

鉛直振動による円筒貯水槽内の液面動揺

埼玉大学工学部 正会員 池田 駿 介
 " " ○中 村 広 昭
 " 学生員 白 井 伸 一

1 ま え が き

現在、種々の目的のため数多くの液体貯蔵タンクが設計、あるいは建設されている。この場合、地震時にこれらのタンクに働く力を決定するのは重要な問題である。そこで筆者等は、先頃までの水平振動の場合に引き続いて、本文では円筒タンクが鉛直振動を受ける場合の内部液体の動的挙動について扱っている。鉛直振動を受けた液体では表面振動が $\frac{1}{2}$ sub-harmonic応答をする事が、古くM. Faraday (1831年)により発見されて以来、色々の研究がなされてきたが、ここではその様な振動が起こる不安定領域と、更にその時のタンク底部や側壁での水圧の変化を模型実験を行ない測定した。

2 理 論 式

図-1の様な、高さHまで非圧縮性完全流体を満たした半径aの剛体円筒タンクに、鉛直加速度が作用した時、内部液体の運動の基本式および境界条件は次のようになる。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial r} \right]_{r=a} = 0 \quad (2)$$

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial z} \right]_{z=-H} = 0 \quad (3)$$

$$\left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + (g - \omega^2 A \cos \omega t) \frac{\partial \phi}{\partial z} \right]_{\eta=0} = 0 \quad (4)$$

ここで、 ϕ は速度ポテンシャル、 η は波高、 g は重力加速度である。これを解くと速度ポテンシャル ϕ は

$$\phi = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} J_m(\beta_n r) \frac{\cosh \beta_n (z+H)}{\cosh \beta_n H} (C_1 \sin m\theta + C_2 \cos m\theta) T(t) \quad (5)$$

となる。ここで、 J_m は第1種ベッセル関数、 $\beta_n r$ はその正根、 C は未定定数、 T は時間の関数である。これを(4)式に代入すると次の様なマシュエーの方程式の標準形が得られる。

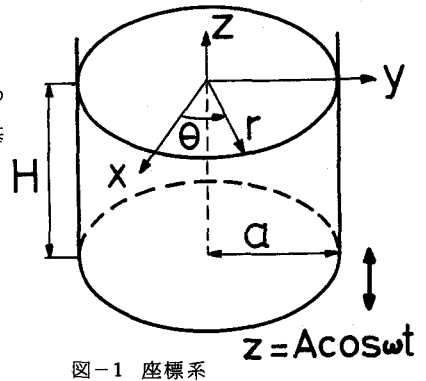
$$\frac{d^2 T}{dt^2} + (p_n - 2q_n \cos 2t) T = 0 \quad (6)$$

ここで

$$p_n = \frac{4\beta_n g \tanh \beta_n (z+H)}{\omega^2} \quad (7)$$

$$q_n = 2A \beta_n \tanh \beta_n (z+H) \quad (8)$$

である。



マシュー方程式の解の安定不安定境界曲線は、周知のようにマシュー図として知られており、2つのパラメーター p_n と q_n によって解が安定であるか不安定であるかが定まる。

3 実験概要

円筒模型タンクを鉛直に振動させ、液面が動揺する不安定領域を調べた。同時に、その時の波高、タンク底部及び側壁に働く圧力を測定した。実際には振動台の振幅を一定に保ちながら振動数を徐々に変化させて測定を行なった。

実験に用いたタンクは図-2の様な直径 39.5 cm 、高さ 60 cm 、壁厚 5.5 mm の円筒形タンクであり透明なアクリル樹脂でできている。この実験では剛体タンクと考えられる。振動台は当大学にある島津サーボパルサEHV-05105を使用した。これは2個の加速機を有し、水平及び鉛直方向に加振力を発生させる2軸振動機である。入力正弦波で行なった。波高の測定には抵抗線式水位計を、圧力の測定にはST研究所KKのPM-25型圧力計を用いた。又データの記録、読取りは、すべて電磁オシログラフを使用した。

