

せん断乱流のbursting現象とその物理モデル

Bursting phenomenon in a turbulent shear flow and its physical model

京都大学 工学部 正員 中 川 博 次

京都大学 工学部 正員 ○ 称 津 家 久

1. は し が き

1967年 Kline らの可視化観測によって乱流境界層の壁面近傍に bursting 現象の存在することが明確にされて以来¹⁾、せん断乱流で本質的な役割を演ずると考えられる乱れの発生機構の解明はこの bursting 現象を明らかにすることであると認識されるようになり、近年この現象に関する理論的・実験的研究が条件付点計測法および可視化法を駆使して精力的に行われ、注目すべき知見が得られるようになった。²⁾

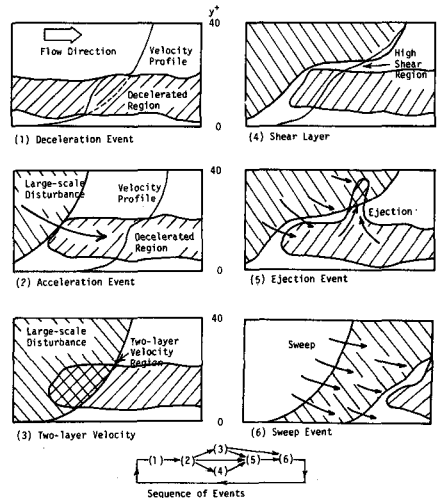
著者らも開水路乱流を対象として、この bursting 現象を条件付確率密度関数論によって瞬間レイノルズ応力の構造と理論的に結びつけ、次に熱膜流速計で実測された $w(t) \equiv u(t) \cdot v(t)$ (ここで、 u および v はそれぞれ主流方向 (x 方向) および河床壁面に垂直上方 (y 方向) の変動速度成分である) を条件付サンプリング解析することによって一連の bursting 過程で生起する ejection ($u < 0, v > 0$), sweep ($u > 0, v < 0$), inwards-interaction ($u < 0, v < 0$) および outwards-interaction ($u > 0, v > 0$) の各事象の関係を明確にした。³⁾ さらに、bursting 現象は相当規則性をもった空間性のある coherent な渦運動であることから、点計測データの新たな条件付解析手法および広領域の瞬間流速プロファイルを把握できる可視化手法を開発してこの現象の周期特性や空間スケール特性を解明しようとした。⁴⁾ 本論文は、これらの両手法から得られた開水路乱流での bursting 現象の周期特性を総括し、次にこれらの知見を活用してこの現象を定量的にも説明できる物理モデルを提案して、せん断乱流場の乱れの発生機構をより明らかにしようとするものである。

2. bursting 現象の定性的な説明とその周期特性

せん断乱流の壁面近傍で生じる一連の bursting 過程は、これまでの多くの可視化観測等によって定性的にはかなり説明され得るようになった。例えば、図・1は Corino らが滑面管路流の壁面領域で観察した一連の bursting 過程の模式図であり⁵⁾、各段階を説明すると次のようである (以下、 $y^+ \equiv yU_\tau/\nu$ の無次元化)。

- (1) $0 < y^+ < 30$ で減速流域が上流側から入り込み、流速勾配は緩和される。
- (2) 局所平均流速 U と同程度の加速流域が上流から壁面に平行ないし内向きに侵入する。
- (3) 加速流域が減速流域と相互作用をせずに横断方向に離れて共存すれば、二層流速域が形成される。これは、Kline らが観察した高速・低速渦の形成と考えられる。
- (4) 減速流域に加速流域が重なれば、壁面からある高さに強いせん断層が形成され、過度の集中が起こる。
- (5) 加速流域が減速流域をしぼり出すような挙動、すなわち後者が突然 eject し、前者と激しく相互作用を演じて、乱れエネルギーを生成する。一度 ejection が発生すると、(2)の段階直後でさえ新たな ejection が種々の周期で誘発される。
- (6) 再び加速流域が侵入し、減速流域を sweep して通常の流速分布形にもどる。

これらの各運動段階は常に規則正しく起きるのではなく、相当重複したり短絡的な過程をとるのが実状であって、平均的に見て上述の過程が存在しているにすぎない。このことを考慮すれば、bursting 現象を①低速渦が浮上して②渦回転へと発達し③遂には激しく eject して崩壊するという3段階の過程と見なした Kim らの観察結果は⁶⁾ 上述の Corino らのものとはほぼ同一で



図・1 Bursting 過程の可視化観察 (Corino らによる)

あると考えてよく、またこのような bursting 現象の一連の挙動は著者らによっても確認されている⁴⁾。

したがって、bursting 現象の解明にはこの周期特性を知ることが本質的であり、これまでに種々の評価方法が提案され、検討されてきたが、それらの方法には改良すべきあいまいさがある。そこで、著者らは、ejection 事象中の瞬間レイノルズ応力 $w_2(t)$ ($u < 0, v > 0$) は可視化観察された図・1の(5)の ejection 運動のほかに (1)~(4) の interaction 運動をも一部包含する事実に着目して、ejection 周期 T_e また同様に sweep 周期 T_s を一義的に決定できる評価方法を新たに提案し、これらの周期に及ぼすレイノルズ数 Re 、フルード数 Fr および壁面粗度 k_s^+ の影響を系統的に検討した。

