

MEM法による地下水位・地盤変動スペクトル計算

埼玉大学工学部 正会員 佐藤 邦明
〇渡 辺 邦夫

はじめに

最近、地下ダムなどによる浅層地下水の積極的利用が注目をあつめ、また、水資源の有効利用の観点から人工注水による地下水涵養も考慮した上で、深層地下水取水がみなおされようとしている。しかし、過度・無計画な地下水取水は一方では深刻な地盤変動（沈下・隆起）をもたらすため、地盤変動を伴わない適正取水を行うシステムが必要となる。そのためには地下水変動と地盤変動との関係を十分明らかにしておかねばならないが、地下水位変動は種々の変動が合成されていると考えられるもので、どの程度の変動がより地盤変動に寄与しているかなどの諸性質を知ることが、地盤変動の制御を考える上で重要であると思われる。

筆者らは以前から、Blackman-Tukey法（以下BTMと略す）によりこれらの変動のスペクトル解析を行ってきたが、高周波成分の解析では移動平均により低周波成分を除去した後行つた。しかし、低周波成分除去については種々難しい問題を含んでいる。一方、1967年にBurgが提唱したMEM法（Maximum Entropy Method）では、windowを使用しない、短い時系列からでも高い分解能をもつスペクトル密度分布を推定することが可能であるなど、従来の方法に比べて有利な性質を持っていることが指摘されている。しかし実際の時系列にMEMを適用する場合、非定常成分の処理、あるいはフィルターの長さのとり方など検討を要する点も多い。今回筆者らはMEMを地下水位・地盤変動という非定常性の強い変動時系列に適用し、その妥当性を検討すると共に、今まで得られているスペクトル分析結果と併せて実際の地盤における地下水位・地盤変動のスペクトル特性を考察した。

1 MEMの理論と性質の検討

1) MEMの理論

MEMの理論については既に多くの研究がなされているが^{1), 2), 3)}、その理論式は与えられた読み取り間隔 Δt の時系列がガウス確率分布に従うと仮定した時の情報エントロピーを、与えられた自己共分散関数

$$\phi_n, \quad \phi_n = \int_{-f_N}^{f_N} P(f) e^{i2\pi n f \Delta t} df, \quad (-m \leq n \leq m) \quad \dots\dots\dots (1)$$

の制約下で最大にすることより導かれ、次式となる。

$$P(f) = \frac{P_m}{2f_N} \left| 1 - \sum_{n=1}^m a_{mn} e^{-i2\pi n f \Delta t} \right|^{-2} \dots\dots\dots (2) \quad \begin{bmatrix} \phi_0 & \phi_1 & \dots & \phi_m \\ \phi_1 & \phi_0 & \dots & \phi_{m-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi_m & \dots & \phi_1 & \phi_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -a_{m1} \\ \vdots \\ -a_{mm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $P(f)$ はスペクトル密度関数、 f_N はナイキスト周波数（ $f_N = 1/2 \Delta t$ ）、 m は自己共分散関数の与えられる範囲を示す。また、 $(a_{m1}, \dots, a_{mm})$ は予測誤差フィルター、 P_m は予測誤差の分散である。

スペクトル計算にあたっては、まず $(a_{m1}, \dots, a_{mm})$ 、 P_m を求めねばならないが、これは、 $(\phi_0, \dots, \phi_m)$ を計算することによって(3)式より求めることができる。しかしBurgは a_{ji} を正および逆方向に作用するフィルターと考えて、正・逆方向の予測誤差の二乗平均和を最小にするように a_{ji} を決め、次に $(a_{i1}, \dots, a_{i, i-1})$ 、 P_i を求め、更にその値から $a_{i+1, i+1}$ を決定するという漸化的なアルゴリズムを提案した。これは、今考えている予測誤差フィルターの長さが m であれば、 i を1から順次 m まで、

しながら、全体的にみてFPEはmがある程度増加した後はさほど変化せず、従って最小値を与えるmの値といってもその選定は困難である。このことを考えて、図-3(a)には時系列bについてmを10, 30, 50と変えた場合のスペクトル密度分布推定結果を示した。この図から、m=30, 50の場合は共に鋭いピークを示すスペクトル密度分布が得られ分解能が高いことがわかる。しかし、FPEのやや大きなm=10では最大周期(120Δt)、および中間周期(18Δt)を分離しておらず、平坦なスペクトル密度分布を与えている。