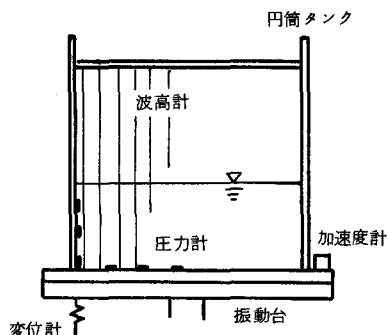


図-2 実験装置

4 結果及び考察

4-1 水面動揺のモードと不安定領域について

まずマシュー図を(7)、(8)式を用いて次元化したパラメーターで表わし、これに振幅を一定に保ちながら振動数を徐々に増加させた場合と減少させた場合に液面が動揺する点をプロットしたのが図-3である。ここで水深・直径比 (H/D) は 0.5 である。図にプロットされた点は、すべて $\frac{1}{2}$ sub-harmonic 応答として観察され、同図の実線は理論値である。水面動揺のモードは、振動数の小さい方から第1次非対称モード ($m=1, n=1$)、第2次非対称モード ($m=2, n=1$)、第1次対称モード ($m=0, n=1$)、第3次非対称モード ($m=3, n=1$) の順に現われた。(各モードについては写真1~4を参照) これよりも高次のモードは不安定領域が重なるために実験では判別しにくい。観察されたモードについては図からわかる様に振動数を増加させる場合と減少させる場合で現われる範囲が異なる。つまり振動数を下げる場合の方がより小さな振動数までその範囲は広がり動揺もたいへん大きくなった。

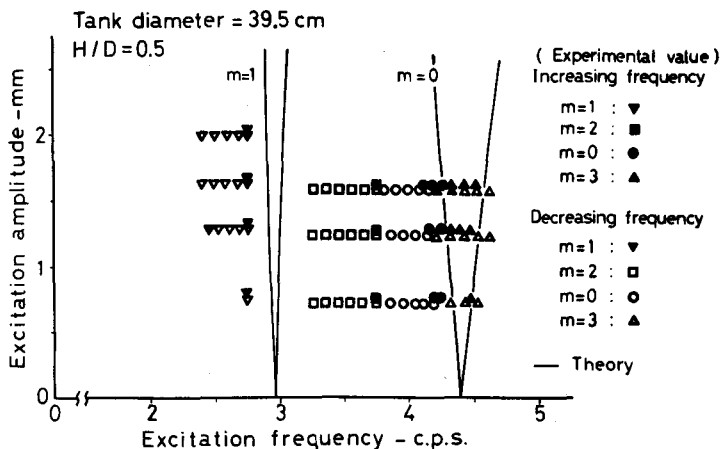


図-3 次元化したマシューの安定図

写真1～4は、それぞれのモードできれいな形が現われたものを載せてある。実際には振動数をもう少し変化させると、砕波の様になり激しい動揺を起こした。水深はすべて H/D が0.5の場合である。