図・2 は各実験ケース（実験条件および計測方法に関しては文献 3), 4) を参照）で得られた ejection および sweep の平均周期 $\overline{T_e}$ および $\overline{T_s}$ を外部パラメータ（水深 h および最大流速 U_{max} ）でそれぞれ無次元表示した結果であり、水理条件の如何にかかわらず次式がほぼ成立する。

$$\frac{\overline{T_e} \cdot U_{max}}{h} \simeq \frac{\overline{T_s} \cdot U_{max}}{h} \simeq (1.5 \sim 3.0) \quad (1)$$

注目すべき点は $\overline{T_e} \simeq \overline{T_s}$ と見なしうることであり、これは一連の bursting 現象中に ejection と sweep 運動とが平均して一つずつ存在することを意味している。換言すれば、Fig. 1 で模式化された bursting 過程が平均して連鎖的に発生しており、可視化観測から得られた bursting 周期 $\overline{T_B}$ に一致する、すなわち $\overline{T_e} \simeq \overline{T_s} \simeq \overline{T_B}$ と考えられ、このことは著者らの可視化実験で確認された⁴⁾。図・3 は、各ケースでの bursting 周期 $\overline{T_B}$ の平均値を内部パラメータ (ν および摩擦速度 U_*) で無次元表示したものであり、明らかにレイノルズ数 $R_* \equiv hU_*/\nu$ の関数であることがわかる。

この関数関係は、 R_* の代りに運動量厚レイノルズ数 R_θ を用いて表示された境界層流での結果とほぼ一致し、極めて注目に値する。

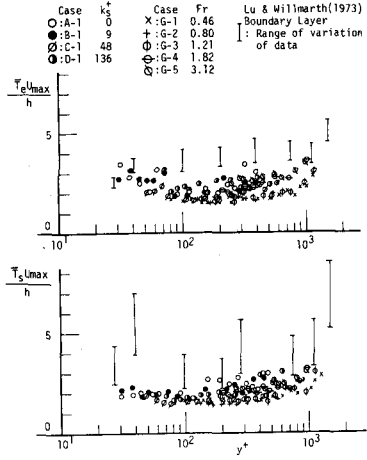
以上の結果から、境界層流と同様に開水路乱流においても bursting 周期は、 Re 、 Fr および壁面粗度が変化しても式(1)の外部パラメータで規制されると考えられる。

次に、bursting 周期 T の生起確率分布 $p_T(T)$ を求め、Rao らの示唆に基づいて対数正規確率紙に図示した数例が図・4 である。図中の直線は

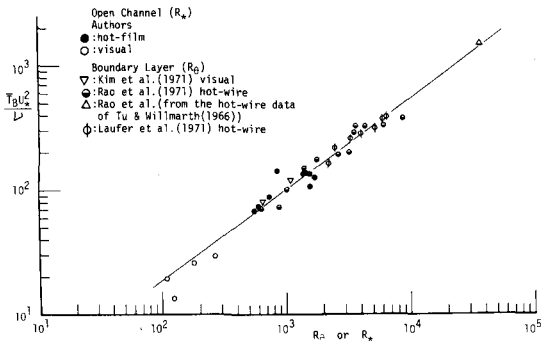
$$p_T(T) = \frac{(\log e)}{\sqrt{2\pi}\sigma_0 T} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_0} \log T/T_0 \right)^2 \right\} \quad (2)$$

であり、実験値はほぼこれに一致している。また、Kim ら⁶⁾や著者ら⁴⁾ による可視化観測からも式(2)の適合性が確認され、個々の bursting 現象の発生周期はほぼ対数正規分布に従うものと結論できる。このとき、次式が成立する。

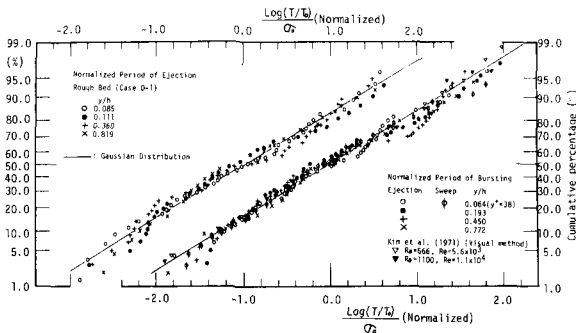
$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 &= (\log e) \sqrt{\ln(1+\phi^2)} \\ T_0 &= r T_B, \quad r = (1+\phi^2)^{-1/2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$



図・2 Bursting 周期の外部パラメータ表示



図・3 Bursting 周期の内部パラメータ表示



図・4 Bursting 周期の生起確率分布（対数正規化）

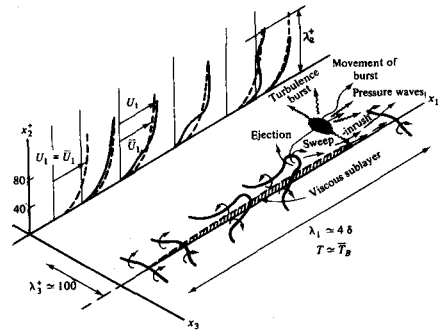
ここで、 $\phi \equiv \sigma_B/T_B$ (σ_B は標準偏差) は変動係数である。したがって、bursting 周期の平均値 $\bar{T} \equiv T_B$ および変動係数 ϕ が既知であれば、この生起確率分布(2)は決定され、bursting 現象のモデル化に当って不可欠な知見となる。いま、 ϕ の点計測結果を検討した結果、水理条件によらずに $\phi \approx 1.0$ のほぼ一定値を示したが、Kim らの可視化結果では $\phi \approx 0.5$ であった⁶⁾。この両者の差異の原因は現在不明であるが、本来空間的拡がりをもつ coherent な運動を点計測する際に一種の「計測むら」が σ_B に混入されているためかも知れず、今後可視化と点計測との同時併用法を確立してさらに検討する必要があるだろう。

