}{\rho} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} &= 0 \\ -gh \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \xi : &\text{水面変化量} \\ U, V ; &x_1, y \text{ 方向} \\ &\text{の積分流量} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで底面摩擦力を層流のとき $\tau_{bx}/\rho = k \frac{U}{h}$, $\tau_{by}/\rho = k \frac{V}{h}$ (k :定数) 乱流のとき $\tau_{bx}/\rho = f u |u|/h^2$, $\tau_{by}/\rho = f v |v|/h^2$ (f :定数) と仮定して、 $U = \partial \Psi / \partial y$, $V = -\partial \Psi / \partial x$ の流れ関数を用いると、

$$\text{層流} \quad \nabla^2 \Psi = -\frac{\tau_s}{k\rho} \frac{\partial h}{\partial y} + 2 \frac{\partial h / \partial y}{h} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (8)$$

$$\text{乱流} \quad \left| \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right| \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \left| \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right| \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -\frac{\tau_s h}{2f\rho} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{3}{2} \frac{\partial h / \partial y}{h} \cdot \left| \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right| \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (9)$$

となり、層流(8)式のもつ意味は、右辺第2項を省略して考えれば、湖内での循環が $\tau_s \cdot \partial h / \partial y$ に比例して存在し、浅い領域で順流、深い領域で

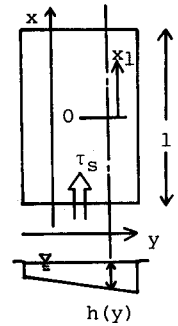


図2 モデル

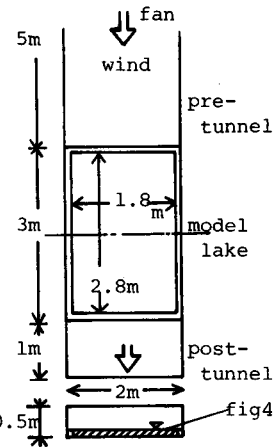


図3 装置図

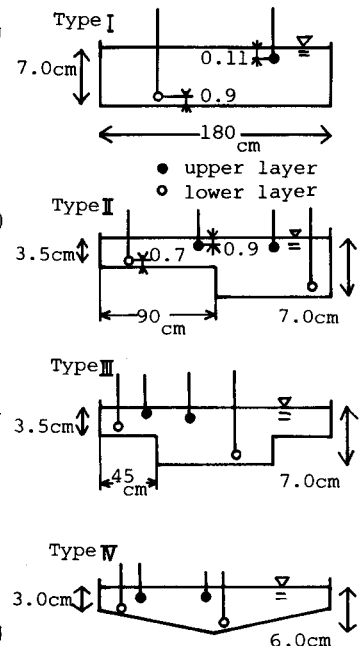


図4. 底部模型

逆流となることを示している。(右辺第2項は、流線が浅い領域で密に、深い領域で疎となることを意味し、流量の連続の条件を満たす項である。)乱流の場合の(9)式も層流と同じ方向に流れる循環を意味し、この強さが $\tau_s \cdot \partial h / \partial y$ の1/2乗となることを表わしていて、層・乱流の場合ともに(5)、(6)式と同じ内容をしめしている。

3. 実験装置及び流向・流速の測定

装置の概略を図3に示す。底面形状の模型として図4にあげたI~IVの4種のタイプを用いた。風の強さは 3.92 m/s と 1.77 m/s (水面上 20 cm)の2種で、水面への応力 τ_s は鉛直方向風速分布の測定から、それぞれ 0.225 と 0.035 dyne/cm^2 であった。($C_f = 1.26 \times 10^{-3}$, 9.7×10^{-4} , (1)式によると 2.2×10^{-3} , 1.3×10^{-3} である。波によるエネルギー消費による応力減少は、この場合波高が吹送距離最大でも $2 \sim 3\text{ mm}$, 1 mm と小さかったので無視し、以後 $\tau_s = \tau_2$ とする。)流速の測定は針金で作った所定の高さの燭台にメチレンブルーを糊づけして溶け出す方向を写真撮影することによりもとめた。流速は風速 3.92 m/s に対しては直コニカル型のホットフィルムセンサーで熱線流速計により、風速 1.77 m/s には水素気泡法を用いた。