写真-1 第1次非対称モード



写真-2 第2次非対称モード

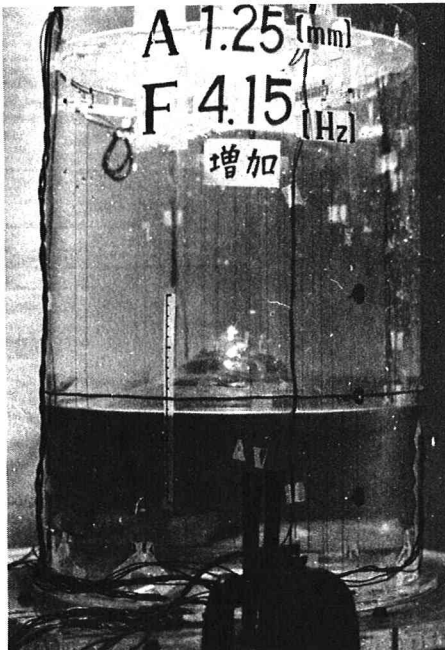


写真-3 第1次対称モード

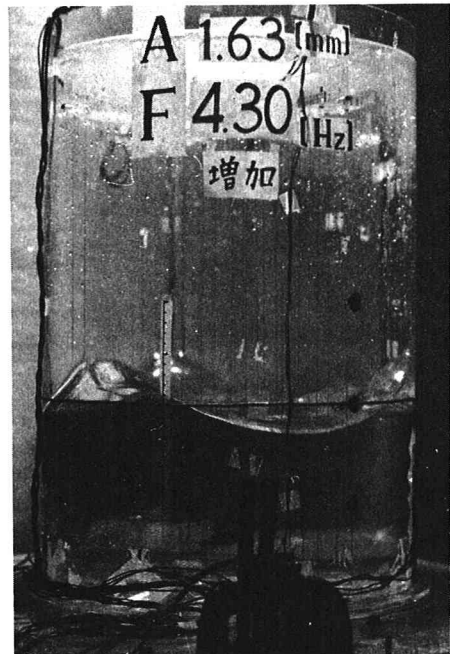


写真-4 第3次非対称モード

4-2 波形について

第1次対称モードで水面が振動している場合の波形の測定結果が図-4である。ここで中央の破線部分は波高計の2本の抵抗線の間隔のためデータが取れず、観察と写真から類推した部分である。(写真3参照)

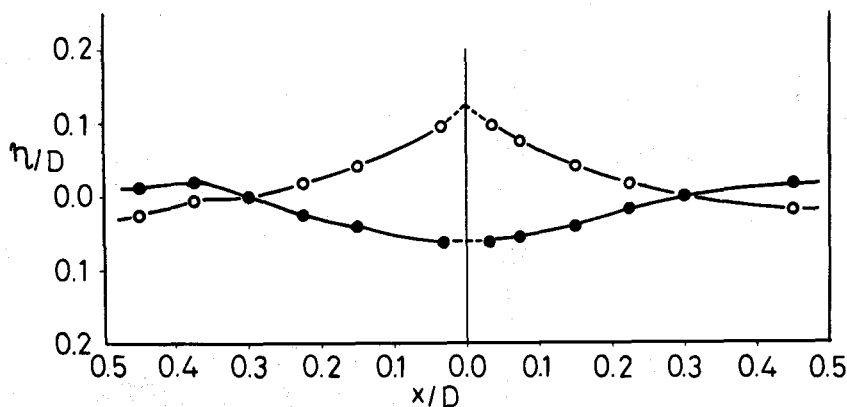


図-4 第1次対称モードの波形

4-3 タンク底部に働く圧力について

タンク底部に働く圧力の分布は図5-1～図5-6のようになる。ここで圧力は静水圧を0としている。水面が大きく第1次非対称モード($\frac{1}{2}$ sub-harmonic)で動揺している図5-2だけが、圧力変化が $\frac{1}{2}$ sub-harmonicとなり、水面での波の影響を受けている事がわかる。(図5-2でTは振動台変位の周期を表わしている) その他のモードで動揺している場合には、圧力変化の周期は台変位のそれと同じで、分布形状もほぼ一定である。タンクに取付けた加速度計のデータより慣性圧を計算すると、図5-3～5-

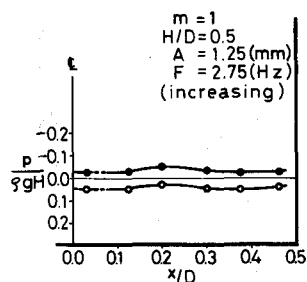


図5-1 (第1次非対称モード)

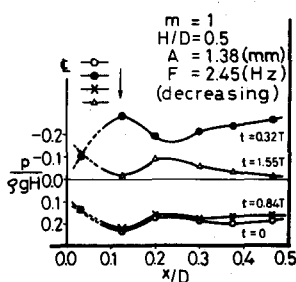


図5-2 (第1次非対称モード)