3. Bursting 現象の空間スケール特性とその二面構造的性

先述のように、bursting 現象は coherent な渦運動であるから、この運動の主流方向、鉛直上方および横断方向への拡がりスケールをそれぞれ λ_1 、 λ_2 および λ_3 とする。まず、この運動の移流速度を U_c とすれば、 $\bar{\lambda}_1 \approx U_c \cdot T_B$ であるから式(1)より $\bar{\lambda}_1$ は水深 h の 2, 3 倍程度となり、外部パラメータで支配されよう。次に、 λ_2 は壁面領域の厚さ以下、すなわち $\bar{\lambda}_2^+ < 100$ と考えられるが、図・1から判断して典型的な coherent な運動は $\bar{\lambda}_2^+ < 50$ であろう。最後に、 λ_3 は Kline らが発見した高速・低速縞の間隔に相当すると考えられ、可視化観測より $\bar{\lambda}_3^+ \approx 100$ が得られた⁴⁾。これらの結果は、境界層流のものとはほぼ一致し、²⁾以上を総括すると、壁面での bursting 現象に伴う coherent な運動スケールは内部パラメータのみならず外部パラメータにも規制され、この現象はむしろ外部パラメータが引金となって生起し、流下方向へ拡がりをもつものと考えられる。このような coherent な運動の挙動を模式的に表わした一例が図・5 に示す Hinze のモデルであり、次節で検討される。さらに興味あることは、 $\lambda_1 \approx U_c \cdot T$ ばかりか λ_3 の生起確率も対数正規分布に良好に従う点であり⁴⁾、すなわちこの渦運動は内部および外部パラメータに同時に依存した二面構造的性を持ち、その発生・崩壊現象 (bursting 現象) には対数正規性が何らかの形で関与するものと予測される。

以上のような二面構造的性が乱れのいかなる物理機構から生じるものなのか、またせん断乱流は本質的に二面構造的性を有し、性質の異なる2種類の乱れ成分が共存しているものなのかは現在不明であり、今後解明すべき重要な課題と考えるが、この解決に当って次の示唆は多分有益であろう。すなわち、bursting 周期の外部パラメータ依存性は、壁面領域 (内部層) が主流領域 (外部層) と当初予想していたよりはるかに強い相互作用を演ずることを示し、実際に境界層流では境界層端に存在する「bulges 運動」との関連性⁸⁾、また開水路流では自由水面上に存在する boil 現象 (その発生周期の外部依存性はもちろんのこと、対数正規性も指摘されている) や縦縞現象との関連性⁹⁾ がそれぞれ示唆されている。また、式(1)の逆数が Karman 渦の崩壊に伴うストローハル数に同程度となることから、bursting 現象の生起は水深オーダーの最大渦が Karman 渦的に崩壊することであると解されるかも知れない。このとき、レイノルズ応力の発生すなわち乱れの発生に携わる最大渦の崩壊は強い intermittency をもつことが特徴であったし、また Sandborn は乱れの逸散に携わる最小渦の崩壊も intermittent に起こることを指摘した¹⁰⁾。しかもこれら両スケールの intermittency に着目して評価された周期特性がほとんど同一であったことは両スケール間に何らかの強い相互作用が存在することを示唆している。

すなわち、渦の崩壊はすべて局所的に intermittent であると考えられ、この崩壊こそが異なる渦スケール間のエネルギー授受を起こし、最大渦から最小渦へのいわゆるエネルギーカスケード過程は当初考えていたよりずっと複雑であると推測される。いま、これらの渦崩壊が self-similarity に起こる、すなわち任意の乱れ特性値 ϕ (> 0) が異なる渦に対応するそれぞれの ϕ の比はその渦スケールの比に比例すると仮定すれば、 ϕ は対数正規分布に従うことが示される¹¹⁾。したがって、上述した bursting 現象の対数正規性や二面構造的性はこのような渦の崩壊機構から説明されるかも知れず、今後の研究としたい。



図・5 Bursting 現象 (馬蹄型渦の崩壊現象) の定性的なモデル (Hinze による)