4. 流向・流速測定結果

流向・流速の測定はモデル湖各点につき図4に示した上・下2つの水深で行い、その結果を風速 3.92 m/s について図5(1)~5(4)に示す。また鉛直方向に細かく流速を測定した結果を図5(1)~(4)のA~Mの各点に対して図6に示す。風速 1.77 m/s の結果は、弱い風速の場合には横断面方向に風を一様に吹かせることが困難であったため、その不均一性による流

れが生じて、地形による流れをはっきり分離することができなかったので、ここでは記さない。まず全体的な流れの特徴を述べてみると、底部地形が水深一定のType Iでは湖中央部で表層で順流、底層で逆流の鉛直方向の循環流が卓越している。これに対してType II~IVでは2.理論で予想したように浅い領域で相当流速の大きな順流、深い領域の底層で逆流となるような水平循環流が形成されていることがとらえられている。Type Iの鉛直循環流を(2)式で得られる数値と比較したものを図6のAの点線で示す。($C = 0.28$, $C_1 = 0.33$) 分布は正確には一致していないが、この実験の Re 数があまり高くないので、分子粘性と渦動粘性の両方の項をもつ(2)式を用いないと u の絶対値は、実験値程度の大きさにならないと考えられる。次に(6)式をマニング型の式として、流速のだいたいの大きさを計算するとType IVのとき $U = 5.7\text{ cm/sec}$ (マニング係数 $= 0.01$)となり、ほぼオーダー的に実験値に一致している。