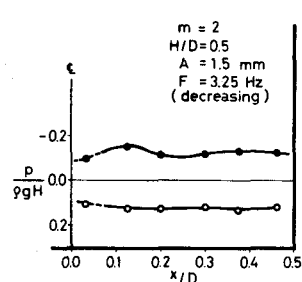


図5-3 (第2次非対称モード)

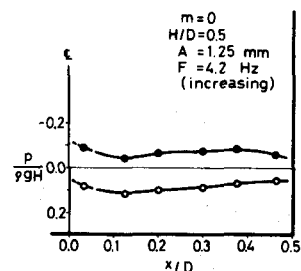


図5-4 (第1次対称モード)

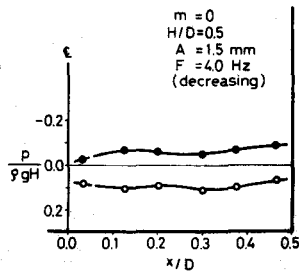


図5-5 (第1次対称モード)

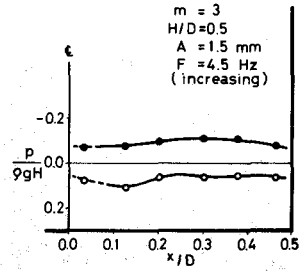


図5-6 (第3次非対称モード)

タンク底部での圧力分布

6では、変動圧力の大部分を慣性圧が占めている。図5-2では、慣性圧は静水圧に対して5%程度である。圧力分布は、圧力計の数が少ないため、タンク中央から側壁までの片側しか測定してないので、特に第1次非対称モードの図5-2の場合には、反対側の底面でも測定する必要がある。