4. 従来の渦モデルの概観と本研究の目的

bursting 現象の存在が明確にされる以前でさえ、壁面近傍の乱流特性を説明しようとした渦モデルがいくつか提案され、そのうち粘性底層の周期的な崩壊機構をモデル化した Einstein らの試みは極めて注目に値し、後述するように本研究でのモデルの原型となっている¹²⁾。1967 年頃から Kline らをはじめ多くの研究者によって図・5 で示したような馬蹄型渦モデルが bursting 現象の定性的説明に最も妥当であると指摘され、実際 Black はこの渦モデルの定式化を試み、いくつかの乱流特性を定量評価した¹³⁾。著者らも、この馬蹄型渦のいくつかの崩壊せずに平衡領域まで発達し、準定常な運動に至ると仮定して単純化された π -型渦モデルを提案し、平衡領域における乱れ特性を定量評価した¹⁴⁾。その結果、乱れ強度 3 成分を u' , v' および w' とすれば、 $v'/u' = 0.55$, $w'/u' = 0.69$ と一定になり、また乱れエネルギーの平衡特性から

$$u'/U_* = D_1 \cdot \exp(-y/h), \quad v'/U_* = D_2 \cdot \exp(-y/h), \quad w'/U_* = D_3 \cdot \exp(-y/h) \quad (4)$$

が得られ¹⁵⁾、実験定数 $D_1 = 2.3$ を使うと $D_2 = 1.27$, $D_3 = 1.59$ となり、このとき式(4)は $y^+ > 50$ の実験値と良好に一致した。このように、 π -型渦モデルは平衡領域の乱流構造を定量的にもほぼ満足に説明しえたが、bursting 現象が顕著に生起する $y^+ < 50$ の領域には馬蹄型渦が発達段階、すなわち非平衡状態にあるために近似的にも適用できなかった。したがって、図・1 や図・5 で示された bursting 過程を定量的にモデル化するには周期的特性をもつ非平衡状態を考慮することが本質であり、以下では前節までに明らかにされた bursting 現象の周期特性に着目して Einstein らのモデルを発展させた「更新モデル」を新たに提案し、bursting 現象や乱流特性値を定量的にも説明してみる。

5. Bursting 現象のモデル（更新モデル）とその定式化

まず、bursting 過程の一周期 T が coherent な馬蹄型渦の発達期 T_1 と崩壊期 T_2 に区分できると仮定する($T = T_1 + T_2$)。図・1 や図・5 から明らかなように、馬蹄型渦の崩壊は ejection 運動に相当し、この渦の崩壊を均して新たな周期的過程に移そうとするのが文字通り sweep 運動であり、次の崩壊までが interaction 運動であるからこれら両者は渦の発達期 T_1 に属すると考えられる。すなわち、bursting 過程を「sweep-interaction-ejection-sweep」という完全な周期運動に理想化して考え（この意味で以下のモデルを「更新モデル」とよぶことにする）、また便宜上 sweep 運動の開始時刻を $t = 0$ とする。いま、発達期 T_1 および崩壊期 T_2 での瞬間流速をそれぞれ $\tilde{\mathbf{u}}_1 = (\tilde{u}_1, \tilde{v}_1)$ および $\tilde{\mathbf{u}}_2 = (\tilde{u}_2, \tilde{v}_2)$ と定義する。レイノルズ応力すなわち渦動粘性の大部分は崩壊期で発生するから、Einstein らと同様に渦の発達期では非線形なカップリング効果や圧力変動効果は無視されると大胆に仮定し、また馬蹄型渦のスケールは $\lambda_2^+ < \lambda_3^+ \ll \lambda_1^+$ であるから境界層近似が適用できて運動方程式は結局次のようになる。

$$\frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial y^2} \quad (5)$$

境界条件は $y = 0$ で $\tilde{u}_1 = 0$, $y \rightarrow \infty$ で $\tilde{u}_1 = U_0$ （ここで U_0 は壁面領域端の主流速度）である。ejection から sweep に至る運動では運動量交換が最も激しく、歪んだ流速分布を一様化させる、すなわち応力の解除を行って加速流が生じるから、初期条件として $t = 0$ で $\tilde{u}_1 = U_0$ ($y > 0$) と理想化される。

以上の条件で式(5)を解くと、次の Einstein らの解が容易に得られる。

$$\tilde{u}_1 = \frac{2U_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^\theta e^{-x^2} dx \equiv U_0 \operatorname{erf} \theta \quad (6)$$

ここで $\theta \equiv y/(2\sqrt{\nu t})$ であり、 $\operatorname{erf} \theta$ は誤差関数である。

一方、Black は初期条件として $\tilde{u}_1 = U_* (\kappa^{-1} \ln y^+ + 5.1)$ なる Coles の対数則を採用し、同様に式(5)を解いている。図・1 から判断して、確かに Black の初期条件の方が実際現象により近いといえるが、この解は非常に複雑な式であるから、以下に論じる bursting 現象のモデル化の原型としては式(6)を採用する。

さて、馬蹄型渦の移流速度 U_c で動く座標上では $\partial/\partial t = -U_c \partial/\partial x$ と座標変換できるから、連続式を用

いて式(6)から次式が得られる。

$$\tilde{v}_1 = -\int_0^y \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x} dy = -\frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{\nu}{\pi t}} \{1 - \exp(-\theta^2)\} \quad (7)$$

ここで、 $\alpha \equiv U_c/U_0 \leq 1$ であり、従来の種々の実験によれば $\alpha = 0.7 \sim 0.8$ である²⁾