また、図中比較のためBTM(Maximum lag=30)の結果を示したが、BTMではスペクトル密度分布のピークが全体になめらかになっており、また最大周期成分を分解していないことがわかる。図-3(b)はmを30に固定して、ランダム量の大きさとスペクトル密度分布の関係をみたものである。この図から、ランダム量が最大(合成時系列c)の場合、最大周期成分の分解がやや悪くなり、ピークも鋭くないことがみられる。図-3

(c)は、合成時系列bについて、データ数Nを変化させて計算したものであるが、N=60の場合は最大周期の半分のデータ数である。図から、N=120, 180の場合は推定されたスペクトル密度分布にほとんど差異はなく、ピークも鋭いが、N=60の場合は最大周期成分の分解にやや難があり、ピーク

値を示す周期も、やや長周期側にずれていることがわかる。しかし、いずれの場合も、短周期成分のスペクトル密度はあまり変わっていない。

以上の結果から、MEMはかなり短いデータからでも、また含まれているランダム量がかなり大きくなったとしても、スペクトル密度分布の良い推定を与えることがわかった。特に、分解能の点ではBTMに比べてかなり有利な方法といえる。

2 地下水位・地盤変動スペクトルの計算結果と考察

合成時系列の解析から得られた結果をふまえて、実際の地下水位・地盤変動時系列のスペクトル解析にMEMを適用したが、今回の解析には埼玉県下10ヶ所25本の地下水位および地盤沈下観測井のデータを用いた。観測井の位置、深度及び1975年4月～1976年3月までの地盤変動量を図-4に示す。井戸深度は5-2観測井が43mの他はすべて100m以上であり、特に9, 10観測井は深くそれぞれ600m, 700mである。これらのうち、8-1観測井で得られた1年間(1975年4月～1976年3月)の日平均地下水位変動、地盤日変動、地盤累積変動を示したのが図-5である。この図から、地下水位変動及び地盤累積変動では、春から夏にかけ大きく低下し、秋から冬にかけて上昇していることが読みとれるが、地盤日変動ではその傾向はあまりみられない。これらの変動時系列のスペクトル解析を行う前に、妥当なフィルターの長さ(mの値)を決めなければならないが、そのためまずFPEを計算した。その結果の代表的な例として8-1観測井(1975年4月～、N=180)の場合を図-5に示す。この図から、いずれの変動においても、FPEは最初急速に低下し、その後漸増傾向をもっていることがわかるが、顕著な最少値は

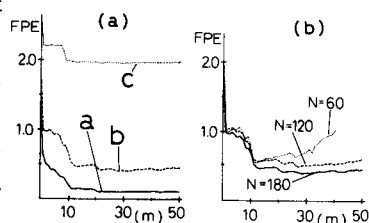


図-2 合成時系列のFPE
(a)はランダム量、(b)はデータ数を変えたもの

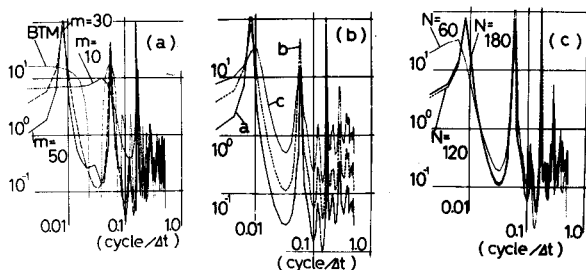


図-3 合成時系列のスペクトル
(a): フィルターの長さの影響 (m=10, 30, 50) 及びBTM(Maximum lag=30)結果
(b): ランダム量の大きさの影響 (m=30)
(c): データ数(N)の影響 (m=30)