5. 水平拡散係数

流向測定に用いた燭台を使って、染料

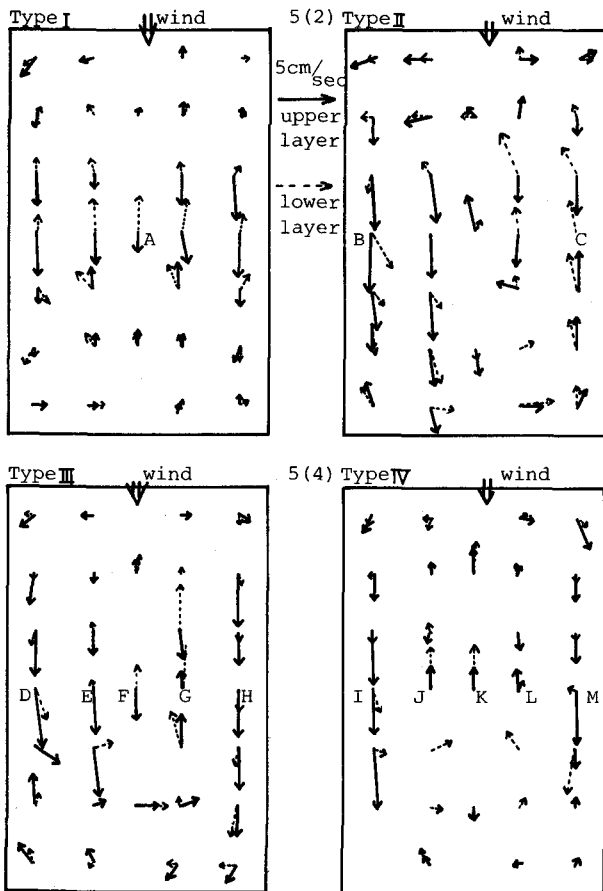


図 5(1)~(4) 流向・流速測定結果

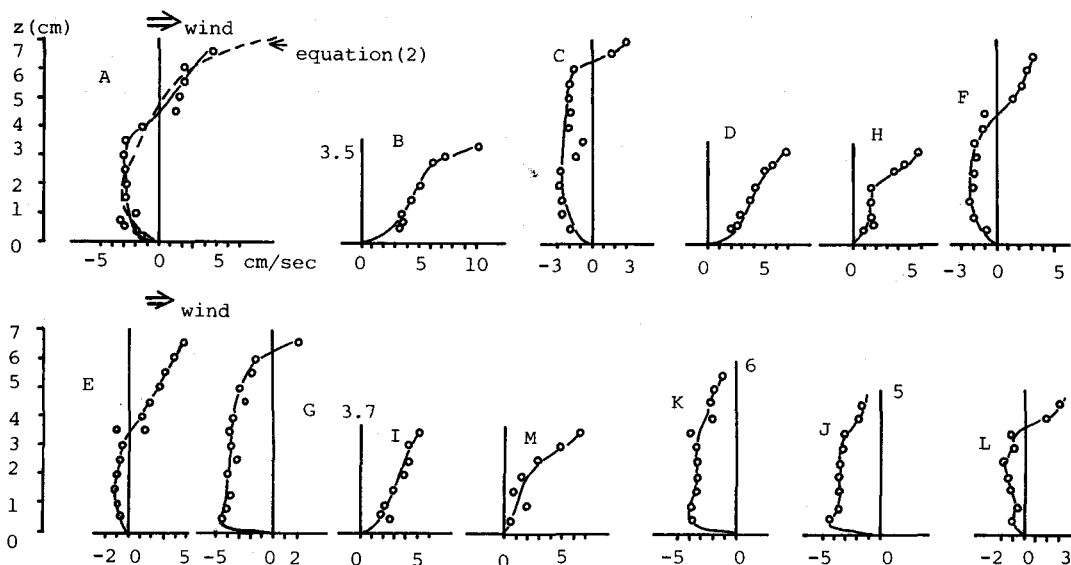


図6 鉛直流速分布

の溶け出しを望遠レンズにより連写
(2秒ごとに18枚)することにより、
湖内代表点での拡散係数をもとめた。

染料の溶け出し方には図7に示すよう
な乱流型と層流的なゆらぎが存在して
いたので、それぞれによる拡散係数を

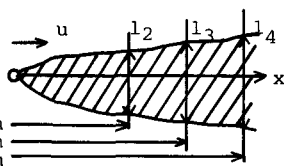
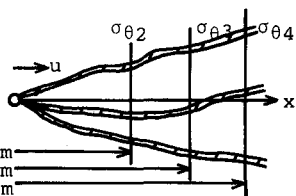


図7 乱流型



層流的ゆらぎ

K_{H1}, K_{H2} としてもとめた。

$$K_H = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_y^2}{dt} = \frac{1}{2} u \frac{\partial \sigma_y^2}{\partial x} \quad (10)$$

で、 σ_y^2 は乱流型の場合染料の濃度分布をガウス型として
目で観察し得る拡散巾の境界の濃度値が中央値の5%であ
るとすると

$$\sigma_y = 1 \times 0.408 \quad (11)$$

また層流的ゆらぎの場合、中心軸よりのずれ角度の分散を
用いて、 θ があまり大きくなければ、

$$\sigma_y = x \times \sigma_\theta \times 0.0176 \quad (12)$$

	K_{H1}	K_{H2}	K_H/u^*		K_{H1}	K_{H2}	K_H/u^*
A 上層	1.04	0.09	0.34	下層	-	0.48	0.14
B	4.40	0.84	3.2		2.87	0.04	1.80
C	0.86	*	0.26		-	0.15	0.05
D	1.38	0.02	0.84		0.50	0.31	0.49
E	2.52	0.29	0.85		0.20	*	0.06
F	1.58	*	0.48		-	0.10	0.03
K	0.66	0.18	0.30		-	0.04	0.01
L	1.41	-	0.59		-	0.04	0.02
M	2.59	0.68	1.9		-	0.13	0.07

表 K_{H1}, K_{H2} (cm/sec), K_H/u^*h

より K_{H1}, K_{H2} を計算した。正規分布の分散はたたみこみにより線形和となるので、ある点での水平方向の
拡散係数は $K_H = K_{H1} + K_{H2}$ となる。図5に示した点での K_{H1}, K_{H2} 及び K_H/u^*h の値を表に示す。(表中
の*とは、この点でのゆらぎ方が相当激しいため(12)式では σ_y が計算できなかったものを示す。)これを見
ると上層で大きく下層で小さい値を示すが、Type I に比べType II~Nでは1.5~5倍程度の値となっ
ている。Elder⁶⁾ による開水路での K_H の実験値 $K_H = 0.23 u^*h$ に比較してみるとType I の上層ではほぼこ
れに等しいのに対して、Type II~Nでは3~10倍も大きくなっていて横方向の混合が大きいことが示され
ている。層流的な流れの中での主流のゆらぎによる拡散という現象は、主に風のゆらぎに起因していると考
えられ、オーダー的には乱流型の拡散に比べ小さいが、このようなことが実際の湖・浅海にも存在し、どの