次に、渦の崩壊期 T_2 における $\tilde{u}_2$ の評価に関しては、この機構が十分明らかでない現在、次のように単純化して考える。まず、 $\beta \equiv T_2/T_1$ とおくと ejection 運動はパルスの短時間におこるから $\beta \ll 1$ と考えてよい。すなわち、非常に短時間の内に応力が解除されて $\tilde{u}_1(t=T_1)$ は $\tilde{u}_1(t=T) \equiv \tilde{u}_1(t=0)$ へと復元するから、 $\tilde{u}_2(T_1 \leq t \leq T)$ として両者の平均で代表させてよい。次に、 y 方向の平均流速 $\bar{v} = (T_1 \bar{v}_1 + T_2 \bar{v}_2)/T$ は零でなければならないから、 $\bar{v}_2 = -\bar{v}_1/\beta$ となるが、 $\beta \ll 1$ であるから $\bar{v}_2 \equiv -\bar{v}_1/\beta$ と近似してよい。

以上の単純化により、 $\beta \ll 1$ を考慮して次の乱流特性値が得られる。

$$U \equiv \bar{u} = \frac{1}{T} \left(\int_0^{T_1} \tilde{u}_1 dt + \int_{T_1}^T \tilde{u}_2 dt \right) \equiv \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{u}_1 dt \quad \text{および} \quad V \equiv \bar{v} = 0 \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} u'^2 &\equiv \overline{(\tilde{u} - U)^2} \equiv \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{u}_1^2 dt - U^2 \\ v'^2 &\equiv \overline{(\tilde{v} - V)^2} \equiv \frac{1}{(1+\beta)} \left\{ \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \tilde{v}_1^2 dt + \frac{1}{\beta} (\bar{v}_1)^2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\overline{uv} = \frac{1}{(1+\beta)} \{ (\bar{\tilde{u}_1} \bar{\tilde{v}_1} - \bar{\tilde{u}_1} \cdot \bar{\tilde{v}_1}) + \bar{\tilde{v}_1} \cdot (\tilde{u}_1(t=T) - \tilde{u}_1(t=T_1)) \} \quad (10)$$

式(10)の第2項は ejection 運動で生じるレイノルズ応力であり、渦崩壊の直前・直後での運動量変化が $\tilde{u}_2 > 0$ で輸送されたものと近似されている。以上は任意の一つの bursting 現象に関する乱流特性値であり、実測値と比較するためにはさらに式(2)の対数正規分布 $p_T(T)$ を考慮したものでなければならない。

まず、摩擦速度 U_* は式(2),(3)および(6)を使い、定義式から次のようになる。

$$U_*^2 = \int_0^\infty p_T(T) dT \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \nu \left(\frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial y} \right)_{y=0} dt = \frac{2}{\sqrt{\pi}} U_0 \sqrt{\frac{\nu}{T_B}} \cdot r^{-3/4} \quad (11)$$

同様に、式(2),(3)および(11)を使うと、式(8)~(10)は $p_T(T)$ で平均化されて次のようになる。

$$U^+ \equiv U_0^+ \phi(y^+) = U_0^+ \int_{-\infty}^\infty G(s) ds \int_0^1 \operatorname{erf}(\theta) d\tau \quad (12)$$

$$\left(\frac{u'}{U_*} \right)^2 = U_0^{+2} \int_{-\infty}^\infty G(s) ds \int_0^1 \{ \operatorname{erf}(\theta) \}^2 d\tau - U^{+2} \quad (13)$$

$$\left(\frac{v'}{U_*} \right)^2 = \frac{r^{1/2}}{(1+\beta)(2\alpha U_0^+)^2} \left[\int_{-\infty}^\infty \frac{G(s)}{10^{s/2}} ds \int_0^1 \frac{(1 - \exp(-\theta^2))^2}{\tau} d\tau + \frac{1}{\beta} \Psi(y^+) \right] \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{-\overline{uv}}{U_*^2} &= \frac{r^{1/4}}{(1+\beta) \cdot 2\alpha} \left[\left\{ \int_{-\infty}^\infty \frac{G(s)}{\sqrt{10^{s/2}}} ds \int_0^1 \frac{(1 - \exp(-\theta^2)) \cdot \operatorname{erf}(\theta)}{\sqrt{\tau}} d\tau - \phi(y^+) \cdot \Psi(y^+) \right\} + \Psi(y^+) \times \right. \\ &\quad \left. \left\{ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{4} r^{1/4} \frac{y^+}{U_0^+}\right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

ここで $G(s) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-s^2/2)$, $\theta \equiv \frac{y}{2\sqrt{\nu t}} = \frac{\sqrt{\pi}}{4} r^{1/4} \frac{y^+}{U_0^+} \frac{1}{\sqrt{10^{s/2} \cdot \tau}}$, $\Psi(y^+) \equiv \int_{-\infty}^\infty \frac{G(s) ds}{\sqrt{10^{s/2}}} \int_0^1 \frac{(1 - \exp(-\theta^2))}{\sqrt{\tau}} d\tau$ である。

最後に、bursting の平均周期 T_B は式(11)から次式で与えられる。

$$\frac{T_B U_*^2}{\nu} = \frac{4r^{-3/2}}{\pi} U_0^{+2} \quad (16)$$

以上の更新モデルから、パラメータ α, β, r (あるいは変動係数 ϕ) および U_0^+ を適切に選べば、bursting 現象が顕著に起こる $y^+ < 50$ の領域 (図・1を参照) における平均流速 U^+ , 乱れ強度 u'/U_* , v'/U_* , レイノルズ応力 $-\overline{uv}/U_*^2$ の各分布や瞬間流速分布特性などを予測することができる。