特定しにくい。そのため、種々の m について実際にスペクトル密度分布を計算し、その結果を併せ考慮して妥当な値を求めることとした。図-7は、 $m=10, 30, 50$ の各場合についてのスペクトル密度分布を計算したものであるが、比較のためBTM (Maximum lag=30)の結果も同時に示した。BTMでは、地下水位変動・地盤累積変動で長周期成分が大きいと思われるが、一部周期でエネルギースペクトルに負値を示した。しかし、あまり長周期の顕著でない地盤日変動ではBTMもMEMも殆んど同じスペクトル密度分布の推定を与えている。 m の大きさについて考えると、 $m=10$ では、すべての変動についてなめらかなスペクトル密度分布を推定しておりやや不適当と思われる。また、 $m=50$ では、種々の周期で鋭いピークを示しているが、図-6からFPEがやや大きいとも思われ、このような考察から、以下の解析には $m=30$ を採用することとした。

図-8は、5-1、7-2、8-1、10、13観測井の地下水位変動、地盤日変動、地盤累積変動(1975年4月～、 $N=180$)のスペクトル密度分布の推定を行ったものである。これらの図から、地下水位変動と地盤累積変動では長期傾向(経済発展に伴う地下水取水増と、規制に伴う取水減による)や、季節変動による1年周期に代表される長周期成分が卓越している他、地下水位変動では、 $0.1 \sim 0.2$ cycle/dayの周波数帯に大きなエネルギースペクトルを持つことがみられる。一方、地盤日変動ではそのような卓越した周波数帯がみられず、むしろランダムな変動と考えられる。さらにこれらの図から、10観測井でのエネルギースペクトルが全体に小さいように思われる他は、各地点について顕著な周波数帯はほぼ同じとみられ、このような地点ではほぼ同じ周波数成分を持つ変動が起っていると思われる。しかし、さらに詳細に検討すると、地盤日変動では、10観測井を除いては、概略 0.1 cycle/dayより高周波成分では、エネルギースペクトルの大きさがほぼ同じであるのに対して、低周波成分ではかなりの差異が認められる。この傾向は、地盤累積変動のスペクトル密度分布にも顕著ではないがあらわれている。

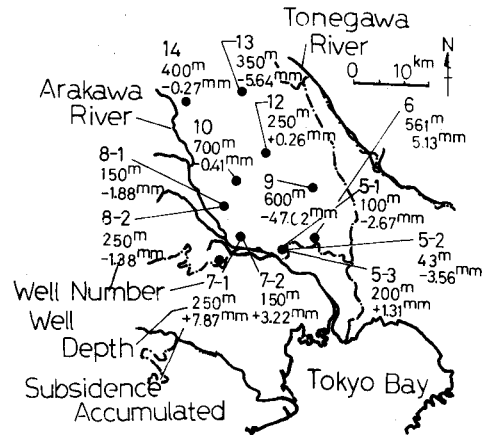


図-4 埼玉県下の観測井位置、深度、年間累積地盤変動量(1975年4月～1976年3月)

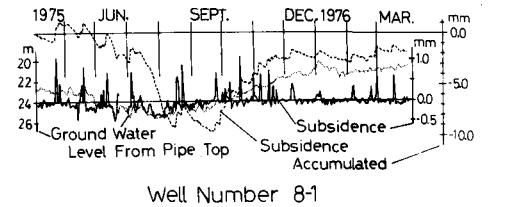


図-5 地下水位変動・地盤日変動・地盤累積変動時系列(8-1観測井)

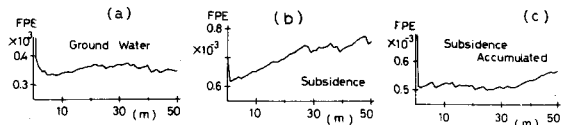


図-6 FPE (a):地下水位変動、(b):地盤日変動、(c):地盤累積変動(8-1観測井、1975年4月～、 $N=180$)

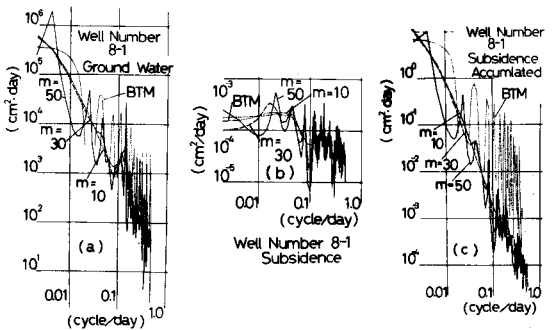


図-7 スペクトル (a):地下水位変動、(b):地盤日変動、(c)地盤累積変動(8-1観測井、1975年4月～、 $N=180$)