程度の大きさをもっているかは今後実測などを通して検討を加えてゆきたいと考えている。

6. 湖水の全体的混合

一般に閉じた湖水域で、流入河川流量のあまり多くない平常時では風と地形による相互作用により混合が進んでゆく。卓越風の特性（風向・風速・吹送時間など）が与えられ、その湖でどのように混合が行なわれるかは湖システム内の生態系との関連で長期的な水質環境を把握する上で重要である。本来生態系を規定する要因は複雑であるが、ここでは風と地形の影響を見ることに問題をしぼり、従ってその要因は拡散物質のみを考えて、二三の統計量及び情報エントロピーの概念応用によって湖水全域の混合過程を考察した。

実験は図8に示すように湖中心にメチレンブルー溶液を円筒中にしきっておき、これを点源として、湖内等分割16点での濃度の時間変化を、光電式濁度計で測定するという初期値問題を

湖地形 Type I, II, III に対して行った。

各点での測定値より染料塊の中心位置 $(\bar{x}, \bar{y})$, 分散 (σ_x^2, σ_y^2) 及び次の式で定義されるエントロピー E を計算した。

$$E = - \sum_{i=1}^n P_i \log n P_i$$

$$P_i = C_i / \sum_{i=1}^n C_i$$

C_i は各点での濃縮値, P_i は濃度分率で、時間の関数である。またこの場合 $n = 16$ である。

図9.1～5に $(\bar{x}, \bar{y})$, (σ_x^2, σ_y^2) , E の時間変化を与える。図9及び目視により、各地形に対して、全体的混合の違いを述べる。Type I の場合には、染料塊はまず上流側へ移動するとともに、 σ_x^2 は極端に大きな増加を示すが（これは鉛直方向流速分布に従い、上層では下流へ、下層では上流へ染料は移動し、その際鉛直方向の拡散係数が小さいため σ_x^2 が、 x 方向一様分布したときの値に比べ大きな値をもったと考えられる。）、横方向の σ_y^2 は増加速度が遅く $\partial \sigma_y^2 / \partial t$ の値は $2.5 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 程度で5でもとめたA点での K_H のオーダーに等しい。よってType I のように横方向には主流が存在せず拡散が支配的である場合には全体の混合