6. 更新モデルによる乱流特性値の評価

(a) 平均流速分布 壁面領域での平均流速分布 U^+ は混合距離 l^+ を

$$l^+ = \Gamma \cdot \kappa y^+, \quad \Gamma \equiv 1 - \exp(-y^+/A) \quad (17)$$

と仮定して得られた van Driest の曲線 ($\kappa=0.4$, $A=27$) によって良好に表わされることが実験的に確認されているから²⁾, この曲線と $\phi=0$ において計算された式(12)とがまず比較検討され, その結果 $U_0^+ = 15$ のとき両者の一致は最も妥当であった。次に, $U_0^+ = 15$ とおき, ϕ を 0 から 2 まで変化させた結果が図・6 に示される。 ϕ が大きいほど U^+ は多少減少するが, van Driest の曲線とほぼ良好に一致する。 $y^+ > 30$ で Prandtl の対数則分布に, $y^+ < 10$ で粘性底層内の $U^+ = y^+$ にそれぞれ近づくことがわかる。

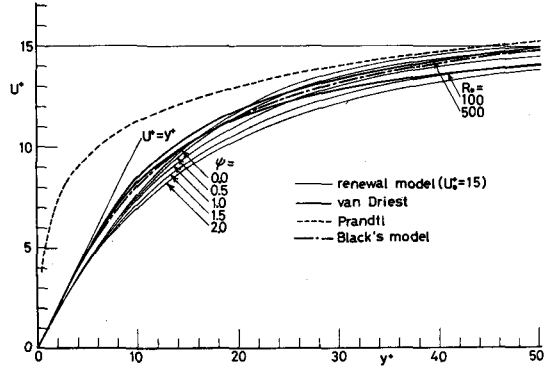
(b) 乱れ強度分布 $U_0^+ = 15$ とおき, ϕ を変化させて得られた式(13)の結果が実験値と共に図・7 に示される。 ϕ が大きいほど u'/U_* は増大し, 第2節で指摘した実測値 $\phi = (0.5 \sim 1.0)$ のとき式(13)は実験値と同程度となるが, $y^+ > 30$ で定量的な差異は大きくなる。これは, 渦の発達期といえども非線形効果等を見逃すことができないことを示し, 更新モデルの大きな欠陥である。さらに, $y^+ \rightarrow 0$ のとき式(13)は

$$u'/U_* = By^+ + O(y^{+3}) \quad (18)$$

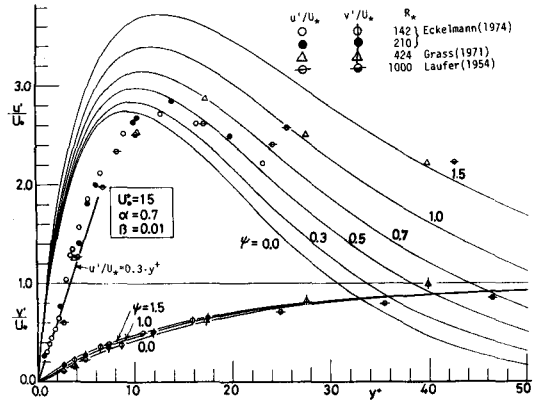
となるが, B は実験値 $B=0.3$ の3倍大にもなる。

次に, $\alpha = (0.7 \sim 0.8)$, $\beta \ll 1$ であったから, 仮に $\alpha = 0.7$, $\beta = 0.01$ において計算した式(14)の結果を図・7 に併示した。 v'/U_* に及ぼす ϕ の変化はほとんどなく, 式(14)と実験値との一致は極めてよい。 $\tilde{v}$ が $\tilde{u}$ から導びかれたことを考えると, この一致は偶然かも知れないが, y^+ が大きくなると $\tilde{u}$ は馬蹄型渦運動との関連が薄くなるが, 一方 $\tilde{v}$ はこの運動のすべてを平均的に含み, すなわち累積効果(式(7)を参照)が現われるためにこの良好な結果が得られたのであろう。ともかく, 本モデルには改良すべき点は多々あるが, u'/U_* は $y^+ = (10 \sim 20)$ で最大値をもつが, v'/U_* は単調に増加するという際立った特性の違いを満足に説明する。

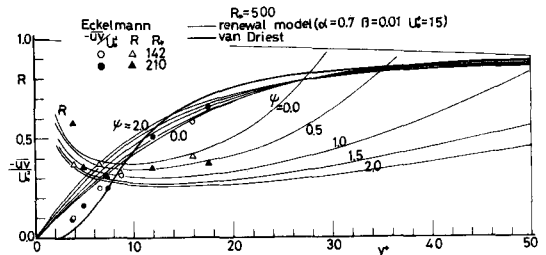
(c) レイノルズ応力分布 同様に, $U_0^+ = 15$, $\alpha = 0.7$, $\beta = 0.01$ および $\phi = 0.5 \sim 1.0$ において得られた式(15)と実験値とを比較検討した結果, 両者は同程度となったが, 式(15)は $u(t) \cdot v(t)$ の時間平均として直接評価されているために u' と同様な欠陥が現われた。しかし, 平均レイノルズ応力を議論するのであれば, 2次元開水路乱流の運動方程式から式(12)を使って次のように間接評価できる。