このように、各地点での地盤変動スペクトル密度分布が、高周波成分より低周波成分で違いがみられることは、図-4に示した年間地盤累積変動量などにあらわれる地盤変動特性が、主に低周波成分に規定されているという興味深い結果を示唆していると考えられる。これに対して、地下水位変動では、高周波成分でも各地点でのエネルギースペクトルの大きさにある程度の差異がみられ、低周波数成分と高周波成分のスペクトル密度分布傾向に有意の差はないようである。ここで、10観測井のエネルギースペクトルがすべての変動について小さくあらわれている理由については、この観測井が700mと深いこと、あるいは、この観測井の位置が他の観測井と異って、地質的にみて洪積台地上に作られていることが考えられるが、現在、検討を加えている段階である。

さらに、地下水位・地盤変動の特性を見るため、季節の違い及び観測井深度によるスペクトル密度分布の差異を調べた。図-9は、地盤が沈下傾向をあらわす春～夏にかけてと、隆起傾向を示す秋～冬にかけての地下水位・地盤変動特性を8-1および13観測井についてみたものである。地下水位変動では、13観測井で0.1 cycle/day付近に季節による相違がみられるが、全体にみてほぼ同じ傾向を持つといえる。一方、地盤日変動ではほぼ0.1 cycle/dayより高周波側ではさほど相違はみられないが、低周波成分側では、ピークを示す周波数にズレがみられ、又エネルギースペクトルの大きさに相違が認められるなどの差異が現れている。この傾向は地盤累積変動でも、特に13観測井の0.01 cycle/dayより低周波側に顕著である。このような、低周波成分側にみられる差異の原因の考察は地盤変動メカニズムの解析から行なわねばならないと思われるが、前述のように地点間の各変動特性の相違が、高周波側より低周波側にあると思われるということを併せ考えると、地盤変動の解析はかなり長期間のデータによらねばならないことを示唆し

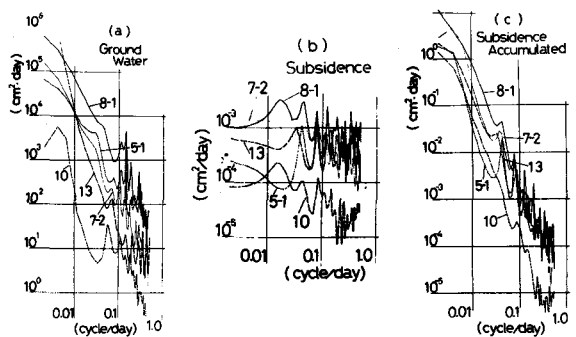


図-8 埼玉県下における各地点のスペクトル (a) 地下水位変動、(b) 地盤日変動、(c) 地盤累積変動
—— : 8-1、----- : 7-2、----- : 5-1
----- : 10、----- : 13