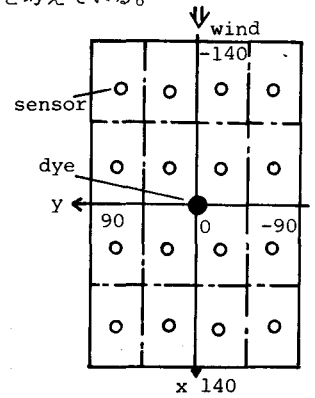


図8 全体的混合実験法

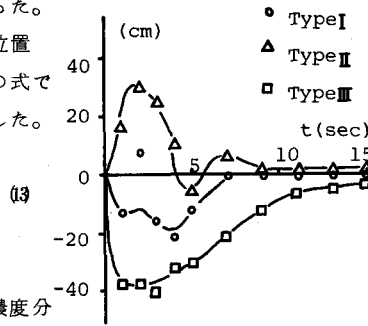


図9.1 $\bar{x}$

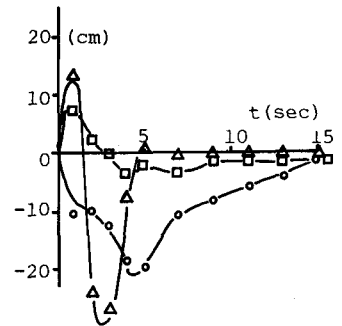


図9.2 $\bar{y}$

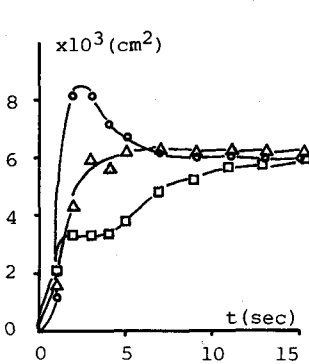


図9.3 σ_x^2

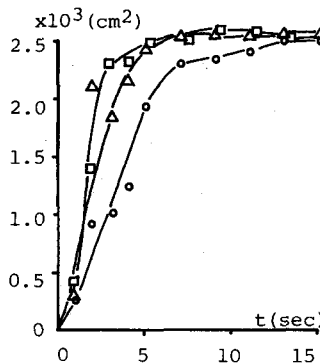


図9.4 σ_y^2

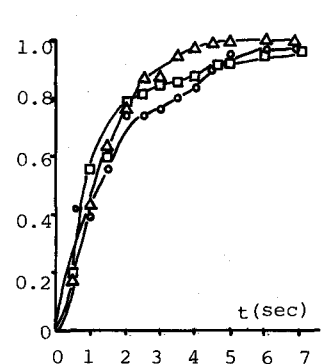


図9.5 E

時間 T は $T \propto L^2 / K_H$ (L は横方向のスケール) で表わすことができる。これに対して Type II では、水平循環流が生じているため ($\bar{x}$, $\bar{y}$) はこの運動のため振動して 5 分程度で湖心へもどっている。同時に $\overline{\sigma_x^2}$, $\overline{\sigma_y^2}$ も平衡値に達し、全体的混合がこのような早い段階で達成されたものと考えられる。図 6 の断面平均流速を用いると、5 分とはほぼ一回の循環の時間と等しくなっている。つまり Type II のように水平循環流が卓越しているような流れにおいては、 $T \propto L / v$ (v : 循環速度) の形で表わすことができる。最後に Type III の場合、塊の中心は上流側へ向かうが、この時 Type I とは逆に $\overline{\sigma_y^2}$ の変化は速いが、 $\overline{\sigma_x^2}$ の増加は遅い。これは Type III が縦方向に長い形状をもつため、上流・下流端に死水域が生じていて、ここに染料が混合してゆくのに時間がかかるため、 x 方向の混合が遅くなっているものと考えられる。実際の湖・海域においては Type II のように単一の水平循環流が全域をしめるようなことはまれであり、このような死水域のでき方、大きさが全体の混合時間に大きな影響をもつと考えられる。次にエントロピー E の変化を見る。図 9.5 より明らかに Type II のとき増加の程度が大きい。この例ではある固定した点源からの拡散についてその物質濃度を確率変数として、湖システムが拡散現象に関して得る平均情報量の時間変化を見たわけで、換言すれば系の無秩序性の増大する過程を地形をパラメータとして調べたことになる。用いた地形モデルは極めて簡単なものであるが、より複雑な地形及び物質源の位置を与えてこの考え方はさらに推進できよう。また単なる物理的側面をみるだけでなく、生態系との関連で水質評価とその将来予測を進めて行くことが今後必要である。

7. 結 語

水質汚濁という観点から特に風の影響を受けやすい浅い湖での吹送流及びそれによる拡散・分散という現象を地形との関連から実験的に解析を行った。得られた結果をまとめると、

- 1) 吹送方向に直角に水深変化のない場合には鉛直方向の循環流が卓越する。
- 2) 吹送方向に直角に水深変化の存在するときは、水深により吹き寄せの水面勾配が横方向に異なるために、浅い領域で順流、深い領域で逆流となるような水平循環流が生じる。
- 3) 流れが乱流の場合、鉛直循環、水平循環流ともに、波への消費応力を除く、風の応力 τ_w の $1/2$ 乗に比例することが予測される。及び水平循環流は横方向の水深勾配 $\partial h / \partial y$ の $1/2$ 乗となることが予測される。
- 4) 水平方向の拡散係数は水深変化のある場合 L^2 / K_H に比例し、水深変化があって水平循環流の卓越する場合 L / v (v : 循環速度) に比例する。この時死水域が発生する場合には T は相当大きくなる。

参考文献

- 1) Ralph T. Cheng, Numerical models of wind-driven circulation in lakes ; Appl. Math. Modelling , 1976, Vol 1
- 2) N. Imasato, S. Kanari, H. Kunishi ; Study on the Currents in Lake Biwa (1), (2), Journal of Oceanographical Society of Japan, 1975, Vol 31
- 3) 南部幹一他 ; 霞ヶ浦の水質に及ぼす吹送流との底質の影響, 用水と廃水 Vol 16
- 4) 和田明, 宮地克人 ; 吹送流による湾内水の循環特性, 海岸工学講演論文集, 1976
- 5) Jin Wu ; Prediction of Near-Surface Drift Currents from Wind Velocity, ASCE 1973. HY 9
- 6) Elder J.W. , The Dispersion of Marked Fluid in turbulent Shear Flow , JFM. 1959. Vol 5