図・6 更新モデルによる平均流速分布の評価



図・7 更新モデルによる乱れ強度分布の評価



図・8 更新モデルによるレイノルズ応力分布の評価

$$\frac{-\overline{uv}}{U_*^2} = \left(1 - \frac{y^+}{R_*}\right) - \frac{\tau^{1/4}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(s) ds}{\sqrt{10} \tau^{3/4}} \int_0^1 \frac{\exp(-\theta^2)}{\sqrt{\tau}} d\tau \quad (19)$$

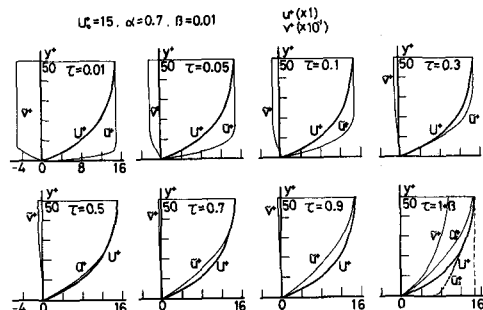
式(19)の結果を図・8に示したが、実験値との一致は比較的良好である。また図には式(13)、(14)および(19)から計算された相関係数 $R = -\overline{uv}/u'v'$ も併示されたが、 $\phi = (0.5 \sim 1.0)$ で実験値とよく一致する。

7. 更新モデルによる乱れ発生機構 (bursting 現象) の説明

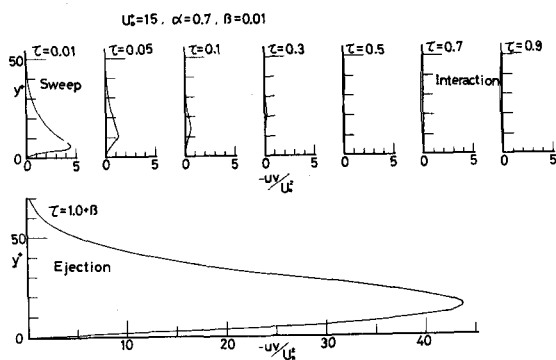
更新モデルの最も優れた点は瞬間流速分布を近代的にも評価でき、bursting 現象の変化過程を説明できることである。まず、図・9はbursting 現象の一周期 T 内での各時刻 $\tau = t/T$ における瞬間流速分布 ($\tilde{u}, \tilde{v}$) を第5節から計算した結果である。 τ が小さい初期段階で加速流 ($u > 0$) が buffer 層へ侵入する ($v < 0$)。時間の経過と共に $\tilde{u}$ は漸次歪んできて、 $\tau = 0.5$ すなわち半周期でほぼ平均流速に一致した後、減速流 ($u < 0$) に転じ、 $\tilde{u}$ はさらに歪んでくる。この渦の発達期間内で流速分布は最大限に歪まれ、これに抗しきれなくなった途端、渦は $\beta = 0.01$ というごく短時間の内に崩壊して応力の解除が行われ、高エネルギーが上方へ ($\tilde{v}_2 > 0$) 放出される。この流速分布特性は図・1のCorinoらの観察結果や図・5のモデルをよく説明する。

次に、図・10は瞬間レイノルズ応力の分布を示したものである。先述した本モデルの欠陥から $y^+ \lesssim 30$ の領域しか議論対象とならないが、 $\tau \lesssim 0.1$ が sweep であり、正のレイノルズ応力を発生する。 $0.1 \lesssim \tau < 1.0$ まではこの応力への寄与はほとんどなく、 $\tau > 0.5$ では負の応力さえ発生して interaction 事象の存在を示している。 $\tau \approx 1 + \beta$ ではごく短時間に ejection 運動が生じ、莫大な正の応力が発生することがわかる。 $-uv(t)$ の最大位置はほぼ $10 < y^+ < 20$ であり、乱れ発生率や u' の最大位置とほぼ一致する。同様に、図・11は各 y^+ の位置での $-uv(t)$ の時間変化を示したものである。sweep と ejection 運動の時間占有率は約 0.1 となるが、この結果は点計測データ (発生判定レベル $H \approx 5$ に対応する値)³⁾ とよく一致する。buffer 層内の ejection 運動は $\beta = 0.01$ 間に uv/U_*^2 が 40 にも達するパルスの挙動を示すが、これも実測結果とよく一致し、bursting 現象をよく説明する³⁾。

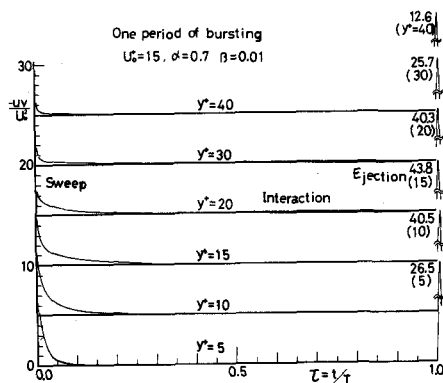
最後に、 $U_0^+ = 15$ 、 $\phi = 0.5 \sim 1.0$ のとき式(16)から $T_B U_*^2 / \nu = 300 \sim 400$ となり、これに対応する R_* は図・3から 3500 $\sim$ 5000 となる。通常の実験では若干大きめであるが、かなり妥当な値であろう。また、 $\tilde{u}$ 分布の平均的な歪みをレイノルズ数で表わせば、ほぼ限界値に相当することから、bursting 現象は底層外縁の流れの不安定さに起因するという見解に一例証を与えるものと考えられる。