4-4 タンク側壁の圧力分布について

タンク側壁に働く圧力の分布を示すのが図6-1～図6-6である。これらの図は圧力分布の時間的変化

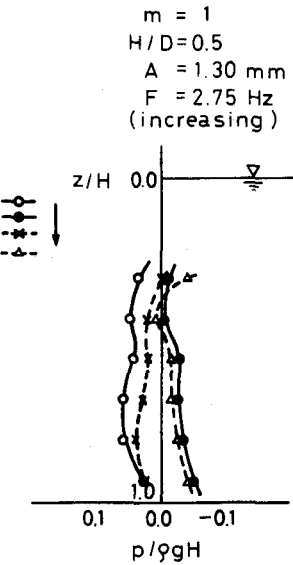


図 6-1

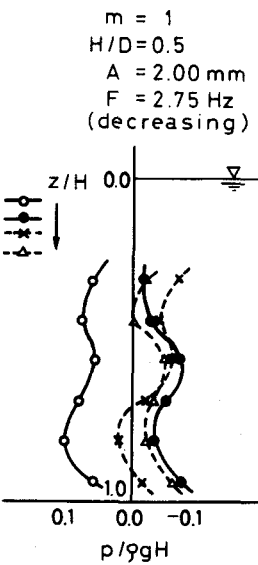


図 6-2

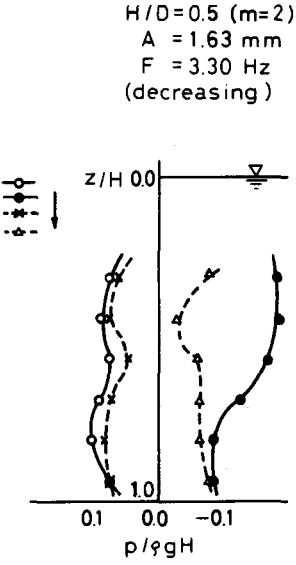


図 6-3

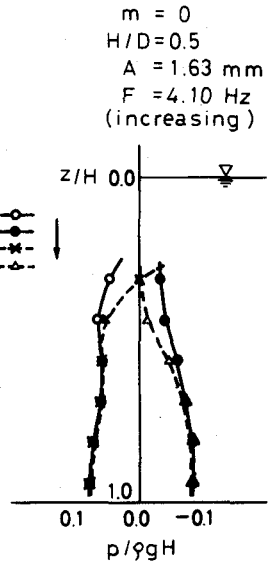


図 6-4

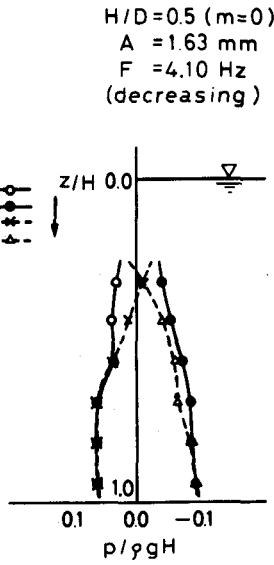


図 6-5

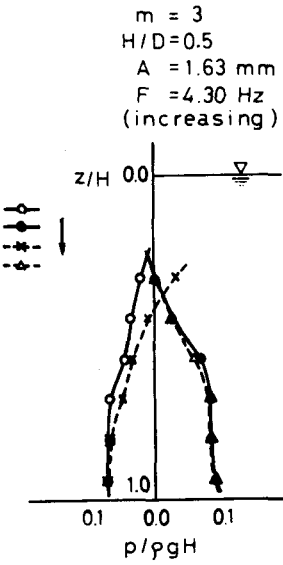


図 6-6

タンク側壁での圧力分布

を示している。ここで圧力分布変化の時間間隔は、場合によって多少異なり、○→●→×→△の順に時間的に変化する。○から○までが振動台の周期の半分である。図 6-1 と図 6-2 は、水面が第 1 次非対称モードで振動している場合、又図 6-3 は第 2 次非対称モードで、図 6-4 と図 6-5 は第 1 次対称モードで、図 6-6 は第 3 次非対称モードでそれぞれ水面が振動している場合である。

側壁に水面動揺の影響が大きくあらわれるのは、水面が第 1 次、及び第 2 次非対称モードで振動している図 6-1 ～図 6-3 の場合で、底付近まで表面振動の影響がおよび、側壁の圧力は $\frac{1}{2}$ sub-harmonic の変化をする。しかし、より高い振動数の図 6-4 ～図 6-6 の場合には、側壁下部の変動圧力は慣性圧がその大部分を占めており、表面振動の影響が及ぶのは水深の半分位の深さまでである。(もちろんこれは振動台の振動数と振幅により変化する。) そのため、側壁全体では、圧力変化の周期が上部と下部で異なる。すなわち側壁上部の圧力は、下部に働く圧力に比べて 2 倍の周期で変化する。この実験における測定振動数の範囲 ($2Hz \sim 5Hz$) では、圧力変動の一番大きいものは図 6-3 の第 2 次対称モードの場合に水深の半分位の深さで測定された圧力である。

タンク全体に働く力を考えるには、今後タンク側壁と底部の圧力を同時に測定する必要がある。

5 結 論

- 1) 水面動揺が非線型現象なので、線型理論より求めたマッシューの安定図の安定不安定領域とは多少異なるところで動揺が起こる。
- 2) 入力振動数が高くなると慣性圧がタンクに働く圧力の大部分を占めるが、振動数の低い場合に波の影響がある深さまで及ぶ。従って、この時側壁に働く圧力は、上部と下部でその周期が異なる。

6 あ と が き

実験を行なって、圧力に関するデータはかなりとれたが、波高計をタンクに固定してしまったため非対称モードの最大波高が測定位置とズレた所で現われるとデータがとれなくなってしまった。今後、更に詳しい研究を行なうためには、圧力の測定方法と共に装置の改良も考えなければならない。

最後に、本研究を進めるに当り、本学工学部秋山成興助教授、地盤水理実験施設の方々より有益な助言を受け、又実験に際しては本学学生真嶋耕平氏より多大の協力を得た。ここに厚く感謝申し上げる次第である。本研究は文部省科学研究費補助金(自然災害 代表 本間 仁教授)の補助を受けて行なったものである。ここに記して謝意を表す。

7 参 考 文 献

- 1) Takayama, T.; Theory of transient fluid waves in a vibrated storage tank, Report of the Port & Harbour Research Institute vol.15, no.2 p.3~p.53, June 1976