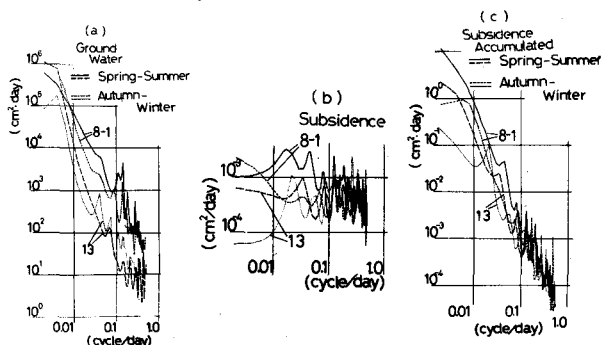


図-9 8-1、13観測井における季節によるスペクトルの相違 (a) 地下水位変動、(b) 地盤日変動 (c) 地盤累積変動

—— : 8-1、----- : 13 春～夏
----- : " ----- : " 秋～冬

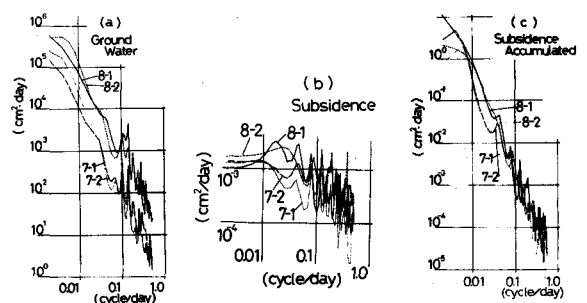


図-10 観測井深度によるスペクトルの相違 (a) 地下水位変動、(b) 地盤日変動、(c) 地盤累積変動
—— : 8-1、----- : 7-1 150 m
----- : 8-2、----- : 7-2 250 m

ている。このような、低周波成分と高周波成分の性質の違いという結果は、以前筆者らが報告⁵⁾したことであるが、地盤変動の制御を考える上で興味深い結果であると考えられる。

さらに、図10は井戸深度による各変動のスペクトル密度分布を比較したものであるが、7-2、8-1観測井は150m深、7-1、8-2観測井は250m深である。この図から、各変動にはスペクトル密度のピークを示す周波数、あるいはピーク値にさほど差異がないことが読みとれ、この程度の深さの違いでは有意の差が認められない。この理由については、観測井の構造上の不備、たとえば地下水位変動観測であれば、ストレナーの位置の問題、また地盤変動であれば、観測井の内管と外管のフリクションの問題などが考えられるが、地盤変動については、変動が地表近くの浅い所（たとえば沖積層地盤：深さ約40m）で起っており、そのためこの程度の深さの差異が現われなかったとも考えられる。しかし、この点については、地盤の地質学的・土質工学的立場からさらに研究される必要があろう。

3 結 論

今回の研究の結果、地下水位・地盤変動時系列のスペクトル解析にMEMがかなり有利な手法であり、約半年間という短いデータからでも低周波・高周波成分を分離し、高周波成分の分解能も高いことがわかった。この性質は、BTMなど従来の方法に比べてかなり好ましいといえる。また、MEMを用いる場合に問題となるフィルターの長さは、FPEを計算することによりある程度判断しうるが、実際には種々のフィルターの長さでスペクトル密度分布の推定を行い、それらの結果を比較・検討して決める方が良いと思われる。

MEMによる地下水位・地盤変動スペクトル密度分布を検討した結果、地下水位変動では今回計算に用いた各地点では、エネルギースペクトルの大きさに差はあるものの全体として同じような密度分布を示した。また、季節や井戸深度による差異はほとんどみられなかった。一方、地盤変動では特に地盤日変動においてはほぼ0.1 cycle/dayを境に高周波成分と低周波成分で差異がみられ、高周波成分ではエネルギースペクトルの大きさに地点の差はないが、低周波成分ではかなり顕著であった。この傾向は、季節による差にもみられ、地盤変動の解析にはある程度長期間のデータで、低周波成分に注目して行なわねばならないことが示されたと考える。一方、井戸深度による差異は、この程度の深度の違い（150mと250m）ではほとんど認められなかった。

最後にこの研究は埼玉県環境部の御協力により行なわれたものであり、また、文部省特定研究「地下ダムの貯留機能と制御・管理システムの研究（代表者 佐藤邦明）」の援助を受けたものであることを記して、関係各位に感謝したい。

参 考 文 献

- 1) Andersen, N., On the calculation of filter coefficients for maximum entropy spectral analysis, *Geophysics*, vol. 39, no. 1, pp. 69-72, 1974
- 2) 大内徹・南雲昭三郎, Maximum Entropy Method の地震波解析への応用、*地震研究所要報*、vol. 50, pp. 359-384, 1975
- 3) 日野幹夫, MEM・最大エントロピー法による新しいスペクトルの計算法、*土木学会誌*、vol. 61, no. 8, pp. 50-54, 1976
- 4) 2) に同じ
- 5) 埼玉県環境部・埼玉大学工学部地盤水理実験施設, 昭和50年度地盤沈下・地下水位観測成果および研究年報、1976