図・9 Bursting 一周期内的の瞬間流速分布の予測



図・10 Bursting 一周期内的の瞬間レイノルズ応力分布の予測



図・11 瞬間レイノルズ応力の挙動 (bursting 現象の説明図)

8. 結合モデル

これまでの考察から、更新モデルは壁面領域に、すでに提案された π -型渦モデルは平衡領域に共にかなり満足に適用されることが確かめられたが、これらのモデルの立脚点は相違するから両者を理論的に接続することは困難である。ところが、更新モデルから評価された v'/U_* は $y^+ \rightarrow 100$ で $v'/U_* \rightarrow 0.93$ 、一方 π -型渦では式(4)から $y^+ \rightarrow 100$ で $v'/U_* \rightarrow 1.04$ となり、両結果はかなり良好に接続する。また、式(19)は平衡領域内のレイノルズ応力の評価にさえ十分な結果を与える。しかし、 u'/U_* に関しては更新モデル

の欠陥から両モデルの結果をそのまま接続できず、次のような経験的な「結合モデル」を提案する。このモデルは、粘性底層と境界層の両外縁での特性が類似していることに着目し、後者の特性を表わす intermittency 因子に対応して前者では粘性作用による damping 因子 Γ を導入して、完全乱流域（平衡領域）の乱れ強度 u'_T と擬似層流域（粘性底層）の u'_L との加重平均から u' が表わされる、すなわち $u' = \Gamma u'_T + (1-\Gamma)u'_L$ と仮定するものである。このとき、 u'_T として式(4)、 u'_L として式(18)を採用し、また Γ として式(17)を用いると仮定すれば次式が得られる。

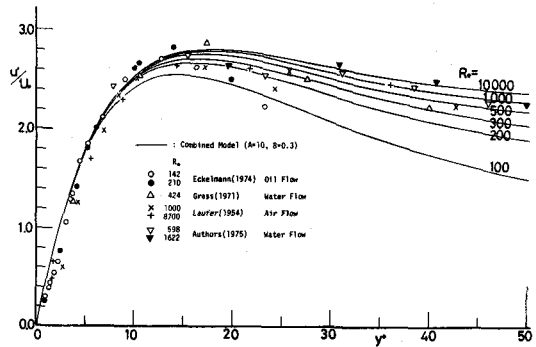
$$\frac{u'}{U_*} = (1 - \exp(-y^+/A)) \cdot D_1 \exp(-y^+/R_*) + \exp(-y^+/A) \cdot B y^+ \quad (20)$$

damping 定数 A は粘性底層端 $y^+ \approx 10$ に対応するから $A = 10$ と選び、また実験定数 $B = 0.3$ および $D_1 = 2.3$ を用いて計算した式(20)を図・12に示す。図から明らかなように式(20)と種々の水理条件で得られた実験値との一致は極めて良好であり、またレイノルズ数 R_* の変化特性も良好に説明される。すなわち、式(20)は壁面領域および平衡領域を含めた全領域で良好に適用されうる普遍関数であると考えられる。

9. あとがき 以上の更新モデルでも bursting 現象をかなり適確に説明しえたが、さらに非線形効果を加味したモデルの改良が必要であり、また壁面領域と主流領域との密接な相互作用を明らかにして先に論じた乱流の二面構造性をさらに解明することが不可欠な課題であると考えられる。

参考文献

- 1) Kline, S. J. et al. J. Fluid Mech., vol. 30, pp. 741-773, 1967.
- 2) Hinze, J. O. *Turbulence* (2nd ed.), McGraw-Hill, pp. 586-770, 1975.
- 3) Nakagawa, H. & Nezu, I., J. Fluid Mech., vol. 80, pp. 99-128, 1977.
- 4) 中川博次, 祢津家久, 第5回流れの可視化シンポジウム, pp. 47-50, 1977.
- 5) Corino, E. R. & Brodkey, R. S., J. Fluid Mech., vol. 37, pp. 1-30, 1969.
- 6) Kim, H. T., Kline, S. J. & Reynolds, W. C., J. Fluid Mech., vol. 50, pp. 133-160, 1971.
- 7) 中川博次, 祢津家久, 第20回 水理講演会論文集, pp. 121-126, 1976.
- 8) Laufer, J. & Narayanan, M. A. B., Phys. of Fluids, vol. 14, pp. 182-183, 1971.
- 9) Jackson, R. G., J. Fluid Mech., vol. 77, pp. 531-560, 1976.
- 10) Sandborn, V. A., J. Fluid Mech., vol. 6, pp. 221-240, 1959.
- 11) Curvich, A. S. & Yaglom, A. M., Phys. of Fluids, vol. 10, pp. S59-S65, 1967.
- 12) Einstein, H. A. & Li, H., Proc. of ASCE, EM-2, pp. 1-27, 1956.
- 13) Black, T. J., AIAA 6-th Aero. Sci. Meeting, AIAA Paper No 68-42, 1968.
- 14) Nakagawa, H. & Nezu, I., Proc. of JSCE, No 231, pp. 61-70, 1974.
- 15) 祢津家久, 土木学会論文報告集, 第261号, pp. 67-76, 1977.



図・12 結合モデルによる乱れ強度 u'/U_* の評価